Erschienen in: MEMMERT, Daniel, ed.. Sportinformatik. Berlin: Springer, 2023, pp. 103-112. ISBN 978-3-662-67025-5
https://doi.org/10.1007/978-3-662-67026-2_12

Metabolische Simulation

Dietmar Saupe

Inhaltsverzeichnis

12.1 Beispiel Sport – 104

12.2 Hintergrund – 105

12.3 Anwendungen – 106

Literatur – 111

Konstanzer Online-Publikations-System (KOPS)
URL: http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:bsz:352-2-1g9kq469592467

Kernbotschaften

- Mathematische Modellierung erfasst den funktionalen Zusammenhang zwischen den messbaren metabolischen Output-Variablen Laktat, Sauerstoffaufnahme, Kohlendioxidabgabe sowie auch der Herzfrequenz und der abgeforderten Leistung.
- Die Energiebereitstellung aus dem System energiereicher Phosphate und oxidativen Phosphorylierung kann auch aus einer komplexeren Meta-Modellierung als System von gekoppelten Prozessen erfolgen, die am Rechner mit geeigneten Algorithmen simuliert werden.
- Das PC-Modell (*critical power*) beschreibt die maximal erzielbare Dauer einer Arbeitsbelastung am Ergometer bei einer vorgegebenen Leistung.
- Modelle erlauben anhand von Leistungstests die Schätzung interpretierbarer Parameter, die Analyse von Performanz im Training und Wettkampf, das Monitoring von Rehabilitationsmaßnahmen sowie die Planung von Strategien zum optimalen Einsatz des Leistungspotenzials.

12.1 Beispiel Sport

Anhand von zwei Methodiken soll besprochen werden, wie Dynamik und Grenzen der metabolischen Energiebereitstellung quantitativ durch Modellierung, Simulation und Analyse in der Sportinformatik beschrieben und für die Praxis eingesetzt werden können. Die Beispiele beziehen sich primär auf Rennradsport bzw. Radergometer-Tests, können aber durch geeignete Modifikationen für andere Ausdauersportarten wie Laufen, Schwimmen oder Rudern angepasst werden. In Leistungsdiagnostik, Trainingswissenschaft und Sportmedizin werden Methoden eingesetzt, mit denen die Auswirkungen einer variablen Belastungsanforderung auf messbare Indikatoren wie Herzfrequenz, Sauerstoffaufnahme und Laktatproduktion modelliert und vorhergesagt werden. Für Athleten können sich daraus wertvolle Rückschlüsse auf Fitnessparameter und Trainingserfolg ergeben. Im Wettkampf kommt es darauf an, den individuell verfügbaren Energievorrat bestmöglich einzusetzen. Athleten müssen in jeder Phase eines Rennens einschätzen können, wie viel Leistung sie maximal erbringen können, ohne sich vorzeitig zu erschöpfen, aber auch ohne mit noch ungenutzten Energiereserven am Ziel anzukommen. Im Rennradsport können sie sich dazu auf der Grundlage ihrer jahrelangen Trainings- und Wettkampferfahrung an der gemessenen Leistung in Watt und an ihrer Herzfrequenz orientieren. Allerdings ist es nicht ausreichend, einfach eine geeignete Leistung festzulegen und diese konstant einzuhalten. Forschungsarbeiten mit einem theoretischen Ansatz konnten zeigen, dass auf Strecken mit variablem Steigungsprofil bzw. mit wechselnden Windverhältnissen eine variable Leistungsverteilung gegenüber einer konstanten von Vorteil ist. Mathematische Modellierung und Simulation erlaubt es, entsprechende adaptive Pacing-Strategien zu entwickeln.

12.2 Hintergrund

Leistungsdiagnostik im Ausdauersport wendet Testverfahren an, um die Belastbarkeit und den Leistungsstand von Sportlern quantitativ zu erfassen. Sie liefert eine wertvolle Grundlage für die Planung und Steuerung des Trainings. Von zentraler Bedeutung ist dabei der Teil des Stoffwechsels oder Metabolismus, der die Energie erzeugt, die für die jeweilige sportliche Belastung benötigt wird. Dabei erzeugen chemische Reaktionen mechanische Energie für die Muskulatur.

Der wesentliche Energielieferant ist dabei Adenosintriphosphat (ATP), das jedoch in nur begrenzter Menge im Muskel zur Verfügung steht. Verbrauchtes ATP muss resynthetisiert werden, und die dazu erforderliche Energie wird durch Oxidation von Zucker (Glykolyse), Fetten und Eiweißen produziert. Das kann aerob oder anaerob geschehen, d. h. mit oder ohne Einsatz von Sauerstoff. Bei der anaeroben Energiebereitstellung unterscheidet man außerdem zwischen laktazid und alaktazid, also mit oder ohne Produktion von Milchsäure in Form von Laktat. Bei steigender Belastung wird zunehmend Laktat produziert, das nicht mehr in gleichem Maße abgebaut werden kann. Dadurch wird die Glykolyse stark gehemmt – mit der Folge, dass eine solch hohe Leistung nicht mehr dauerhaft aufrechtzuerhalten ist. Die maximale Leistung, angegeben etwa durch Geschwindigkeit in km/h auf einem Laufband oder der physikalischen Leistung in Watt auf einem Ergometer, bei der die Produktion von Laktat und dessen Abbau noch im Gleichgewicht sind, wird als individuelle anaerobe Schwelle oder maximales Laktat-Steady-State (MLSS) bezeichnet.

Der Energiestoffwechsel ist somit insgesamt ein sehr komplexes Netzwerk von vielen einzelnen Reaktionen. Die direkte messtechnische Erfassung sämtlicher Komponenten ist nicht möglich, und lediglich äußere Indikatoren können indirekt Aufschluss geben über den aktuellen Zustand der Energiebereitstellung. Die wichtigsten sind die Laktatkonzentration in mmol/l aus Blutproben am Ohrläppchen, die Sauerstoffaufnahme in ml/min, gemessen durch Spiroergometrie, die Herzfrequenz in bpm und beim Radsport schließlich die erzeugte mechanische Leistung in Watt am Ergometer bzw. im Feld mithilfe von Leistungssensoren an der Kurbel, dem Zahnkranz, den Pedalen oder in der Nabe. Eine grundlegende Funktionalität der in diesem Kapitel betrachteten Modelle und Simulationen ist es, die Auswirkungen von Leistungsprofilen (konstante Leistung, Stufentest, intermittierendes Training oder beliebig variable Leistung im Feld) auf die physiologischen Messgrößen zu bestimmen.

Definition

Lineare Differenzialgleichungen (DGL) mit asymptotisch exponentiellen Lösungen beschreiben die physiologische Adaption von Sauerstoffaufnahme und Herzfrequenz an eine konstante Leistungsanforderung.

Das CP-Modell (*critical power*) beschreibt die maximale Zeitspanne, die bei einer gegebenen konstanten Leistung auf einem Ergometer bis zur vollständigen Ausbelastung (Erschöpfung) gehalten werden kann.

Beide Modelle können für den Fall einer variablen Leistungsanforderung verallgemeinert werden.

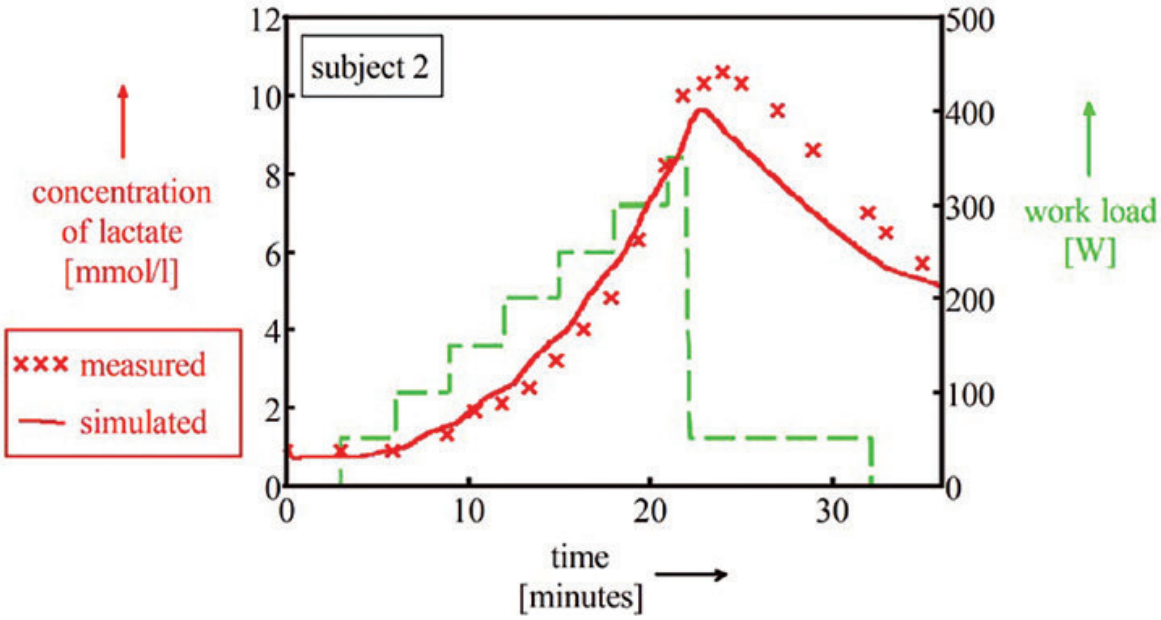
12.3 Anwendungen

▶ Beispiel 1 Modellierung und Simulation von Output-Größen metabolischer Prozesse

Modellierung und Simulation sind Schlüsseltechnologien zum Verständnis des Verhaltens solcher komplexen Systeme. Eine wichtige Anforderung an diese Modelle für die Anwendungen im Ausdauersport ist es, die genannten messbaren Größen als Resultat eines Anforderungsprofils, der Belastung, bereitzustellen. Anhand des Vergleichs mit den Daten aus Studien am Ergometer im Labor bzw. mit Messungen im Feld können die Parameter der Modelle geschätzt werden und die Vorhersagekraft der Modelle durch Simulation und Vergleich mit den Messgrößen beurteilt werden. Grundsätzlich können wir drei Ansätze der Modellierung unterscheiden:

1. Die metabolischen Prozesse sind in der Biochemie gut bekannt. Zum Beispiel kann die Glykolyse in zehn verschiedene chemische Reaktionen aufgeteilt werden. Diese wandeln Glukose in Pyruvat um und setzen dabei ATP frei. Aus diesen und weiteren Reaktionsgleichungen wurde in Schulte et al. (1999) ein komplexes Modell, bestehend aus Differenzialgleichungen und algebraischen Gleichungen, aufgestellt und simuliert. Intervalle für Parameter konnten zum Teil aus der Literatur zur Biochemie und Sportmedizin entnommen werden, die Parameter selbst wurden iterativ durch Simulation des Modells anhand von Messdaten aus Laborversuchen bestimmt. ◘ Abb. 12.1 zeigt als Beispiel den Vergleich von Laktatmessungen mit den aus dem Modell hergeleiteten Laktatkonzentrationen.

   Dieser Ansatz der Modellierung hat den Vorteil, dass die Variablen und Parameter direkte metabolische Entsprechungen haben, wobei allerdings deren sportwissenschaftliche Interpretation vielfach nicht so offensichtlich ist wie beim Laktat. Nachteile sind die sehr große Komplexität, das erforderliche Expertenwissen in Biochemie und in den mathematischen Methoden für die Aufstellung und nummerische Lösung des resultierenden differenzial-algebraischen Gleichungssystems.



◘ **Abb. 12.1** Stufentest am Ergometer bis zur Ausbelastung und resultierende Blutlaktatwerte aus Messungen und Modellierung (aus Schulte et al., 1999)

2. Die weitaus üblichere Methode zur Modellierung stellt direkt Gleichungen für die Dynamik der Output-Größen Sauerstoffaufnahme ($\dot{V}O_2$), Lakatkonzentration ([La]) oder Herzfrequenz (HR) auf. Dabei werden bevorzugt lineare Differenzialgleichungen eingesetzt. Diese haben exponentielle Lösungen, die gut die Anpassung des metabolischen Systems an eine Leistungsanforderung repräsentieren können. Die Variablen und Parameter sind leicht interpretierbar, typischerweise als Amplituden von Anpassungsreaktionen und deren zugehörige Zeitkonstanten.

   Grundlegend für die Dynamik von $\dot{V}O_2$ ist zunächst dessen Wert im Äquilibrium (*steady state*), also nach Vollendung der Anpassungsreaktion auf eine konstante Belastung, die am Ergometer eingestellt wird. Das ergibt eine individuelle, monoton wachsende Funktion von $\dot{V}O_2$ über ein Leistungsintervall von P = 0 (W) bis zu einer maximalen und andauernden kritischen Leistung $P = P_c$, bei der die maximale Sauerstoffaufnahme VO_{2max} erreicht wird (s. Jones & Poole, 2013). Der Steady-state-Wert von $\dot{V}O_2$ setzt sich im Wesentlichen aus drei Komponenten zusammen:

   (1) einem Basiswert, der leicht über dem $\dot{V}O_2$ im Ruhezustand liegt, (2) einem mit P linear wachsenden Anteil A_1 und (3) einer kleineren, sogenannten langsamen Komponente A_2, die erst ab einem gewissen Leistungs-Schwellwert hinzukommt (s. Abb. 12.2).

   Für beide Komponenten, A_1 und A_2, kann die Anpassung von $\dot{V}O_2$ an eine einsetzende konstante Belastung P sehr gut durch eine exponentielle Funktion mit drei Parametern A, T und τ beschrieben werden,

$$A\left(1-\exp\left(-\frac{t-T}{\tau}\right)\right),$$

   wobei A die Amplitude der betreffenden Komponente im *steady state* und τ eine Zeitkonstante bezeichnet, die die Geschwindigkeit der Adaption an den *steady state* quantifiziert. Nach τ Zeiteinheiten sind etwa 63 % der Amplitude A erreicht, nach 3 τ sind es 95 %. T ist eine Zeitverzögerung, ab der die betreffende Komponente einsetzt.

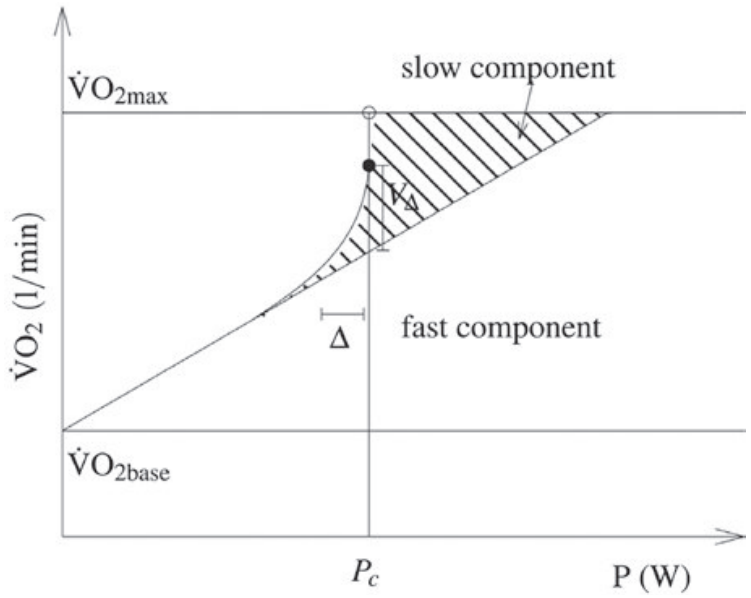


Abb. 12.2 Steady-state-Modell für Sauerstoffaufnahme VO2 in Abhängigkeit der Belastung, einer konstanten Leistung P. Leistungen größer als die kritische Leistung P_c können nicht auf Dauer gehalten werden (aus Artiga Gonzalez et al., 2019)

Diese exponentielle Dynamik lässt sich äquivalent durch die lineare Differenzialgleichung $\dot{x} = \tau^{-1}(A - x)$ mit Anfangswert $x(T) = 0$ beschreiben. Das liefert den Ansatz zur Verallgemeinerung des dynamischen Modells für variable Belastungen, wie sie im Training und im Wettkampf im Feld auftreten, d. h. für Leistungen P = P(t), die nicht konstant sind. Dazu muss in der DGL die konstante Amplitude A durch A(P(t)) ersetzt werden, also durch die Amplitude, die zu der Belastung P zum Zeitpunkt t gemäß dem Modell in ◘ Abb. 12.2 vorgegeben ist. In Artiga Gonzalez et al. (2019) wurde das ausgeführt und an experimentellen spiroergometrischen Datenserien validiert.

Dieselbe Methode lässt sich für die Modellierung der Dynamik der Herzfrequenz HR bei variabler Belastung einsetzen. In diesem Fall kann auf die langsame Komponente verzichtet werden, sodass als Parameter der Ruhepuls HR_0, die (konstante) Steigung β = dHR/dP (*gain*), die Zeitkonstante τ, die Zeitverzögerung T und gegebenenfalls die kritische Leistung P_c bzw. die maximale Herzfrequenz HR_{max} ausreichen.

In Mongin et al. (2020) wurde damit die Herzfrequenz von 30 Probanden bei einen Ausbelastungstest auf dem Laufband gefittet. Die Leistung P wurde dabei durch die Geschwindigkeit des Laufbands ersetzt. Im Median konnte 91 % der Gesamtvarianz der Herzfrequenz durch das Modell aufgeklärt werden. Mit einer zusätzlichen Anpassung des *gains* in Abhängigkeit der Belastungsintensität konnte diese Rate sogar auf 99 % verbessert werden. Allerdings erfordert das eine größere Zahl an Parametern, die bei der Regressionsanalyse geschätzt werden müssen und leicht zu Overfitting führen können.

3. Die beiden obigen Modellansätze streben eine Charakterisierung der leistungsbezogenen physiologischen Reaktion durch explizite Gleichungen an, auf der Grundlage der metabolischen Komponenten und Prozesse bzw. der Phänomenologie der messbaren Variablen. Dagegen wird die Beziehung zwischen abhängigem Output (VO_2, HR, [La]) und dem Input (Leistung oder Geschwindigkeit als Belastung) durch Black-Box-Verfahren eigenständig ermittelt. Hierzu haben sich Verfahren des maschinellen Lernens wie z. B. Support Vector Machines, neuronale Netze und Deep Learning durchgesetzt (s. ► Kap. 20 und 21). Diese lassen sich natürlich auch für die Analyse von Daten aus dem Stoffwechsel einsetzen (s. Zignoli et al., 2020). Die erzeugten Systeme zur Schätzung der Output-Variablen haben, wie erwartet, eine bessere Passgenauigkeit im Vergleich zu den expliziten Modellierungen. Die Nachteile sind jedoch, dass zum Training der neuronalen Netze erhebliche Datenmengen erforderlich sind und dass die trainierten Gewichtsparameter keine offensichtliche sportmedizinische Interpretation ergeben.

Für eine weitergehende detaillierte Einführung zu den Methoden und dem Hintergrund der Modellierung von Laktat und Sauerstoffaufnahme beim Radsport sei der kürzlich erschienene Aufsatz von Zignoli et al. (2019) empfohlen. ◄

► Beispiel 2 Das CP-Modell (*critical power*)

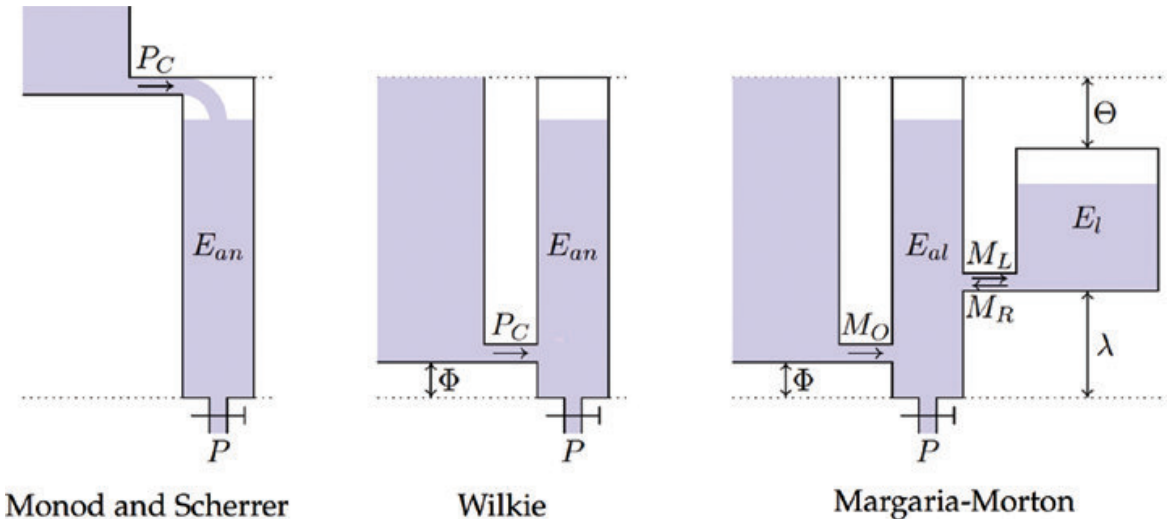
Die im ersten Beispiel besprochenen Methoden liefern Grundlagen für Planung und Kontrolle von Training, beim Wettkampf jedoch steht für den Radsportler die Frage im Vordergrund, wie viel Leistung er entlang der Rennstrecke jeweils anstreben sollte, um schnellst-

möglich die Ziellinie zu erreichen – insbesondere, wenn die Strecke durch variables Terrain mit unterschiedlichen Steigungen verläuft. Die Antwort erfordert das Wissen um die maximal dauerhaft haltbare Leistung P_c, die jeweils zusätzlich kurzfristig verfügbaren Energiereserven für Sprints und die Erholungsrate, mit der der Energiespeicher bei moderaterer Leistung wieder aufgefüllt werden kann. Ein erstes mathematisches Modell für diese Analyse ist schon vor über 50 Jahren von Monod & Scherrer (1965) eingeführt worden.

Die Grundlage dieses Konzepts sind zwei verschiedene Energiequellen, aerob und anaerob. Die aerobe Energieversorgung ist im Umfang unbegrenzt, kann aber nur mit einer festen Rate abgerufen werden, der schon erwähnten kritischen Leistung P_c. Andererseits kann der anaerobe Energievorrat mit unbegrenzter Rate angezapft werden, aber seine Gesamtgröße E_{an} ist recht begrenzt. Demzufolge erschöpft sich ein Sportler nach gewisser Zeit T, wenn die abgerufene Leistung P oberhalb der kritischen Leistung P_c liegt. In dem heute sogenannten CP-Modell (*critical power*) von Monod und Scherrer wird demzufolge dafür die hyperbolische Funktion $T = E_{an}/(P - P_c)$ für $P > P_c$ angesetzt. Dieser Ansatz lässt sich gut als hydraulisches Modell visualisieren (■ Abb. 12.3, links). Energiereserven sind durch Behälter mit Wasser repräsentiert, die durch Rohre verbunden sind. Der durch einen Regler steuerbare Ausfluss unten bestimmt die angeforderte Leistung, gegeben durch den Fluss.

Sei als Beispiel ein Hobby-Rennradfahrer mit einer kritischen Leistung von 250 W und einem anaeroben Energiespeicher von 20.000 J angenommen. Wie lange kann er bei einer Leistung von 300 W fahren? Es ergibt sich T = 20.000 Ws/(300 W–250 W) = 400 s, also 6 min und 40 s. Eine Leistung von weniger als P_c = 250 W dagegen kann dem Modell zufolge unbeschränkt lange gehalten werden, vorausgesetzt, es wird genügend Nahrung aufgenommen, um den aeroben Energiefluss aufrechterhalten zu können.

Bei konstanter Belastung schreibt das CP-Modell vor, dass die anfängliche Energiereserve E_{an} mit konstanter Rate $P - P_c$ verbraucht wird, bis sie nach der Zeit T erschöpft ist. Um das Modell für variable Leistungsanforderung P = P(t) einzusetzen, führen wir



■ **Abb. 12.3** Hydraulische Darstellung von drei physiologischen Modellen. Links das klassische Modell von Monod & Scherrer (1965), in der Mitte das Modell von Wilkie (1981) mit adaptiver Erholungsrate und rechts das von Morton (1986) und Margaria mit einem zusätzlichen Gefäß für die anaerob-laktazide Energiebereitstellung (aus Wolf, 2018)

den aktuellen Energievorrat $e_{an}(t)$ ein, mit der Vorgabe des Anfangswerts $e_{an}(0) = E_{an}$. Daraus ergibt sich folglich die Differenzialgleichung $de_{an}/dt = P_c - P(t)$. Diese Gleichung erweitert das Modell zugleich für den Fall der Erholung bei Leistungen unterhalb P_c: Jedes Watt unterhalb von P_c ergibt einen Zufluss von 1 J pro Sekunde.

Das einfache Modell für die maximal haltbare Leistung hat sich in der Praxis gut bewährt. Um für ein Individuum die kritischen Leistung P_c zu bestimmen, braucht man allerdings mehrere Punkte (P,T) auf dem Graph der hyperbolischen Funktion von T. Für jeden dieser Punkte muss ein Ergometertest bis zur Erschöpfung geleistet werden, gefolgt von einer hinreichend langen Erholungsphase. Das ist in der Praxis kaum durchführbar, und daher wurden dafür einfachere Tests entwickelt (s. die Übersicht in Lipková et al., 2022).

Das Zwei-Parameter-CP-Modell von Monod und Scherrer lieferte das Fundament für eine Reihe von Verfeinerungen, um kleine Defizite zu beheben. Es wurde bemängelt, dass das Modell beliebig hohe Leistungen erlaubt, zumindest für kurze Zeit, und dass die direkte Fortschreibung des Modells für Erholung unterhalb der kritischen Leistung ($P < P_c$), wie oben ausgeführt, zu optimistisch schätzt. In dem Drei-Parameter-Modell von Morton (1996) wird die Leistung begrenzt und in Skiba et al. (2014) sowie Wolf (2018) wurde die Erholungsrate gedämpft. Zwei weitere Modifikationen von Wilkie, Margaria und Morton sind in ◘ Abb. 12.3 aufgeführt.

Die physiologischen Modelle, kombiniert mit einem mechanischen Modell von erforderlicher physikalischer Leistung beim Radfahren auf einer Strecke mit gegebenem Höhenprofil, lassen sich mit nummerischer Optimierung beste Pacing-Strategien berechnen, s. Fayazi et al. (2013), Sundström und Bäckström (2017) und Wolf et al. (2018).

Studienbox

Die mathematische Modellierung von Training und Leistung in der Sportinformatik ist ein wertvolles Werkzeug für Anwendungen in Coaching, Fitness/Personal Training, Rehabilitation und Trainingsphysiologie. Zwei Modelle, das (CP-)Modell (*critical power*) und das Banister-Impulse-Response (IR-)Modell, bieten dazu komplementäre Methodiken. Das CP-Modell beschreibt die Beziehung zwischen geleisteter Arbeit und den verbleibenden Energiereserven. Das IR-Modell beschreibt die Dynamik, mit der sich die individuelle Leistungsfähigkeit im Laufe der Zeit in Abhängigkeit vom Training verändert. Beide Modelle abstrahieren auf elegante Weise die zugrunde liegende Physiologie. Der umfassende Beitrag von Clarke und Skiba (2013) bietet dazu eine detaillierte Einführung der zugehörigen physiologische Grundlagen, Definitionen und der Geschichte, leitet die Annahmen und Gleichungen her und unterrichtet im Umgang mit diesen Ressourcen anhand von Software (*spreadsheets*[1]) für praktische Computerübungen.

1 ► https://journals.physiology.org/doi/suppl/10.1152/advan.00078.2011.

Fragen für die Studierenden

1. Bestimmen und diskutieren Sie eine Modellgleichung für die Herzfrequenz bei einer einsetzenden konstanten Leistungsanforderung sowie die entsprechende Differenzialgleichung für variable Leistung.
2. Ein Proband führt auf einem Ergometer zwei Stufentests mit konstanter Belastung durch. Bei 450 W bricht er den Versuch nach nur 1:20 min erschöpft ab, nach Erholung schafft er bei 275 W immerhin 10:40 min. Welche kritische Leistung P_c und anaerobe Gesamtenergie E_{an} können daraus geschätzt werden? Welche Werte ergeben sich, wenn eine dritte Messung bei P = 330 W eine Gesamtzeit von T = 5 min ergibt? Welches Verfahren ist für diese Rechnung geeignet?

Literatur

Artiga Gonzalez, A., Bertschinger, R., Brosda, F., Dahmen, T., Thumm, P., & Saupe, D. (2019). Kinetic analysis of oxygen dynamics under a variable work rate. *Human Movement Science*, *66*, 645–658.

Clarke, D. C., & Skiba, P. F. (2013). Rationale and resources for teaching the mathematical modeling of athletic training and performance. *Advances in Physiology Education*, 37(2), 134–152.

Fayazi, S. A., Wan, N., Lucich, S., Vahidi, A., & Mocko, G. (2013). Optimal pacing in a cycling time-trial considering cyclist's fatigue dynamics. In *American Control Conference* (pp. 6442–6447).

Jones, A. M., & Poole, D. C. (2013). *Oxygen Uptake Kinetics in Sport, Exercise and Medicine*. Routledge.

Lipková, L., Kumstát, M., & Struhár, I. (2022). Determination of Critical Power Using Different Possible Approaches among Endurance Athletes: A Review. *International Journal of Environmental Research and Public Health*, *19*(13), 7589.

Mongin, D., Chabert, C., Caparros, A. U., Guzmán, J. V., Hue, O., Alvero-Cruz, J. R., & Courvoisier, D. S. (2020). The complex relationship between effort and heart rate: a hint from dynamic analysis. *Physiological Measurement*, *41*(10), 105003.

Monod, H., & Scherrer, J. (1965). The work capacity of a synergic muscular group. *Ergonomics*, *8*(3), 329–338.

Morton, R. H. (1986). A three component model of human bioenergetics. *Journal of Mathematical Biology*, 24(4), 451–466.

Morton, R. H. (1996). A 3-parameter critical power model. *Ergonomics*, *39*(4), 611–619.

Schulte, A., Kracht, P., Dörrscheidt, F., & Liesen, H. (1999). Modeling and simulation of the human exercise metabolism. In *Conference Volume Software and Hardware Engineering for the 21st Century,* (pp. 377–382).

Skiba, P. F., Jackman, S., Clarke, D., Vanhatalo, A., & Jones, A. M. (2014). Effect of work and recovery durations on W' reconstitution during intermittent exercise. *Medicine and Science in Sports and Exercise*, *46*(7), 1433–1440.

Sundström, D., & Bäckström, M. (2017). Optimization of pacing strategies for variable wind conditions in road cycling. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part P: Journal of Sports Engineering and Technology, 231(3), 184–199.

Wilkie, D. R. (1981). Equations describing power input by human as function of duration of exercise. *Exercise Bioenergetics and Gas Exchange*, 75–80.

Wolf, S. (2018). *Applications of Optimal Control to Road Cycling* (Doctoral dissertation, University of Konstanz, Germany).

Wolf, S., Biral, F., & Saupe, D. (2018). Adaptive feedback system for optimal pacing strategies in road cycling. *Sports Engineering*, *22*(1), 1–10.

Zignoli, A., Fornasiero, A., Bertolazzi, E., Pellegrini, B., Schena, F., Biral, F., & Laursen, P. B. (2019). State-of-the art concepts and future directions in modelling oxygen consumption and lactate concentration in cycling exercise. *Sport Sciences for Health*, *15*(2), 295–310.

Zignoli, A., Fornasiero, A., Ragni, M., Pellegrini, B., Schena, F., Biral, F., & Laursen, P. B. (2020). Estimating an individual's oxygen uptake during cycling exercise with a recurrent neural network trained from easy-to-obtain inputs: A pilot study. *PLoS One*, *15*(3), e0229466.