

Phononen: von Membranschwingungen zu ballistischem Wärmetransport

Dissertation

zur Erlangung des akademischen Grades
Doktor der Naturwissenschaften (Dr. rer. nat.)
an der Universität Konstanz,
Mathematisch-Naturwissenschaftliche Sektion,
Fachbereich Physik

vorgelegt von:

Markus Schmotz

Tag der mündlichen Prüfung: 16. Februar 2012

1. Referent: Prof. Dr. Paul Leiderer
2. Referent: Prof. Dr. Thomas Dekorsy

*Ich will'n paar Sachen sagen, hier und vor allen.
Aber wo soll ich anfangen,
mein Kopf is randvoll!
Was werd' ich sagen und wie wird es wohl ankommen?
Ich lass es darauf ankommen und will alles aufschreiben,
auf daß die Zeilen mir die Zweifel noch austreiben.
Dann werd ich es laut sagen,
das wird dann nicht ausbleiben
und werdet Ihr auch fragen,
sind das deine Aussagen?
Wie kann ich mich raushalten?
Ich will es rausschreien!
Will dieser Stille meine Stimme leihen
und doch bin ich Werkzeug und nicht von Bedeutung,
nur ein kleiner Hinweis auf dem Weg der Erleuchtung.*

(Die Fantastischen Vier)

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	9
2. Grundlagen	13
2.1. Elastizitätstheorie und Oberflächenwellen	13
2.1.1. Wellen im elastischen Medium	13
2.1.2. Rayleighwellen	15
2.1.3. Dämpfung	18
2.2. Membran- und Plattenschwingungen	20
2.2.1. Schwingungen einer Rechteckmembran	20
2.2.2. Kirchhoff-Rayleigh-Platte	22
2.2.3. Wellenausbreitung in einer Platte	24
2.3. Wärmetransport und Wärmeleitfähigkeit	25
2.3.1. Fouriersches Gesetz	25
2.3.2. Phonon-Phonon Wechselwirkung	26
2.3.3. Wärmeleitung in eingeschränkter Geometrie	27
2.3.4. Dynamischer Temperaturverlauf in Membranen	28
2.4. Transmission durch dielektrische Schichten	29
2.4.1. Die Formeln von Fresnel	29
2.4.2. Fabry-Perot-Etalon	30
3. Stand der Forschung	31
Schwingende Membranen als Sensoren	31
Akustische Oberflächenwellen	32
Temperaturmessung und deren Anwendungen	33
4. Experimenteller Aufbau - Schwingungsphänomene	35
4.1. Optische Anregung von Membranschwingungen	35
4.2. Anregung von Oberflächenwellen	36
4.2.1. Transiente Gitter	36
4.2.2. Statische Gitter	38
4.3. Detektion von Oberflächenwellen	39
4.3.1. Knife-edge Methode	39
4.3.2. Beugungs-Methode	40
5. Experimenteller Aufbau - Temperaturmessung	43
5.1. Laseraufbau	43
5.1.1. Anregung und Detektion mit dem Laser	43
5.1.2. Transiente thermische Gitter	44

5.2. Mikroskopaufbau	45
5.2.1. Statische Messmethode	45
5.2.2. Gepulste Messmethode	46
5.2.3. Tiefe Temperaturen	47
6. Ergebnisse und Diskussion - Schwingungsphänomene	49
6.1. Schwingungen von Siliziummembranen	49
6.1.1. Resonante Laseranregung	49
6.1.2. Laufzeiten aus Wellenpaketen	51
6.2. Akustische Oberflächenwellen	53
6.2.1. Frequenz und Amplitude	54
6.2.2. Kohärente Kontrolle von SAWs	55
6.2.3. Rayleighgeschwindigkeit und Dispersion	57
6.2.4. Anisotropie und Dämpfung	59
Anisotropie	59
Dämpfung	60
7. Ergebnisse und Diskussion - Temperaturmessung	63
7.1. Spektrale Daten	63
7.1.1. Dielektrische Funktion von Silizium	63
7.1.2. Transmissionspektren bei verschiedenen Temperaturen	64
7.1.3. Alterungsprozess	65
7.2. Laseraufbau	67
7.2.1. Statische Messungen	67
7.2.2. Transiente Gitter	68
7.3. Mikroskopaufbau bei verschiedenen Temperaturen	69
7.3.1. Eichung von 6 - 1683 K	69
7.3.2. Auflösungsvermögen bei Raumtemperatur	71
7.3.3. Skalierbarkeit der Temperaturdaten	73
7.4. Anwendungen der Messmethode	73
7.4.1. Wärmeleitfähigkeit in dünnen Membranen	74
7.4.2. Thermische Diode durch ballistischen Phononentransport	76
7.4.3. Thermische Ankopplung von Indiumraspeln	81
7.4.4. Nickel-Nanodreiecke und deren Eigenschaften	84
Herstellung und Temperatureichung	85
Statische Messung	86
Zeitaufgelöste Messung	88
8. Ausblick	93
8.1. Schwingende Siliziummembranen	93
8.2. Akustische Oberflächenwellen	95
8.2.1. Phasenwechselmedien	95
8.3. Thermische Eigenschaften	96
9. Zusammenfassung	101
Schwingende Siliziummembranen	101
Akustische Oberflächenwellen	101

Thermische Eigenschaften von Siliziummembranen	102
A. Anhang	103
Literaturverzeichnis	105
Danksagung	113

1. Einleitung

Per Definition werden Gitterschwingungen in Festkörpern als Phononen bezeichnet. Phononen sind Quasiteilchen und lassen sich sowohl im Wellen- als auch im Teilchenbild beschreiben. Im wissenschaftlichen Alltag wird zumeist nur der hochfrequente Teil ab Frequenzen von GHz des Spektrums als solche bezeichnet. Abbildung 1.1 zeigt eine Darstellung von 18 Dekaden des Phononenspektrums mit Zuordnung einzelner Frequenzbereiche zu verschiedenen, bekannten Effekten. In rot sind die Bänder unterlegt, die in dieser Arbeit Gehör finden.

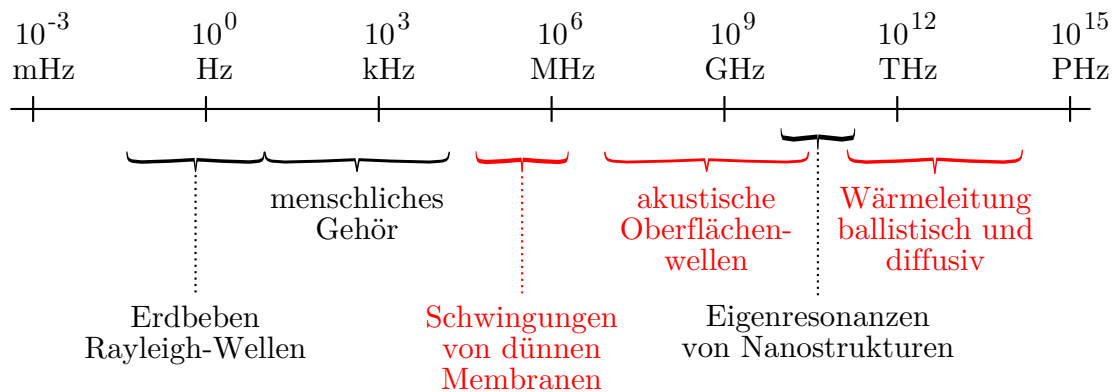


Abbildung 1.1.: Anregung von Schwingungsphänomenen (Phononen) über knapp 18 Dekaden des Frequenzspektrums. Die rot markierten Elemente werden in dieser Arbeit besprochen.

Ernst Florens Friedrich Chladni veröffentlichte 1787 die Schrift „Entdeckungen über die Theorie des Klanges“ und zeigt in den tabellarischen Anhängen mögliche Modenformen schwingender Platten, so in den Tabellen VIII bis X am Beispiel einer quadratischen Geometrie [Chl87]. Dass hörbarer Klang nur ein Teil des Phononenspektrums darstellt, haben wir in Abbildung 1.1 bereits gesehen. Die Möglichkeit, Oszillationen einer Oberfläche oder dünnen Schicht sichtbar zu machen, fasziniert bis heute. Da mechanische Eigenschaften wie Biegesteifigkeit oder interne Spannung die auftretenden Resonanzen maßgeblich bestimmen, können wir experimentell diesen Zusammenhang umkehren: Wir messen die Resonanzen und schließen auf die mechanischen Eigenschaften zurück. So gelingt die Charakterisierung beliebiger Materialien oder Materialsysteme wie den hier vorgestellten Siliziummembranen.

Hierzu werden wir einen rein laserbasierten Aufbau kennen lernen, der es ermöglicht, die auftretenden Resonanzen von Siliziummembranen anzuregen und zu detektieren. Darüber hinaus werden laufende Wellenpakete in den Membranen erzeugt, deren Geschwindigkeiten genau bestimmt werden können. Aus diesen Informationen schließen wir auf die interne Spannung der Siliziummembranen.

Erstmals wurde die Form der Wellenausbreitung an Oberflächen von John William Strutt (Lord Rayleigh) 1885 mathematisch beschrieben [Ray85]. Die nach ihm benannten Rayleighwellen tauchen in der Literatur auch unter den Namen akustische Oberflächenwellen (SAW¹) oder Oberflächenphononen auf. Den technologischen Durchbruch feierten die SAWs mit der Erfindung des Interdigitalwandlers (IDT) durch White und Voltmer 1965 [WV65] und die beginnende Massenfertigung Ende der 70er Jahre. Mit der Verwendung piezoelektrischer Materialien wurden IDT-Bauelemente vor allem in der Frequenzfilterung in Telekommunikationssystemen eingesetzt. Die hohe Güte der Resonatoren favorisiert die Verwendung dieses mechanischen Systems gegenüber rein elektronischen Bauelementen. In den letzten Jahren ergaben sich neue Anwendungsgebiete mit sogenannten MEMS-Systemen (mikroelektromechanisch). So können beispielsweise Zellen in einem mikrofluidischen Lab-on-a-Chip System sortiert [FBS⁺10] oder photonische Kristalle mit SAWs beeinflusst werden [DLS05, JJWM08].

Wir werden akustische Oberflächenwellen mit einer Laserinterferenztechnologie auf verschiedenen Substraten wie Glas, Silizium und Saphir erzeugen und mittels Knife-Edge- und Beugungsmethoden detektieren. Aus den Signalen bestimmen wir die Frequenz, Amplitude, Dispersion, akustische Anisotropie und Dämpfung der Rayleighwellen. In einem SAW-Interferenzexperiment wird die kohärente Kontrolle über die Wellenausbreitung demonstriert.

Unsere Umgebungstemperatur beschäftigt uns im alltäglichen Leben mehr, als vieles andere. So wurde bereits im 1. Jahrhundert von Heron erkannt, dass sich Luft bei Erwärmung ausdehnt. Die Geburtsstunde des ersten Thermometers ist historisch umstritten. Sie geht an der Wende vom 16. zum 17. Jahrhundert auf Drebbel, Fludd, Santorio und Galileo zurück.

Heute wird die omnipräsente Temperaturmessung mit Alkoholthermometern, elektronisch über Thermoelemente und Halbleiterdioden oder berührungsfrei mit Pyrometern bewerkstelligt. Die Temperatur ist uns so wichtig, dass wir im 18. Jahrhundert sogar mehrere Skalen entwickelten (Fahrenheit, Kelvin und Celsius), die heute noch immer parallel zueinander Verwendung finden. Doch ist die Bestimmung der Temperatur nicht nur auf makroskopische Systeme wie einen ganzen Raum oder einen Kochtopf beschränkt. In Zeiten von „Mikro“, „Meso“ und „Nano“ sind wir auch an der Temperatur auf kleinsten Längenskalen interessiert und wollen die Messung möglichst ohne Einfluss auf das System bewerkstelligen. So entwickelte sich ein Zoo von Messsystemen um Temperaturverteilungen ermitteln können: unter anderem ein „Strahlungs-Tunnelmikroskop“ [DWFC⁺06] oder eine Technik basierend auf temperaturabhängiger Raman-Streuung [MEKM01]. Zumeist besitzen die Methoden jedoch entweder eine gute Temperaturauflösung, oder eine gute Ortsauflösung. Neben der Temperaturmessung selbst rückte der Kontrollaspekt über den Wärmefluss in den Vordergrund und es stellte sich die Frage: Was anfangen mit den Phononen? In voller Analogie zur Elektronik sind Bauelemente wie Transistoren, Gatter oder Speicher im Gespräch, der nächste Schritt hin zum „Phononencomputer“ zu werden [LWC04, WL07, WL08]. Über die fließenden Wärmemengen lässt sich auch auf die Wärmekapazität des Systems schließen. So entstand in den letzten Jahren das neue, vielversprechende Feld der „Nanokalorimetrie“ mit unterschiedlichsten Anwendungen [LLKZ10, LGGL⁺08, MS07].

¹aus dem Englischen: Surface Acoustic Wave, SAW

Um sowohl hohe Orts- wie auch Zeitauflösung zu erreichen, wird eine neue Methode zur berührungsfreien Temperaturmessung auf dünnen Siliziummembranen vorgestellt. Damit ist es möglich, thermische Effekte in einem Temperaturbereich von 6 bis 1700 K mit hoher Genauigkeit zu untersuchen. Neben der Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit der dünnen Siliziummembranen werden wir Nanostrukturen in und auf der Membran fertigen. Da die Wärmeausbreitung in Festkörpern über das Phononensystem beschrieben wird², werden wir über eine spezielle Anordnung von Löchern in der Membran den Phononenfluss kontrollieren. So gelingt die erste Realisierung und optische Messung einer thermischen Diode in Silizium. Anschließend bringen wir Nanostrukturen aus Nickel auf einer Membran auf, mit Hilfe einer Abschattungslitografie aus Kolloidmonolagen. Aus statischen und zeitaufgelösten Messungen können wir so auf die spezifische Wärme der Nickelnanostrukturen schließen.

Die Arbeit lässt sich also in drei Teile unterteilen: die Detektion von Schwingungsmoden von dünnen Siliziummembranen, die Anregung und Detektion akustischer Oberflächenwellen und die thermischen Eigenschaften der Siliziummembranen. Um das Verständnis für die weiterführenden Ausführungen zu legen, sollen zuerst die theoretischen Grundlagen und der aktuelle Stand der Forschung in den Kapiteln 2 und 3 dargelegt werden. Für alle drei Themengebiete werden wir auf rein optische Messmethoden zurückgreifen, die in den Kapiteln 4 und 5 beschreiben werden. Kapitel 6 befasst sich mit den Ergebnissen zu den schwingenden Membranen und akustischen Oberflächenwellen. Im Anschluss werden in Kapitel 7 die thermischen Eigenschaften der Siliziummembranen erläutert und die neuentwickelte Messmethode auf (Nano-)Strukturen in und auf der Membran erweitert. Zuletzt wird der Ausblick in Kapitel 8 mögliche weiterführende Experimente erörtern, bevor Kapitel 9 als Zusammenfassung die Arbeit abschließt.

²In bestimmten Halbleitern und Metallen kann Wärme auch über das elektronische System transportiert werden.

Unter dem Mantel dieser Doktorarbeit wurden die folgenden sechs Abschlussarbeiten angefertigt:

- *Optische Erzeugung und Detektion von hochfrequenten akustischen Oberflächenwellen*, Florian Habel, Diplomarbeit, Universität Konstanz (2010)
- *Nachweis von akustischen Oberflächenwellen mit dem Rastertunnelmikroskop*, Dominik Gollmer, Diplomarbeit, Universität Konstanz (2010)
- *Optische Untersuchung von Silizium-Membranen*, Roman Bek, Bachelorarbeit, Universität Konstanz (2010)
- *Thermische Messungen an Silizium-Membranen*, Judith Maier, Staatsexamensarbeit, Universität Konstanz (2011)
- *Thermische Effekte an strukturierten Siliziummembranen*, Tobias Jenne, Bachelorarbeit, Universität Konstanz (2011)
- *Optical research on silicon membranes: novel sensors*, Philipp Trocha, Bachelorarbeit in Swineburne/Australien (2011).

Die angerissenen Themengebiete der Dissertation gliedern sich in den Sonderforschungsbereich SFB767 „Controlled Nanosystems“, der Deutschen Forschungsgemeinschaft ein. Auszüge der Daten sind bereits in verschiedenen Fachjournalen publiziert oder in Vorbereitung dazu:

- *Nanostructuring of thin films by ns pulsed laser interference*, S. Riedel, M. Schmotz, P. Leiderer, J. Boneberg, Applied Physics A 101, 309 (2010)
- *Optical temperature measurements on thin free-standing silicon membranes*, M. Schmotz, P. Bookjans, E. Scheer, P. Leiderer, Review of Scientific Instruments 81, 114903 (2010)
- *Laser-induced surface phonons and their excitation of nanostructures*, M. Schmotz, D. Gollmer, F. Habel, A. Kolloch, S. Riedel, P. Leiderer, Chinese Journal of Physics 49, 527 (2011)
- *A thermal diode using phonon rectification*, M. Schmotz, J. Maier, E. Scheer, P. Leiderer, New Journal of Physics 13, 113027 (2011)

2. Grundlagen

Um die Basis zum Verständnis der vorliegenden Dissertation bereitzustellen, befasst sich dieses Kapitel mit den theoretischen Grundlagen von Phononen in Festkörpern. Im Folgenden bedienen wir uns der Elastizitätstheorie und beschreiben die Wellenausbreitung im Kontinuum. Um auf die zu untersuchenden Wellenphänomene hinzuarbeiten, schränken wir hernach die Geometrie ein. Zunächst durch Hinzufügen einer einzelnen Grenzfläche, die uns zu den akustischen Oberflächenwellen führt. Mit einer weiteren Grenzfläche bilden wir danach eine dünne Schicht, die zu Membran- oder Plattenschwingungen fähig ist.

Den hochfrequenten Teil des Phononspektrums lernen wir im Zuge des Fourieschen Gesetzes der Wärmeleitung genauer kennen und werden mögliche Phonon-Wechselwirkungen beleuchten, die zu einer Temperaturabhängigkeit der Wärmeleitfähigkeit führen. Hieraus entwickelt sich ein Modell für den ballistischen Wärmetransport. Im Anschluss werden wir die Wärmeausbreitung in dünnen Membranen beschreiben und den typischen Temperaturverlauf einer punktförmig geheizten Membran zeigen.

Den Abschluss bildet ein kurzes Kapitel über die optische Transmission durch dünne Schichten, was wir für die Auswertung benötigen werden.

Sofern nicht anders gekennzeichnet, lehnen sich die Ausführungen in diesem Kapitel an Kittel [Kit86], Landau-Lifshitz [LL70], Hagedorn [HD07] und Demtröder [Dem06] an.

2.1. Elastizitätstheorie und Oberflächenwellen

Ziel dieses Kapitels ist es, auf eine Beschreibung akustischer Oberflächenwellen, auch Rayleigh-Wellen genannt, hinzuarbeiten. Hierfür werden wir zuerst die Wellenausbreitung im elastischen Medium behandeln. Durch einen Symmetriebruch, die Einführung eines Halbraumes, gelangen wir so zu den Rayleigh-Wellen, deren Dämpfung wir im Anschluss behandeln.

2.1.1. Wellen im elastischen Medium

Betrachten wir ein Volumenelement eines homogenen und isotrop elastischen Mediums. Die Auslenkung aus der Ruhelage sei bezeichnet mit u_i . σ_{ij} beschreibe die Spannungskomponente in die Richtung der x_j -Achse auf eine Fläche senkrecht zur x_i -Achse, mit $i, j = 1, 2, 3$. Stellen wir nun Newtons Gesetz für dieses Volumenelement auf, so erhalten wir die Bewegungsgleichungen in der Form

$$\rho u_{i,tt} - \sum_{j=1}^3 \sigma_{ij,j} = 0, \quad (2.1)$$

wobei die Ableitungen über $u_{i,tt} = \partial^2 u_i / \partial t^2$ und $\sigma_{ij,j} = \partial \sigma_{ij} / \partial x_j$ umschrieben werden.

Die Aufgabe ist nun, die Komponenten des Spannungstensors σ in Abhängigkeit der Verschiebungen u_i zu schreiben. Hierzu nutzen wir die bekannte Formulierung des Hookeschen Gesetztes [LL70]

$$\sigma_{ij} = \lambda \left(\sum_{k=1}^3 \epsilon_{kk} \right) \delta_{ij} + 2\mu \epsilon_{ij}, \quad (2.2)$$

wobei λ und μ als die Lamé Parameter bekannt sind. Diese können durch die Materialparameter des Youngschen Moduls E , sowie des Poissonverhältnis ν ausgedrückt werden

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1-2\nu)(1+\nu)} \quad \text{und} \quad \mu = \frac{E}{2(1+\nu)}. \quad (2.3)$$

Da das Verhältnis aus Verformung und Verschiebung geschrieben werden kann als

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}), \quad (2.4)$$

können wir dieses (2.4) in (2.2) einsetzen und erhalten

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} &= \lambda \left(\sum_{k=1}^3 u_{k,k} \right) \delta_{ij} + \mu (u_{i,j} + u_{j,i}) \\ \text{oder} \quad \sigma_{ij} &= \lambda (\nabla \vec{u}) \delta_{ij} + \mu (u_{i,j} + u_{j,i}). \end{aligned} \quad (2.5)$$

Mit (2.5) läßt sich nun die Bewegungsgleichung (2.1) umformulieren in

$$\rho \vec{u}_{,tt} - (\lambda + \mu) \nabla (\nabla \vec{u}) - \mu \nabla^2 \vec{u} = 0. \quad (2.6)$$

Diese Darstellung ist auch bekannt als Naviers-Gleichung für ein elastisches Kontinuum.

Nach Helmholtz ist das Vektorfeld \vec{u} nun aufteilbar in eine rotationsfreie, longitudinale Komponente \vec{u}_L und eine divergenzfreie, transversale Scherkomponente \vec{u}_S

$$\vec{u} = \vec{u}_L + \vec{u}_S \quad (2.7)$$

mit den soeben genannten Bedingungen

$$\nabla \times \vec{u}_L = 0 \quad \text{und} \quad \nabla \cdot \vec{u}_S = 0. \quad (2.8)$$

In einem elastischen Medium bezeichnet man laufende Wellen, die sich über \vec{u}_L beschreiben lassen, auch als Primär- oder P-Wellen. Diese entsprechen Druckwellen. Im Gegensatz zu Scherwellen, die als Sekundär- oder S-Wellen aus Auslenkungen der Art \vec{u}_S bestehen.

Nutzen wir nun (2.7) in der Navier-Gleichung (2.6), so erhalten wir

$$\rho(\vec{u}_{L,tt} + \vec{u}_{S,tt}) - \nabla(\nabla \vec{u}_L) - \mu \nabla^2(\vec{u}_L + \vec{u}_S) = 0. \quad (2.9)$$

Aus diesem Ausdruck lassen sich nun in bekannter Weise die Wellengleichungen extrahieren. Hierzu werden sowohl die Rotation, als auch die Divergenz von (2.9) gebildet, die Bedingungen aus (2.8) eingesetzt und Komponenten verglichen.

Wir können damit schreiben

$$\rho \vec{u}_{L,tt} - (\lambda + 2\mu) \nabla^2 \vec{u}_L = 0 \quad (2.10)$$

$$\rho \vec{u}_{S,tt} - \mu \nabla^2 \vec{u}_S = 0. \quad (2.11)$$

Führen wir zusätzlich entsprechende longitudinale und transversale Schallgeschwindigkeiten c_L und c_S in (2.10) und (2.11) ein, so erhalten wir die Standardform der Wellengleichung

$$\vec{u}_{L,tt} - c_L^2 \nabla^2 \vec{u}_L = 0 \quad (2.12)$$

$$\vec{u}_{S,tt} - c_S^2 \nabla^2 \vec{u}_S = 0 \quad (2.13)$$

mit

$$c_L = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} \quad \text{und} \quad c_S = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}. \quad (2.14)$$

Mit den Lamé-Parametern aus (2.3) gelangen wir auf die die gängigere Formulierung

$$c_L = \sqrt{\frac{E}{\rho(1+\nu)} \left(\frac{1-\nu}{1-2\nu} \right)} \quad \text{und} \quad c_S = \sqrt{\frac{E}{2\rho(1+\nu)}}. \quad (2.15)$$

Einen weiteren, abschließenden Aspekt lässt sich noch aus dem Verhältnis der beiden Schallgeschwindigkeiten in (2.15) ziehen

$$\frac{c_L}{c_S} = \sqrt{\frac{2(1-\nu)}{1-2\nu}}. \quad (2.16)$$

Es ist ersichtlich aus (2.16), dass immer $c_L/c_S > 1$ gilt. Die Geschwindigkeit der P-Welle ist also immer größer als die der S-Welle.

2.1.2. Rayleighwellen

In vorhergehenden Kapitel sind wir von einem unendlich ausgedehnten, elastischen und isotropen Medium ausgegangen. Nun brechen wir die Symmetrie durch die Betrachtung nur eines Halbraumes, der sich in $-x_2$ -Richtung ausdehnt. Die Flächennormale auf die Grenzfläche definieren wir als x_2 -Achse, wohingegen die zu betrachtende Welle in x_1 -Richtung propagiert. Die harmonische Welle bestehe sowohl aus einem longitudinalen, als auch einem transversalen Anteil

$$\begin{aligned} \vec{u}(x_1, x_2, t) &= \vec{u}_L(x_1, x_2, t) + \vec{u}_S(x_1, x_2, t) \\ &= \vec{Y}_L(x_2) e^{i(kx_1 - \omega t)} + \vec{Y}_S(x_2) e^{i(kx_1 - \omega t)}, \end{aligned} \quad (2.17)$$

wobei \vec{Y}_L und \vec{Y}_S zwei Funktionen in x_2 sind, ω die Kreisfrequenz und k die Wellenzahl. Setzen wir diese Ausdrücke für \vec{u}_L und \vec{u}_S in die Wellengleichungen (2.12) und (2.13) ein, so erhalten wir allgemein

$$\frac{\partial^2}{\partial x_2^2} \vec{Y}_J + \left(\frac{\omega^2}{c_J^2} - k^2 \right) \vec{Y}_J = 0, \quad (2.18)$$

wobei der Index J entweder für L oder S steht. Betrachten wir nun den Fall, dass

$$\frac{\omega^2}{c_J^2} - k^2 := -k_J^2 < 0. \quad (2.19)$$

Hiermit kann die Lösung zu (2.18) in der Form

$$\vec{Y}_J(x_2) = \vec{A}_J e^{k_J x_2} + \vec{B}_J e^{-k_J x_2} \quad (2.20)$$

beschrieben werden. Da die Lösung zu (2.20) für $x_2 \rightarrow -\infty$ beschränkt sein muss, muss \vec{B}_J verschwinden. Wir können daher die Wellenform in (2.17) schreiben als

$$\vec{u} = \left(\vec{A}_L e^{k_L x_2} + \vec{A}_S e^{k_S x_2} \right) e^{i(kx_1 - \omega t)}. \quad (2.21)$$

An dieser Formulierung erkennen wir bereits, dass eine Welle dieser Art nur nahe der Grenzfläche propagieren kann. Die Eindringtiefe in den Festkörper ist in der Größenordnung der Wellenlänge.

Als nächstes gilt es eine Lösung für (2.21) zu finden. In Kapitel 2.1.1 hatten wir bereits Bedingungen für das Verschwinden der Divergenz und der Rotation des Auslenkungsfeldes \vec{u} beschrieben. Der longitudinale und transversale Anteil müssen nun auch wieder (2.8) erfüllen. Aus der Divergenzbedingung erhalten wir somit

$$\nabla \cdot \left(\vec{A}_S e^{k_S x_2} e^{i(kx_1 - \omega t)} \right) = 0 \quad \Rightarrow \quad A_{S2} = -\frac{ik}{k_S} A_{S1} \quad (2.22)$$

und aus der Rotation

$$\nabla \times \left(\vec{A}_L e^{k_L x_2} e^{i(kx_1 - \omega t)} \right) = 0 \quad \Rightarrow \quad A_{L2} = \frac{k_L}{ik} A_{L1} \quad \text{und} \quad A_{L3} = 0. \quad (2.23)$$

Setzen wir diese Bedingungen aus (2.22) und (2.23) in (2.21) ein, so erhalten wir für \vec{u} komponentenweise

$$u_1 = \left(A_{L1} e^{k_L x_2} + A_{S1} e^{k_S x_2} \right) e^{i(kx_1 - \omega t)} \quad (2.24)$$

$$u_2 = \left(\frac{k_L}{ik} A_{L1} e^{k_L x_2} - \frac{ik}{k_S} A_{S1} e^{k_S x_2} \right) e^{i(kx_1 - \omega t)}. \quad (2.25)$$

Betrachten wir nun die Symmetriebedingungen etwas genauer. An der Grenzfläche, d.h. bei $x_2 = 0$, müssen die Komponenten σ_{12} und σ_{22} des Stresstensors verschwinden, so dass wir aus (2.5) die folgenden Bedingungen gewinnen können

$$\sigma_{12}|_{x_2=0} = 0 \quad \Rightarrow \quad (u_{1,2} + u_{2,1})|_{x_2=0} = 0 \quad (2.26)$$

$$\sigma_{22}|_{x_2=0} = 0 \quad \Rightarrow \quad ((\lambda + 2\mu)(u_{1,1} + u_{2,2}) - 2\mu u_{1,1})|_{x_2=0} = 0. \quad (2.27)$$

In diese können wir nun die Formulierungen für die einzelnen Komponenten des Auslenkungsfeldes einsetzen. Aus (2.24) und (2.25) in (2.26) ergibt sich direkt

$$2k_L k_S A_{L1} + (k_S^2 + k^2) A_{S1} = 0. \quad (2.28)$$

Analog dazu behandeln wir (2.27). Hierbei eliminieren wir zusätzlich ω^2 aus den beiden Gleichungen (2.19) und verwenden die Geschwindigkeitsdefinitionen aus (2.14), um einen weiteren Zusammenhang der Vorfaktoren A zu erhalten

$$(k^2 + k_S^2) A_{L1} + 2k^2 A_{S1} = 0. \quad (2.29)$$

A_{L1} und A_{S1} besitzen nur dann eine nicht triviale Lösung in (2.28) und (2.29), wenn gilt

$$4k_L k_S k^2 - (k^2 + k_S^2)^2 = 0. \quad (2.30)$$

Nutzen wir nun erneut die Definitionen (2.19) aus und führen

$$\xi = \frac{\omega}{c_S k} \quad (2.31)$$

ein, so gelangen wir nach Ausmultiplizieren und Umsortieren von (2.30) zur sogenannten Rayleighgleichung

$$\xi^6 - 8\xi^4 + 8 \left(3 - \frac{2c_S^2}{c_L^2} \right) \xi^2 - 16 \left(1 - \frac{c_S^2}{c_L^2} \right) = 0. \quad (2.32)$$

ξ gewinnt hierbei die Bedeutung eines Geschwindigkeitsverhältnisses, da $\omega/k = c_R$ die Rayleighgeschwindigkeit darstellt, wird $\xi = c_R/c_S$. Betrachten wir nun dieses Verhältnis ein wenig genauer.

Für jedes Material ist c_S/c_L konstant. Jedoch sind nicht alle Lösungen von (2.32) in ξ mit der Dispersionsrelation erreichbar. Die Bedingungen aus (2.19) müssen weiterhin erfüllt bleiben, so dass

$$\frac{\xi}{c_L/c_S} - 1 < 0 \quad \text{und} \quad \xi - 1 < 0. \quad (2.33)$$

Da $c_L > c_S$, ist die zweite Bedingung in (2.33) nur erfüllbar, wenn $\xi < 1$. Damit ist die Phasengeschwindigkeit c_R der Rayleighwelle immer langsamer als die P- und S-Welle des selben Materials.

In [VT67] wird eine Näherungslösung für (2.32) in Abhängigkeit der Poissonzahl ν dargestellt. Danach ist

$$\xi = \frac{c_r}{c_S} = \frac{0,87 + 1,12\nu}{1 + \nu}. \quad (2.34)$$

In der Realität liegt ν etwa im Bereich von 0 bis 0,5, so dass ξ von 0,87 bis 0,96 variiert. Setzen wir (2.34) in (2.31) ein, so erhalten wir einen finalen Ausdruck der Rayleighgeschwindigkeit

$$c_R = \sqrt{\frac{E}{2\rho(1+\nu)}} \cdot \frac{0,87 + 1,12\nu}{1 + \nu}. \quad (2.35)$$

c_R ist nur von den Materialkonstanten E , ρ und ν abhängig, zeigt also eine lineare Dispersion.

Abschließend wollen wir noch die Bewegung der Oberfläche genauer unter die Lupe nehmen. Hierzu bilden wir den Realteil von (2.24) und (2.25) und finden für die Komponenten u_1 und u_2

$$u_1 = \underbrace{\left(A_{L1} e^{k_L x_2} + A_{S1} e^{k_S x_2} \right)}_a \cos(kx_1 - \omega t) \quad (2.36)$$

$$u_2 = \underbrace{\left(\frac{k_L}{k} A_{L1} e^{k_L x_2} + \frac{k}{k_S} A_{S1} e^{k_S x_2} \right)}_b \sin(kx_1 - \omega t). \quad (2.37)$$

Aus (2.36) und (2.37) lässt sich direkt folgern

$$\frac{u_1^2}{a^2} + \frac{u_2^2}{b^2} = 1, \quad (2.38)$$

was wir als Formulierung einer Ellipse wiedererkennen. Es wird außerdem klar, dass für $x_2 \rightarrow -\infty$ sowohl a , als auch b verschwinden. Alle Punkte des Kontinuums laufen somit auf elliptischen Bahnen in der x_1 - x_2 -Ebene, die immer kleiner werden desto weiter sie im Material liegen.

Abbildung 2.1 zeigt eine aus (2.36) und (2.37) gerechnete Darstellung einer Rayleighwelle. Die einzelnen Gitterpunkte bewegen sich auf elliptischen Bahnen, wie oben links mit

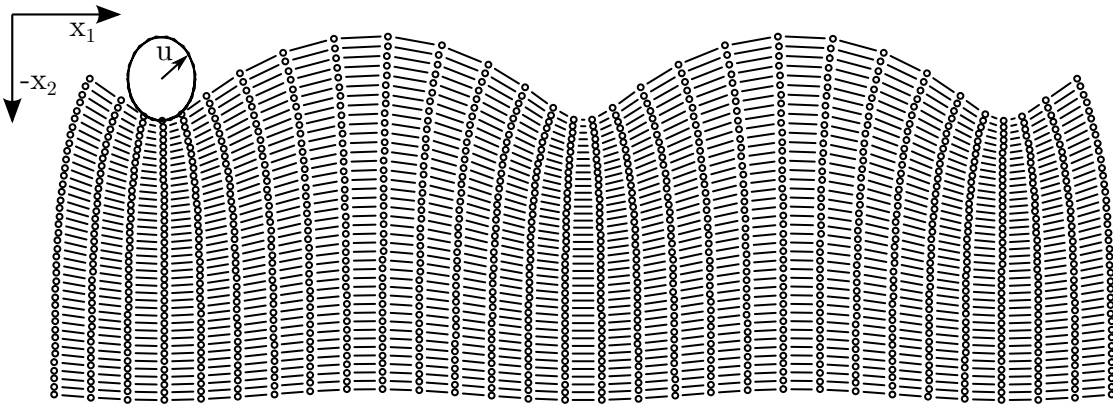


Abbildung 2.1.: Gerechnete Darstellung einer Rayleighwelle. Die einzelnen Gitterpunkte bewegen sich auf Ellipsen und die Auslenkung nimmt ins Volumen hin ab.

dem Verschiebungsvektor \vec{u} angedeutet. Die Eindringtiefe entspricht etwa der Wellenlänge. x_1 und x_2 sind zur besseren Darstellung nicht maßstabsgetreu skaliert.

2.1.3. Dämpfung

Im vorangegangenen Kapitel 2.1.2 sind wir von einem rein realen Wellenvektor k ausgegangen. Um die Dämpfung einer Rayleighwelle zu beleuchten, betrachten wir k als komplexe Zahl

$$k = k_r + ik_i. \quad (2.39)$$

Wie wir aus der Wellengleichung (2.18) ersehen, besteht die akustische Oberflächenwelle sowohl aus transversalen als auch aus longitudinalen Anteilen. Die Dissipationsmechanismen, die für Vollmaterial existieren, sind damit auch für Oberflächenwellen gültig [Mas70]. Wir fassen also den Klammerausdruck in (2.18) als eindringtiefenabhängigen Vorfaktor $\vec{u}_0(x_2)$ auf und schreiben mit (2.39)

$$\vec{u} = \vec{u}_0(x_2)e^{-k_i x_1} e^{i(k_r x_1 - \omega t)}. \quad (2.40)$$

Wir können k_i damit als ein Maß der Dämpfung ansehen, mit der die Amplitude der Welle in Laufrichtung x_1 abnimmt. Die Dämpfung ist über den Logarithmus eines Amplitudenverhältnisses aus (2.40) definiert und wird in der Einheit dB/cm angegeben. k_i ist

in dieser Definition der Abfall der Amplitude auf $1/e$ und es gilt

$$k_i = 20 \log_{10} \frac{\vec{u}(x_1 = 0)}{\vec{u}(x_1 = 1\text{cm})}. \quad (2.41)$$

Für ein besseres Verständnis betrachten wir nun die Viskosität des Festkörpers. In Kapitel 2.1.1 sind wir von einem isotropen Medium ausgegangen. Die Art, wie wir die Bewegungsgleichungen über den Spannungstensor aufgestellt hatten, ging von der Annahme aus, dass das System zu jeder Zeit im Gleichgewicht ist. Die Energie, die in einer Auslenkung steckt, wird dabei nicht beispielsweise in Wärme dissipiert, sondern bleibt erhalten. Die Viskosität des Körpers bremst die Relaxation einer Auslenkung zurück in ihren Gleichgewichtszustand. Die propagierende Welle muss Energie aufwenden, um „in Bewegung“ zu bleiben, was zu einer Dämpfung der Amplitude führt. Formal kann die Viskosität in die Bewegungsgleichungen eingebracht werden, indem der Spannungstensor additiv mit einem weiteren Beitrag $\sigma_{ij} + \sigma_{ij}'$ ergänzt wird.

Die Dämpfung hängt also von der Geschwindigkeit des Systems ab. Daher ist es interessant, ihre Abhängigkeit von ω zu errechnen. Hierzu gilt es, die gesamte dissipierte Energie¹ $P_{diss} = \langle E \rangle$ einer viskosen Bewegung mit dem mittleren Energiefluss \bar{E} der Bewegung zu vergleichen, da der Dämpfungskoeffizient definiert ist als

$$k_i = \frac{1/2 P_{diss}}{c \bar{E}}. \quad (2.42)$$

Die dissipierte Energie P_{diss} setzt sich im Allgemeinen zusammen aus der Veränderung der lokalen Temperatur T und der viskosen Dämpfung, beschrieben über eine dissipative Funktion Ψ

$$P_{diss} = \left\langle -\frac{\kappa}{T} \int (\nabla T)^2 dV - 2 \int \Psi dV \right\rangle. \quad (2.43)$$

κ ist die Wärmeleitfähigkeit. Es kann gezeigt werden, dass Ψ eine quadratische Funktion in $u_{ij,t}$ ist, so dass die dissipative Funktion für den Fall eines isotropen Mediums geschrieben werden kann als

$$\Psi = \eta (u_{ij,t} - \frac{1}{3} \delta_{ij} u_{kk,t})^2 + \frac{1}{2} \eta' u_{kk,t}^2. \quad (2.44)$$

η und η' sind zwei Terme des Viskositätstensors. Ferner ist der mittlere Energiefluss der Bewegung bestimmt als

$$\bar{E} = \rho \int \vec{u}_t^2 dV = \frac{1}{2} \rho \omega^2 \sum_i u_i^2. \quad (2.45)$$

Betrachten wir nun transversale Wellen. Für diesen Fall gibt es keine Temperaturunterschiede im betrachteten Volumenelement, so dass der erste Term in (2.43) weg fällt. Die konstante Temperatur entsteht aus der Annahme einer näherungsweise adiabatischen Bewegung. Hierfür ist die Entropieänderung im System nur abhängig von den Diagonalelementen u_{ii} , die bei transversaler Bewegung Null sind. Ebenso fallen die letzten beiden Terme in (2.44) weg. Wir finden mit diesen Annahmen aus Gleichung (2.42) mit (2.43) - (2.45) daher

$$k_i = \frac{\eta \omega^2}{2 \rho c_S^3}. \quad (2.46)$$

¹Dies ist eine Leistung.

Bei longitudinalen Wellen muss η durch ein effektives η_{eff} ersetzt werden, da hier die Diagonalelemente in u nicht verschwinden. Die bemerkenswerte Abhängigkeit der Dämpfungskonstante von ω^2 bleibt auch hier erhalten und schließt so die Wechselwirkung mit thermischen Phononen mit ein.

Andere Dämpfungsmechanismen wie

- Streuung an Oberflächendefekten
- Streuung an Kristalldefekten
- Wechselwirkung mit Ladungsträgern
- Dämpfung durch das Umgebungsmaterial

werden im Rahmen der Beschreibung hier vernachlässigt, da der Anteil der oben beschriebenen viskosen Dämpfung dominiert.

2.2. Membran- und Plattenschwingungen

In diesem Kapitel schränken wir die Geometrie im Vergleich zu 2.1.2 weiter ein. Es behandelt Schwingungsphänomene von dünnen Membranen bzw. Platten. Zuerst wird allgemein hergeleitet wie eine Schwingung auf einer freien Membran beschrieben werden kann. Randbedingungen spezialisieren die Lösung und führen zu der Beschreibung einer eingespannten Membran. Um ein realistischeres Modell für die vorliegenden Experimente an Silizium zu erhalten, werden Materialparameter wie der Youngsche Modul oder die Poissonzahl eingeführt, die zu der allgemeinen Beschreibung der bekannten Kirchhoff-Rayleigh-Platte führen. Im Anschluss wird dieses Problem durch Randbedingungen für den Fall einer eingespannten Membran gerechnet und eine Formulierung zur Beschreibung der auftretenden Moden gefunden. Den Abschluss bildet die Betrachtung der Ausbreitung von Wellen in einer solchen Kirchhoff-Platte.

2.2.1. Schwingungen einer Rechteckmembran

Für die Beschreibung der Membran mit konstanter Dicke h wählen wir kartesische Koordinaten x, y und betrachten ein Volumenelement der Ausdehnung $h\Delta x\Delta y$. Die Membranspannung sei $T = \sigma h$, wobei die Hauptspannungen σ in x und y als konstant und gleich über die gesamte Membran angenommen werden. $\mu = \rho h$ ist die Massendichte mit ρ als Dichte des Materials. Die Feldvariable $w(x, y, t)$ beschreibe die Form der Membran an jedem Ort, zu jeder Zeit t . Die Newton'sche Bewegungsgleichung lautet somit

$$(\mu\Delta x\Delta y) w_{,tt} = T\Delta y \left(\frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{x+\Delta x,y} - \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{x,y} \right) + T\Delta x \left(\frac{\partial w}{\partial y} \Big|_{x,y+\Delta y} - \frac{\partial w}{\partial y} \Big|_{x,y} \right). \quad (2.47)$$

Division durch $\Delta x\Delta y$ und der Übergang ins Kontinuum führt auf

$$w_{,tt} - c^2\nabla^2 w = 0 \quad (2.48)$$

mit dem Laplace Operator

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$$

und der Geschwindigkeit einer transversalen Welle

$$c = \sqrt{\frac{T}{\mu}}. \quad (2.49)$$

Diese allgemeine Bewegungsgleichung soll nun in ein Eigenwertproblem überführt werden, so dass wir eine Formulierung der möglichen Eigenfrequenzen erhalten. Gesucht ist also eine Lösung von Gleichung (2.48) mit dem Ansatz

$$w(x, y, t) = W(x, y)e^{i\omega t}, \quad (2.50)$$

wobei $W(x, y)$ die Eigenfunktionen und ω die Kreisfrequenz darstellt. Einsetzen von (2.50) in (2.48) liefert somit die Helmholtz Gleichung

$$\nabla^2 W + \frac{\omega^2}{c^2} W = 0. \quad (2.51)$$

Wir wählen nun eine rechteckige Membran der Kantenlängen a und b , deren Randlinie fixiert ist. Die Randbedingungen lauten also

$$W(0, y) = W(a, y) = W(x, 0) = W(x, b) = 0. \quad (2.52)$$

In Anlehnung an die bekannte Lösung einer frei schwingenden Saite nehmen wir einen separierten Lösungsansatz für W an mit der Form

$$W(x, y) = B e^{i(k_x x + k_y y)} \quad (2.53)$$

mit einer komplexen Amplitude B und den Wellenvektoren k . Einsetzen von (2.53) in Gleichung (2.51) liefert die Dispersionsrelation der Membran

$$-k_x^2 - k_y^2 + \frac{\omega^2}{c^2} = 0. \quad (2.54)$$

Die Separation der Gleichung in die Wellenvektorkomponenten zeigt, dass die Lösung die Form $k_x = \pm\alpha$ und $k_y = \pm\beta$ haben muss, so dass $\alpha^2 + \beta^2 = \omega^2/c^2$ gilt. Wir können die Lösung der Helmholtz-Gleichung (2.51) daher mit komplexen Amplituden B_i schreiben als

$$W(x, y) = (B_1 e^{i\alpha x} + B_2 e^{-i\alpha x})(B_3 e^{i\beta y} + B_4 e^{-i\beta y}). \quad (2.55)$$

Betrachten wir nur die Realteile, so lässt sich (2.55) auch umformulieren zu

$$\begin{aligned} W(x, y) = & A_1 \cos \alpha x \cos \beta y + A_2 \cos \alpha x \sin \beta y \\ & + A_3 \sin \alpha x \cos \beta y + A_4 \sin \alpha x \sin \beta y. \end{aligned} \quad (2.56)$$

Hier ist die oszillatorische Form der Lösung gut zu erkennen. Ausnutzen der Randbedingungen 1 und 3 aus (2.52) in (2.56) liefert die Lösung

$$W(x, y) = A_4 \sin \alpha x \sin \beta y, \quad (2.57)$$

wobei A_4 eine reale Amplitude darstellt. Weiteres Einsetzen der verbleibenden Randbedingungen führt zu den Gleichungen

$$\sin \alpha a \sin \beta y = 0 \quad \text{und} \quad \sin \alpha x \sin \beta b = 0,$$

die nur dann erfüllt sein können, wenn

$$\alpha = \frac{m\pi}{a} \quad \text{und} \quad \beta = \frac{n\pi}{b}, \quad m, n = 1, 2, \dots \infty. \quad (2.58)$$

Die daraus gebildeten Eigenfunktionen $W^{(m,n)} = \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}$ sind orthogonal zueinander, so dass eine allgemeine Lösung als Superposition dieser gebildet werden kann. Setzen wir nun die Modenbedingung aus Gleichung (2.58) in die Lösung der Dispersionsrelation aus (2.54) ein, so erhalten wir eine Bedingung für die möglichen Eigenfrequenzen der Membran

$$\omega_{(m,n)} = \pi c \sqrt{\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}}. \quad (2.59)$$

Interessant an Gleichung (2.59) ist, dass es für bestimmte Verhältnisse von a/b Paare von Eigenmoden gibt, die dieselbe Frequenz besitzen. So gilt beispielsweise für $a/b = 4/3$ die Gleichheit von $\omega_{(3,5)} = \omega_{(5,4)}$ oder $\omega_{(8,3)} = \omega_{(4,6)}$. Diese voneinander unabhängigen Eigenmoden werden auch entartete Moden genannt. Ferner kann gezeigt werden, dass eine beliebige Linearkombination zweier entarteter Moden wiederum eine unabhängige Lösung mit derselben Frequenz darstellt. Der Lösungsraum dieser entarteten Moden weist daher eine gewisse Isotropie auf, die auf die Symmetrie des Problems zurückzuführen ist.

2.2.2. Kirchhoff-Rayleigh-Platte

Die Herleitung der Bewegungsgleichung einer zweidimensionalen Platte mit endlicher Biegesteifheit

$$\rho h w_{,tt} - I \nabla^2 w_{,tt} + D \nabla^4 w = q(x, y, t) \quad (2.60)$$

kann in einschlägiger Standardliteratur im Detail nachempfunden werden [HD07]. Die Variablenbezeichnungen entsprechen denen aus Kapitel 2.2.1. Zusätzlich definieren wir das Trägheitsmoment $I = \int_{h/2}^{-h/2} \rho z^2 dz$ und die Materialkonstante $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$ mit dem Elastizitätsmodul (engl: Young's modulus) E und der Poissonzahl ν . Das betrachtete Volumenelement wird von der externen Kraft q getrieben und die vierte räumliche Ableitung ergibt $\nabla^4 = \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4}$. Der Rechenweg startet mit einer Formulierung der Biegespannung in Abhängigkeit der Dehnung nach dem Hook'schen Gesetz. Verknüpft man nun die Auslenkung der Platte mit dieser Dehnung, so lässt sich eine Bewegungsgleichung und zwei Impulsgleichungen über die Spannungskomponenten definieren. Aus diesen dreien und Einsetzen der definierten Spannungsergebnisse folgt letztendlich Gleichung (2.60), die auch als Bewegungsgleichung der Kirchhoff-Rayleigh-Platte bekannt ist. Vernachlässigt man zudem die Rotationsträgheit $I \nabla^2 w_{,tt}$, so gelangen wir zur normalen Bewegungsgleichung einer Kirchhoff-Platte, die wir im Folgenden genauer betrachten werden. Zur weiteren Vereinfachung schalten wir die äußere Kraftverteilung aus ($q = 0$), so dass die Platte frei schwingen kann

$$\rho h w_{,tt} + D \nabla^4 w = 0. \quad (2.61)$$

Wir suchen also erneut eine Lösung der Form von Gleichung (2.50), die wir in (2.61) einsetzen. Mit der Definition $\gamma^4 = \omega^2 \rho h / D$ erhalten wir daraus

$$(\nabla^4 - \gamma^4)W = (\nabla^2 + \gamma^2)(\nabla^2 - \gamma^2)W = 0. \quad (2.62)$$

Da die beiden Operatoren $(\nabla^2 + \gamma^2)$ und $(\nabla^2 - \gamma^2)$ kommutieren, gibt es eine Lösung der Form

$$W(x, y) = W_1(x, y) + W_2(x, y), \quad (2.63)$$

wobei wir für W_1 und W_2 getrennte Lösungen suchen können

$$(\nabla^2 + \gamma^2)W_1(x, y) = 0 \quad (2.64)$$

$$(\nabla^2 - \gamma^2)W_2(x, y) = 0. \quad (2.65)$$

Den ersten Term (2.64) für W_1 erkennen wir als die Helmholtz-Gleichung aus Kapitel 2.2.1 wieder und er wird entsprechend gelöst, vergleiche Gleichung (2.56). Für den zweiten Term (2.65) nutzen wir einen Produktansatz $W_2(x, y) = X(x)Y(y)$ mit den Lösungsfunktionen X und Y , die in den Koordinaten getrennt sind. Setzen wir diesen in (2.65) ein, so ergibt sich

$$\frac{1}{X} \frac{d^2 X}{dx^2} + \frac{1}{Y} \frac{d^2 Y}{dy^2} - \gamma^2 = 0. \quad (2.66)$$

Gleichung (2.66) erinnert an die Dispersionsrelation der Membran in (2.54), so dass wir auch hier eine nicht-triviale Lösung für die Bedingung $\bar{\alpha}^2 + \bar{\beta}^2 = \gamma^2$ finden können mit den Definitionen

$$\frac{1}{X} \frac{d^2 X}{dx^2} = \bar{\alpha}^2 \quad \text{und} \quad \frac{1}{Y} \frac{d^2 Y}{dy^2} = \bar{\beta}^2. \quad (2.67)$$

Die Lösung für (2.67) findet sich in den hyperbolischen sin- und cos-Funktionen, so dass

$$X(x) = C_1 \sinh \bar{\alpha} x + C_2 \cosh \bar{\alpha} x \quad \text{und} \quad Y(y) = C_3 \sinh \bar{\beta} y + C_4 \cosh \bar{\beta} y \quad (2.68)$$

mit beliebigen Konstanten C_i . Die allgemeine Lösung zu Gleichung (2.60) ist nach (2.63) also die ausmultiplizierte Linearkombination aus (2.56) und (2.68).

In Analogie zu Kapitel 2.2.1 wählen wir für die folgende Betrachtung geeignete Randbedingungen, um zu einer Formulierung der möglichen Eigenfrequenzen einer einfach unterstützten Platte zu gelangen. Das bedeutet, dass sowohl die Amplituden W , als auch die Krümmungen $W_{,ii}$ an den Rändern verschwinden

$$W|_{x=0,a} = W|_{y=0,b} = W_{,xx}|_{x=0,a} = W_{,yy}|_{y=0,b}$$

Aus diesen Randbedingungen bleibt nur eine Bedingung der Lösung übrig, wie wir für die Membran bereits in Gleichung (2.57) gesehen haben,

$$W(x, y) = A_4 \sin \alpha x \sin \beta y,$$

die nur dann erfüllt sein kann, wenn $\sin \alpha a \sin \beta b = 0$ und $\sin \alpha x \sin \beta y = 0$ gilt. Hieraus folgt erneut

$$\alpha = \frac{m\pi}{a} \quad \text{und} \quad \beta = \frac{n\pi}{b}, \quad m, n = 1, 2, \dots, \infty$$

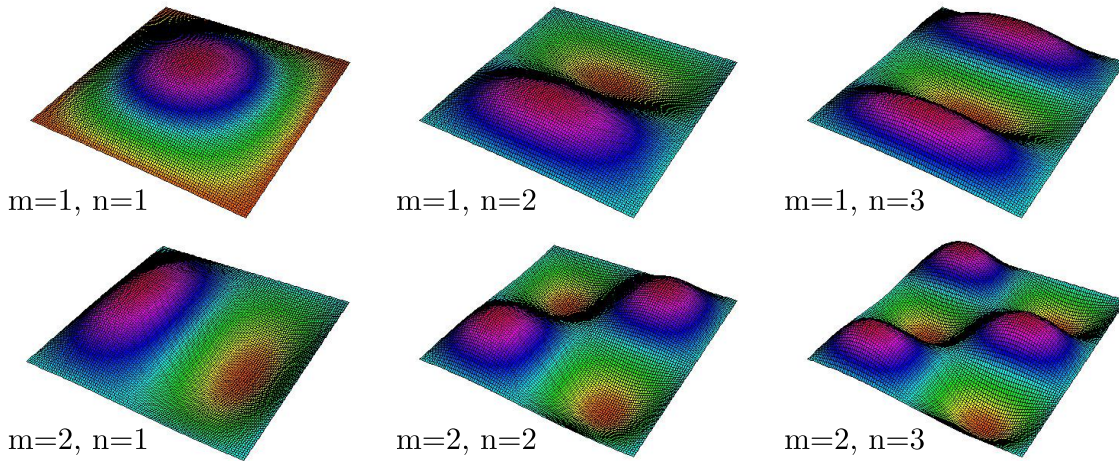


Abbildung 2.2.: Darstellung der Eigenmoden einer einfach unterstützten, quadratischen Kirchhoff-Rayleigh-Platte bis $m = 2$ und $n = 3$.

was zu der Formulierung der möglichen Eigenfrequenzen $\omega_{(m,n)}$ führt

$$\omega_{(m,n)} = \pi^2 \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right) \sqrt{\frac{D}{\rho h}}. \quad (2.69)$$

Die allgemeine Lösung für die Amplitudenfunktion w ergibt sich damit zu

$$w(x, y, t) = \sum_{m,n=1}^{\infty} A_{(m,n)} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \sin \left[t\pi^2 \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right) \sqrt{\frac{D}{\rho h}} + A_{(m,n)}^* \right] \quad (2.70)$$

mit $A_{(m,n)}$ und $A_{(m,n)}^*$ als Konstanten, die von den Anfangsbedingungen bestimmt sind. Gleichung (2.70) ist in Abbildung 2.2 für die ersten zwei und drei Eigenmoden in x bzw. y gezeigt.

2.2.3. Wellenausbreitung in einer Platte

Den Eigenresonanzen, wie sie in Kapitel 2.2.1 und 2.2.2 beschrieben wurden, liegt die Ausbreitung von Wellen in der Membran bzw. Platte zu Grunde. Sie summieren sich zu einer räumlich stabilen Auslenkung auf, die den Gleichungen (2.59) und (2.69) genügen. Im Folgenden wird ausgehend von einer Kirchhoff-Platte ein Ausdruck für die Phasengeschwindigkeit errechnet, auch wenn wir aus Gleichung (2.69) bereits das Ergebnis erahnen können. Zuerst formulieren wir Gleichung (2.61) aus

$$\rho h w_{,tt} + D(w_{,xxxx} + 2w_{,xxyy} + w_{,yyyy}) = 0$$

damit wir den Ansatz einer laufenden Welle

$$w(x, y, t) = Ae^{i(k_x x + k_y y - \omega t)}$$

einfach einsetzen können. Mit $k^2 = k_x^2 + k_y^2$ ergibt sich damit die Dispersionsrelation der Kirchhoff-Platte zu

$$\rho h \omega^2 - Dk^4 = 0. \quad (2.71)$$

Hieraus lässt sich leicht die Phasengeschwindigkeit bestimmen

$$c_{\text{phase},K} = \frac{\omega}{k} = \sqrt{\frac{Dk^2}{\rho h}} = \sqrt{\frac{Eh^2k^2}{12\rho(1-\nu^2)}}. \quad (2.72)$$

Deutlich zu erkennen an (2.72) ist, dass die Phasengeschwindigkeit ohne obere Beschränkung mit dem Wellenvektor immer weiter anwächst. Dies ist physikalisch unrealistisch. In Kapitel 2.2.2 hatten wir die Rotationsträgheit vernachlässigt, um auf eine Formulierung für die Rayleigh-Platte zu gelangen. Schließen wir diese nun in die Dispersionsrelation ein, d.h. lösen wir Gleichung (2.60) mit einer harmonischen Welle, erhalten wir die Dispersionsrelation der Kirchhoff-Rayleigh-Platte

$$\rho h \omega^2 + \rho \frac{h^3}{12} k^2 \omega^2 - Dk^4 = 0 \quad (2.73)$$

mit $I = \rho h^3/12$ aus der Integration über die Membrandicke. Dementsprechend ändert sich der Ausdruck für die Phasengeschwindigkeit

$$c_{\text{phase},KR} = \sqrt{\frac{Dk^2}{\rho h + \rho h^3 k^2/12}} = \sqrt{\frac{E}{\rho(1-\nu^2)} \frac{h^2 k^2}{(12 + h^2 k^2)}}. \quad (2.74)$$

Das Einführen des Trägheitsmoments limitiert nun die Frequenz bei immer weiter ansteigenden Wellenzahlen, wie es physikalisch erwartet wird.

2.3. Wärmetransport und Wärmeleitfähigkeit

Nun widmen wir uns dem hochfrequenten Teil des Phononenspektrums: den thermischen Phononen. Im Folgenden werden wir das Fouriersche Gesetz kennen lernen und mögliche Phonon-Phonon Wechselwirkungen diskutieren, die Einfluss auf die Wärmeleitfähigkeit eines Materials nehmen. Hernach betrachten wir den Wärmetransport in dünnen Membranen, in dem wir den Temperaturverlauf ausgehend von einer Punktquelle beschreiben. Aus dem statischen Fall leiten wir zum Abschluss den dynamischen ab, um die fließende Gesamtwärmemenge in einem zweidimensionalen System zu bestimmen.

2.3.1. Fouriersches Gesetz

In voller Analogie zum Ohmschen Gesetz beschreibt das Fouriersche Gesetz den Transport von Wärme, getrieben von einem äußeren Gradienten, der Temperatur

$$j = -\kappa \nabla T. \quad (2.75)$$

j ist hier als Wärmefluss definiert, der Energie also, die durch eine vorgegebene Fläche pro Zeiteinheit fließt. κ ist die Proportionalitätskonstante, die wir im Weiteren als Wärmeleitfähigkeit bezeichnen werden. Aus der Definition von j können wir bereits ablesen, dass sich in diesem Fall die Wärme diffusiv ausbreitet. Der Wärmefluss hängt nur von lokalen Gradienten, aber nicht von der Dimension oder Länge des betrachteten Objekts ab.

Bedienen wir uns nun der kinetische Gastheorie, um den Wärmetransport im Phononengas zu beschreiben: In einem Raumgebiet gefüllt mit identischen Partikeln herrsche ein

Temperaturungleichgewicht vor, beispielsweise ein Gradient über das gesamte Gebiet. Die Teilchen bewegen sich diffusiv und stoßen untereinander. Betrachtet man nun ein einzelnes Teilchen mit der Wärmekapazität ζ , so ändert dieses seine Energie E , wenn es von einem Ort zum anderen gelangt gemäß $\Delta E = -\zeta \Delta T$. Legt es zwischen zwei Stößen eine Wegstrecke l zurück so kann ΔT auch über den lokalen Temperaturgradienten $\Delta T = \nabla T l$ beschrieben werden. Um nun auf eine Formulierung wie Formel (2.75) zu gelangen, muss die Bewegung der Teilchen als Fluss definiert werden. Für einen ein-dimensionalen Strom der Partikeldichte n ist dies $j_{Tl} = 1/3 n \langle v \rangle$, mit $\langle v \rangle$ als mittlere Geschwindigkeit. Der Energiefluss lässt sich daher bestimmen zu

$$j = j_{Tl} E = -\frac{1}{3} n \langle v \rangle \zeta \nabla T = -\frac{1}{3} n \langle v \rangle \zeta l \nabla T. \quad (2.76)$$

Setzen wir nun in Formel (2.76) noch eine konstante Partikelgeschwindigkeit voraus und definieren eine gesamte Wärmekapazität $C = n\zeta$ für alle n Partikel, so ergibt sich

$$j = -\frac{1}{3} C v l \nabla T. \quad (2.77)$$

Die Proportionalität vom Temperaturgradienten

$$\kappa = \frac{1}{3} C v l \quad (2.78)$$

wird als Wärmeleitfähigkeit bezeichnet.

Im Bild der Wärmeleitfähigkeit von Festkörpern entsprechen Phononen den hier beschriebenen Teilchen. Es ist ersichtlich, dass κ von oben beschriebener Wegstrecke l abhängt. Betrachtet man l gemittelt über ein gesamtes Ensemble, so spricht man auch von der mittleren freien Weglänge. Im folgenden Kapitel wollen wir einen Festkörper im Phononenbild genauer betrachten und das Konzept der freien Weglänge auf verschiedene Temperaturbereiche anwenden.

2.3.2. Phonon-Phonon Wechselwirkung

In Kapitel 2.3.1 haben wir gelernt, dass die Wärmeleitfähigkeit κ von der freien Weglänge der Phononen im Festkörper abhängt. Unter der Annahme rein harmonischer Kräfte im Festkörperkristall würde diese jedoch unendlich groß werden, da keine Wechselwirkung zwischen verschiedenen Phononen existieren kann. Erst anharmonische Effekte im Gitter führen zu Phonon-Phonon Wechselwirkungen, die dem Phononengas einen Widerstand entgegen bringen. Im Folgenden werden für verschiedene Temperaturbereiche verschiedene Wechselwirkungen aufgeführt, die zu einer Einschränkung der freien Weglänge und damit auch zu einer Veränderung von κ führen. Wir werden also eine Beschreibung von κ finden, die eine Temperaturabhängigkeit zeigt.

Betrachten wir zunächst sogenannte Drei-Phononen-Stöße. Es muss sowohl Energie- als auch Impulserhaltung gelten, so dass der Quasiimpuls aller involvierten Phononen konstant bleibt. Man unterscheidet dabei zwischen Normal- und Umklappprozessen. Bei einem Normalprozess vernichten sich zwei Phononen zu Gunsten eines dritten. Dessen Wellenvektor liegt dabei weiterhin innerhalb der ersten Brillouin-Zone, so dass der Gesamtquasiimpuls erhalten bleibt. Dies hat interessanterweise keinen Einfluss auf die Wärmeleitfähigkeit, da der Impulsfluss der Phononen nicht behindert wird. Liegt das dritte Phonon

jedoch außerhalb der ersten Brillouin-Zone, so gilt die Quasiimpulserhaltung nur bis auf Vielfache des reziproken Gittervektors. Der Impulsfluss wird somit behindert und beeinflusst damit die Wärmeleitfähigkeit.

Bei sehr **hohen Temperaturen** (oberhalb der Debye-Temperatur T_D) sind die niedrigen Energiezustände besetzt. Die Frequenz der Mehrzahl der angeregten Phononen ist mit der Debye-Frequenz vergleichbar und die Wellenvektoren der dominanten Phononen liegen am Rand der Brillouin-Zone. Jeder Stoß führt zu einem Phonon außerhalb der Zone und es überwiegen die Umklappprozesse. Die Stoßfrequenz der Phononen bestimmt daher, wie stark der Impulsfluss behindert wird. Diese ist zum einen proportional zur Anzahl der Phononen und damit zur Temperatur, zum anderen reziprok proportional zur mittleren freien Weglänge. Mit Gleichung (2.78) sehen wir, dass in diesem Bereich

$$\kappa_{T>T_D} \propto \frac{1}{T} \quad (2.79)$$

gilt.

In einem **mittleren Temperaturbereich** unterhalb T_D treten sowohl Normal- als auch Umklapp-Prozesse auf. Die Häufigkeit letzterer ist boltzmannverteilt, so dass die Wärmeleitfähigkeit vom Boltzmann-Faktor abhängt

$$\kappa_{T\leq T_D} \propto e^{-\frac{T_D}{2T}}. \quad (2.80)$$

Bei **tiefen Temperaturen** liegen alle Wellenvektoren innerhalb der Brillouinzone. Die vorherrschenden drei Phononen-Stöße sind Normal-Prozesse und tragen daher nicht zum Wärmewiderstand bei. Die Phononen stoßen nur noch an den Kristallfehlern oder äußeren Grenzflächen des Festkörpers, so dass die freie Weglänge durch die Probengeometrie bestimmt ist. Gleichung (2.78) wird damit unabhängig von l und die einzige Abhängigkeit bleibt in der Wärmekapazität C . Im Debye'schen Modell geht diese mit T^3 , so dass wir in diesem Temperaturbereich schreiben können

$$\kappa \propto T^3. \quad (2.81)$$

2.3.3. Wärmeleitung in eingeschränkter Geometrie

Ausgehend von Kapitel 2.3.1 suchen wir nun eine Formulierung für den Temperaturverlauf in einem quasi-zweidimensionalen System, einer Membran. Hierzu lösen wir Gleichung (2.77) zunächst nur in einer Dimension auf und übertragen dies anschließend auf eine Membran. Zunächst gehen wir von einem dünnen Stab der Querschnittsfläche A aus, um den 1D Fall zu bestimmen. Die Wärmeflussdichte j beschreibt die Wärmemenge ΔQ , die pro Zeiteinheit Δt durch eine Fläche A fließt² $j = \frac{\Delta Q}{\Delta t A} = \frac{\dot{Q}}{A}$. Wir können den Wärmefluss \dot{Q} also schreiben als

$$\dot{Q} = -\kappa A \nabla T = -\kappa A \frac{\Delta T}{L}, \quad (2.82)$$

wobei die Länge des Stabes auf L und der Temperaturunterschied zwischen den Endflächen auf ΔT fixiert wurde.

²Für den eindimensionalen Fall ist die Bezeichnung „Fläche“ unglücklich. Hier sollte eher von einer „Dichte“ gesprochen werden.

Machen wir nun den Übergang vom Stab auf den zweidimensionalen Fall einer dünnen Platte oder Membran der Dicke d . Im Gegensatz zu vorhin wird die Membran in einem Punkt (Zentrum) auf eine höhere Temperatur gebracht. Der Temperaturgradient existiert damit nur entlang einer radialen Komponente $\nabla T = dT/dr$. Der Azimutwinkel wird bei Isotropie vernachlässigt. Unter diesen Voraussetzungen ist die durchflossene Fläche aber vom Abstand r zum heißen Zentrum abhängig ($A = 2\pi r d$). Wir lösen nun Gleichung (2.82) nach dem Temperaturgradienten auf, um eine Beschreibung des Temperaturverlaufes zu erhalten

$$\nabla T = \frac{-\dot{Q}}{2\pi\kappa r d}.$$

Integration über dr bis zu einem beliebigen Radius ergibt damit

$$T(r) = \frac{-\dot{Q}}{2\pi\kappa d} \ln r - T_0 = \frac{-\dot{Q}}{2\pi\kappa d} \ln \frac{r}{r_0} \quad (2.83)$$

mit den Integrationskonstanten T_0 bzw. r_0 . Obige Annahmen gelten für den Fall, dass κ über den betrachteten Temperaturbereich konstant ist. In realen Systemen ist dies jedoch nicht der Fall. Das hat zur Folge, dass die logarithmische Form der soeben beschriebenen Temperaturverläufe mit einem $\kappa(T)$ korrigiert werden muss. Interessanterweise besitzt Gleichung (2.83) zusätzlich auch eine Zeitabhängigkeit in \dot{Q} , was den Zugang zur Berechnung einer Gesamtwärmemenge erlaubt. Beides wird uns in der Auswertung nochmals begegnen.

2.3.4. Dynamischer Temperaturverlauf in Membranen

Aus der Wärmeflussgleichung (2.82) lässt sich auch eine dynamische Formulierung ableiten, mit der es möglich ist, die fließende Wärmemenge in Abhängigkeit der Zeit darzustellen. Geht keine Wärme durch andere Prozesse wie Strahlung oder Konvektion verloren, so fließt im statischen Fall bei der bereits in Kapitel 2.3.3 verwendeten radialen Symmetrie durch jeden Kreisring mit Radius r die selbe Wärmemenge. Wird die Wärme nun nicht statisch, sondern beispielsweise gepulst in die Membran eingekoppelt, so kann der Wärmefluss zwischen zwei Zeitpunkten t_0 und t_1 berechnet werden.

Wir formulieren dafür (2.82) um, indem wir die Fläche A durch eine radiusabhängige Größe $A(r)$ ersetzen, die Weglänge l in eine infinitesimal kleine Strecke umwandeln über die eine infinitesimale Temperatur abfällt

$$\frac{dQ}{dt} = -\kappa A(r) \frac{dT(r, t)}{dr}. \quad (2.84)$$

Machen wir nun den schon angedeuteten Schritt hin zur radialen Symmetrie und setzen mit der Membrandicke d für $A(r) = 2\pi r d$. Das Differenzial in Q lösen wir durch Integration in t über zwei Zeitpunkte t_0 und t_1

$$Q = \int_{t_0}^{t_1} -\kappa 2\pi r d \frac{dT(r, t)}{dr} dt. \quad (2.85)$$

Dies lässt sich nun in eine diskrete Form bringen, indem wir den integralen Ausdruck zurück in eine Summe entwickeln³. Dazu wird der Temperaturgradient als Differenz zwi-

³Dieser Ausdruck ist damit möglichst nahe an einem realen Experiment, wo in diskreten Zeitschritten gemessen wird.

schen zwei Orten A und B im Abstand Δr aufgefasst und über alle Zeitintervalle Δt zwischen t_0 und t_1 aussummiert

$$Q = \sum_{t_0}^{t_1} \kappa 2\pi d \frac{r_A + r_B}{2} \frac{T(A, t) - T(B, t)}{\Delta r} \Delta t. \quad (2.86)$$

Als Radius setzen wir in diesem Fall den Mittelwert aus den beiden Radien an den Punkten A und B , r_A und r_B .

Kennen wir also die Wärmeleitfähigkeit, so können wir aus (2.85) bzw. (2.86) die fließende Wärmemenge errechnen. Dies ist vor allem interessant, wenn wir Zyklen definieren. Die Membran ist am Anfang des Zyklus in einem thermischen Gleichgewicht mit ihrem Rand und durchläuft beispielsweise ein Aufheizen und wieder Abkühlen. Gelangt die Membran am Ende des Zyklus wieder ins Gleichgewicht, können wir die gesamte Wärmemenge errechnen, die absorbiert wurde.

2.4. Transmission durch dielektrische Schichten

Die Messmethoden, die in dieser Arbeit Verwendung finden, sind rein optisch. Die untersuchten Systeme sind Festkörper. Um die theoretische Grundlagen für die Licht-Materie Wechselwirkung zu legen, werden wir im Folgenden kurz die Formeln von Fresnel erläutern und im Anschluss die Transmission durch ein Fabry-Perot-Etalon über die Transfermatrixmethode beschreiben.

2.4.1. Die Formeln von Fresnel

Licht wird als elektromagnetische Welle über die Maxwell-Gleichungen beschrieben. Die auftretenden Felder werden über typische Materialparameter wie die Permittivität und die Permeabilität ans Material gekoppelt und entsprechend reflektiert oder transmittiert. Aus den Maxwell-Gleichungen lassen sich das Reflexionsgesetz und das Brechungsgesetz nach Snellius herleiten.

Betrachten wir eine Grenzfläche zwischen zwei isotropen Materialien mit den Brechungsindizes n_1 und n_2 . Licht fällt senkrecht aus Material eins ein. In diesem Spezialfall spielt die Polarisation des Lichtes keine Rolle und wir müssen nicht zwischen Einfallswinkel und Ausfallswinkel unterscheiden. Für den Reflexions- und Transmissionskoeffizienten r und t finden wir

$$r_{12} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \quad \text{und} \quad t_{12} = \frac{2n_1}{n_1 + n_2}. \quad (2.87)$$

Dieser Ausdruck spaltet sich für nicht senkrechten Einfall in zwei Polarisationsteile auf, parallel und senkrecht zur Einfallsebene. Hinzu kommen Winkelfunktionen aus der Brechung des Lichts. Der allgemeine Ausdruck liefert uns keine weiteren Informationen und kann in der Standardliteratur nachgeschlagen werden.

Die beiden Koeffizienten r und t sind für Felder gerechnet. Wollen wir auf die messbaren Größen des Reflektions- und Transmissionsgrades R und T hinaus, so müssen die zu Intensitäten quadrierten Werte aus Gleichung (2.87) verwendet werden.

2.4.2. Fabry-Perot-Etalon

Nehmen wir nicht, wie soeben beschrieben, nur die Reflexion oder Transmission an einer einzelnen Grenzfläche an, sondern fügen parallel dazu noch eine weitere ein. Der an der ersten Grenzfläche transmittierte Strahl wird an der zweiten teilweise reflektiert und transmittiert. Der hier reflektierte Anteil gelangt wieder an die erste Grenzfläche zurück. Das Licht wird also zwischen den beiden Grenzflächen hin und her geworfen. Je nach Abstand der Flächen können die im Gesamten transmittierten oder reflektierten Anteile konstruktiv oder destruktiv interferieren.

Ein Fabry-Perot-Etalon basiert auf genau diesem Prinzip. Strahlen wir farbiges Licht auf das Etalon, so sehen wir in den Spektren, sowohl in Transmission, als auch in Reflexion, die typischen Fabry-Perot Oszillationen. Dieses Verhalten lässt sich mit der Transfermatrixmethode rechnerisch beschreiben, die wir kurz erläutern wollen.

Nehmen wir zunächst erneut senkrechten Einfall des Lichts entlang der x-Achse an und definieren die Feldvektoren

$$\vec{E}_i = \begin{pmatrix} E_i^+ \\ E_i^- \end{pmatrix}$$

in den Materialien $i = 1, 2$. Die Komponenten $^+$ und $^-$ geben die positive bzw. negative Richtung in x an. Wir können die Felder beim Übergang von 1 nach 2 über eine sogenannte Transfermatrix \mathbf{M}_{21} ineinander überführen

$$\vec{E}_2 = \mathbf{M}_{21} \vec{E}_1 \quad \text{mit} \quad \mathbf{M}_{21} = \frac{1}{t_{21}} \begin{pmatrix} 1 & -r_{21} \\ -r_{21} & 1 \end{pmatrix}. \quad (2.88)$$

Betrachten wir nun das Licht, das innerhalb des zweiten Materials (einer Schicht der Dicke d) von der einen Grenzflächen zur anderen läuft. Innerhalb des Mediums findet keine Reflexion statt, so dass wir für die Transfermatrix die optischen Lauflängen beachten müssen. Die Felder $\vec{E}_{2,(x)}$ an den Flächen $x = 0$ und $x = d$ können daher über

$$\vec{E}_{2,(d)} = \mathbf{T}_2(d) \vec{E}_{2,(0)} \quad \text{mit} \quad \mathbf{T}_2(x) = \begin{pmatrix} e^{i2\pi \frac{n_2}{\lambda} x} & 0 \\ 0 & e^{-i2\pi \frac{n_2}{\lambda} x} \end{pmatrix} \quad (2.89)$$

ineinander übertragen werden. Jede weitere Schicht wird mit einem weiteren Satz an Transfermatrizen aus den Gleichungen (2.88) und (2.89) beschrieben und die Matrizen miteinander multipliziert. Mit der Methode können wir also die Transmission und Reflexion eines Schichtsystems unterschiedlicher Materialien oder das Verhalten eines Fabry-Perot Etalon berechnen. Die in der Arbeit verwendete Simulationssoftware Scout2 [The01] verwendet die Transfermatrixmethode zur Berechnung der Lichtintensitäten in beliebigen Schichtsystemen.

Führen wir dies im Fall der Transmission durch ein Fabry-Perot-Etalon der Dicke d explizit aus, so ergibt sich nach dem Auflösen der entstehenden, geometrischen Reihe

$$\vec{E}_t = \vec{E}_0 \cdot t_{12} e^{i2\pi \frac{n_2}{\lambda} d} \cdot \sum_{j=0}^{\infty} \left(r_{21} e^{i2\pi \frac{n_2}{\lambda} d} \right)^{2j} t_{21}$$

für die messbare Größe der Intensität

$$I_t = I_0 \frac{1}{1 + F^2 \sin^2(2\pi \frac{n_2}{\lambda} d)} \quad \text{mit} \quad F^2 = \frac{4R}{(1 - R)^2}. \quad (2.90)$$

F wird als Finesse bezeichnet und stellt ein Maß für die Güte des Etalons dar.

3. Stand der Forschung

Im folgenden Kapitel soll der aktuelle Stand der Forschung dargestellt werden. Wir werden zuerst die jüngsten Messungen an resonant getriebenen Siliziummembranen kennenlernen, die sich zur Detektion kleiner Massen eignen und die interne Spannung aufzeigen. Für die akustischen Oberflächenwellen werden wir Daten zur Dispersionsrelation und Dämpfungswerte verschiedener Materialien sehen. Zuletzt sollen aktuelle Anwendungen verschiedener Temperaturmessmethoden vorgestellt werden. Insbesondere werden wir auf die Bestimmung der temperatur aufgelösten Wärmeleitfähigkeit für Siliziumfilme eingehen und Realisierungen von thermischen Dioden aufzeigen.

Schwingende Membranen als Sensoren

Schwingungsfähige Systeme als Sensoren für Massenbelegungen zu verwenden ist keine wirklich neue Idee, wenn wir an die Quarzwaagen zur Schichtdickenbestimmung in thermischen Verdampfern denken. Isarakon et al. gelang jüngst die Herstellung eines Sensors, basierend auf einer runden Siliziummembran mit $1500\ \mu\text{m}$ Durchmesser. Die Membran wurde über einen epitaktisch aufgewachsenen, piezoelektrischen PZT-Film in Resonanz versetzt und es wurden polystyrene Kolloide als zusätzliche, definierte Masse verwendet. Im Experiment erreichte die Gruppe ein Auflösungsvermögen von $10^{-12}\ \text{g/Hz}$ bei einer Mindestmasse von $5\ \text{ng}$ [IBS⁺10].

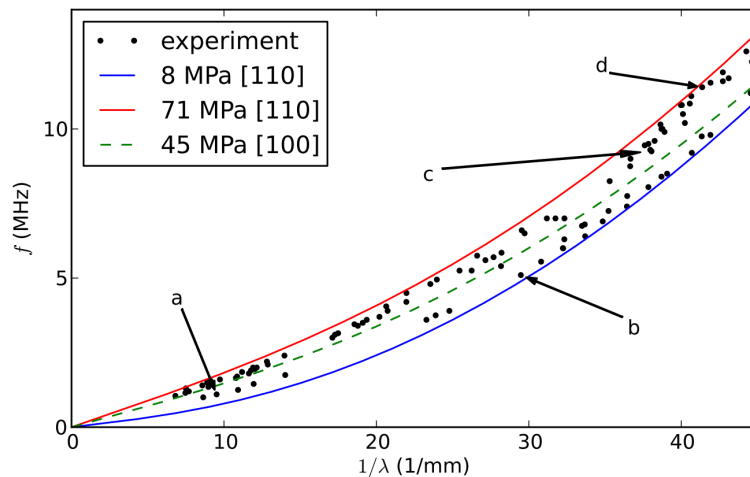


Abbildung 3.1.: Dispersionsrelation einer $714 \times 691\ \mu\text{m}^2$ großen Siliziummembran aus [WNH⁺12]. Für verschiedene Ausbreitungsrichtungen auf der Membran zeigen sich verschiedene Werte der internen Spannung.

Waitz et al. untersuchten die Modenformen von Siliziummembranen bis 12 MHz und zeigten damit die Dispersionsrelation für diesen Frequenzbereich [WNH⁺12]. Zur Anre-

gung wurden die Membransubstrate mit einem Piezoaktuator angeregt und die Modenformen über ein stroboskopisch beleuchtetes, abbildendes Weißlichtinterferometer dargestellt. Die Dispersionsrelation spaltet sich dabei in mehrere Äste auf, die verschiedenen Ausbreitungsrichtungen der lokalisierten Moden auf der Membran entsprechen, wie in Abbildung 3.1 dargestellt. Aus den Daten konnte die interne Spannung der verwendeten Membran der Größe $714 \times 691 \mu\text{m}^2$, je nach Kristallrichtung zwischen 8 und 45 MPa festgelegt werden.

Akustische Oberflächenwellen

Propagieren SAWs nicht auf einer reinen Festkörperoberfläche, sondern in einem Schichtsystem, so ändert sich die Rayleighgeschwindigkeit mit steigender Frequenz, da die Welle mehr und mehr in der obersten Schicht lokalisiert ist. Neubrand und Hess zeigten den Einfluss von Gold- und Aluminiumfilmen auf Glassubstraten auf die Dispersionsrelation bis 100 MHz [NH92]. Sie erzeugten einen einzelnen, akustischen Puls und maßen die Auslenkung der Oberfläche mit einem Michelson-Interferometer. Aus den Fourierspektren konnten sie so die Phasengeschwindigkeiten der verschiedenen Frequenzkomponenten extrahieren. Abbildung 3.2 zeigt die Dispersionsrelationen, die linear mit der Frequenz ver-

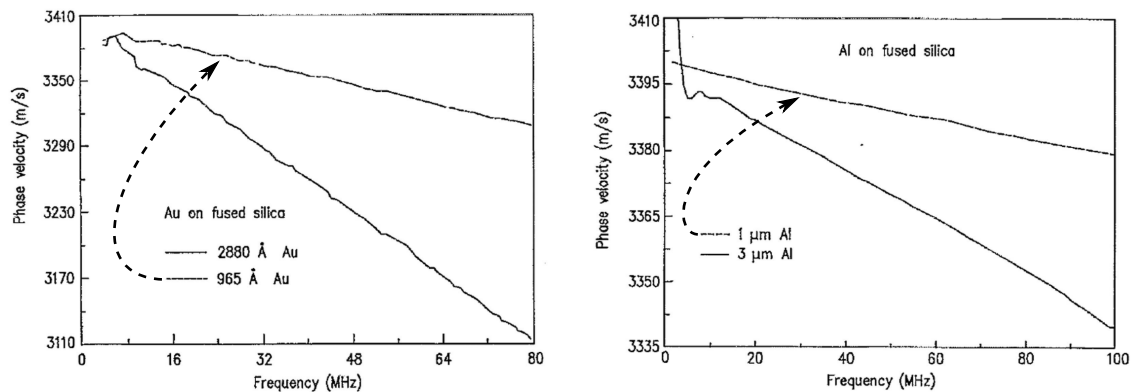


Abbildung 3.2.: Beide Graphen aus [NH92] zeigen die Dispersionsrelationen für Filme unterschiedlicher Dicke auf Glas. Links sind Goldfilme, rechts Aluminiumfilme gezeigt.

laufen und von der Schichtdicke abhängen. Aus der Extrapolation auf 0 MHz konnten die Autoren auf die Rayleighgeschwindigkeit des reinen Substrats schließen. Die Amplituden der SAWs erreichten bei den Experimenten Werte zwischen 1 und 5 Å.

Schwingende Systeme sind in der Regel nicht frei schwingend, sondern werden gedämpft. Bei experimentell bestimmten Werten für akustische Oberflächenwellen schweigt sich die Literatur jedoch fast vollständig aus. In Auld et al. findet man Dämpfungswerte für Wellen durch das Vollmaterial [Aul73], die nach Dransfeld et al. mit den Werten für SAWs vergleichbar sind [Mas70]. In Abbildung 3.3 ist eine Übersicht aus Auld für verschiedene Materialien bis 10 GHz gezeigt. Die Dämpfungskonstante ist in $\text{dB}/\mu\text{s}$ angegeben, was über die jeweilige, akustische Geschwindigkeit auf die hier verwendete Einheit dB/cm umgerechnet werden kann. Für Glas erhalten wir bei 1 GHz eine Dämpfung von etwa 30 dB/cm . Die Dämpfungskonstante für Silizium ist einer anderen Stelle in Auld entnommen und beträgt 10 dB/cm . Auf Saphir werden SAWs noch weniger gedämpft, mit etwa

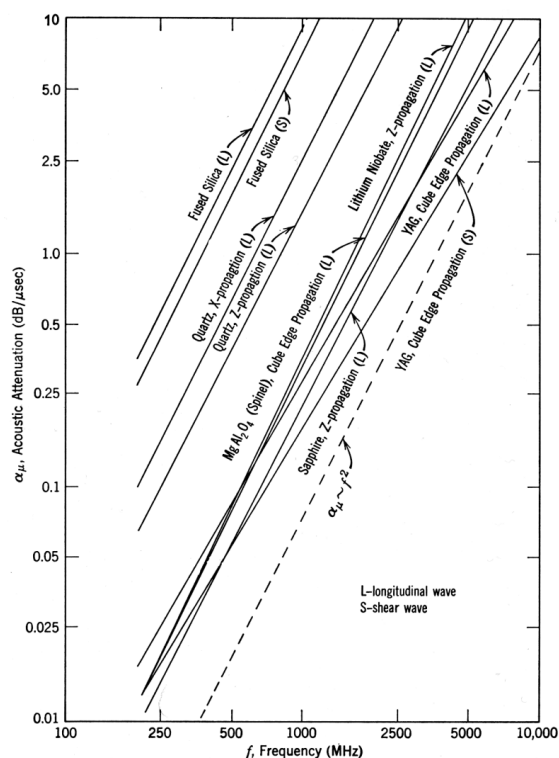


Abbildung 3.3.: Dämpfungswerte verschiedener Materialien für Wellen durch das Vollmaterial aus [Aul73]. Werte für Silizium entsprechen in etwa der Lithiumniobat Kurve. Gestrichelt ist die erwartete quadratische Abhängigkeit der Dämpfung von der Frequenz gezeigt.

2 dB/cm bei 1 GHz. In der Abbildung ist als gestrichelte Linie die erwartete quadratische Abhängigkeit der Dämpfung von der Frequenz mit eingezeichnet.

Temperaturmessung und deren Anwendungen

Einen umfangreichen Überblick über verschiedene Methoden zur elektrischen und optischen Messung der Wärmeleitfähigkeit κ von Siliziumfilmen geben McConnell und Goodson in ihrem Review Artikel von 2005 [MG05]. Sie diskutieren eine Reihe von Effekten, die bei dünnen Schichtdicken Einfluss auf κ nehmen können. Die Werte für einkristallines Silizium variieren zwischen 90 und 140 W/mK bei Schichtdicken von 0,4 bis 1,4 μm , je nach verwendeter Methode und Geometrie.

Die Temperaturabhängigkeit von κ wurde von Glassbrenner et al. vermessen [GS64]. Abbildung 3.4 zeigt die daraus entnommenen Graphen für Silizium-Vollmaterial. An die entsprechenden Temperaturbereiche wurden links die erwarteten, charakteristischen Temperaturabhängigkeiten geschrieben, die wir in Kapitel 2.3.2 kennengelernt haben und die rechts mit gestrichelten Linien nochmals benannt sind. Messungen an dünnen Filmen [ALWG97, ATG⁺98, AKKG02] oder Nanodrähten [LWK⁺03] vervollständigen das Bild und zeigen, dass bei tiefen Temperaturen Abweichungen vom Debyeschen T^3 -Gesetz auf Grund der eingeschränkten Geometrie auftreten.

Thermische Gleichrichtung sollte nach dem zweiten Hauptsatz der Thermodynamik nicht möglich sein. In der Literatur findet sich dennoch eine Reihe an experimentellen

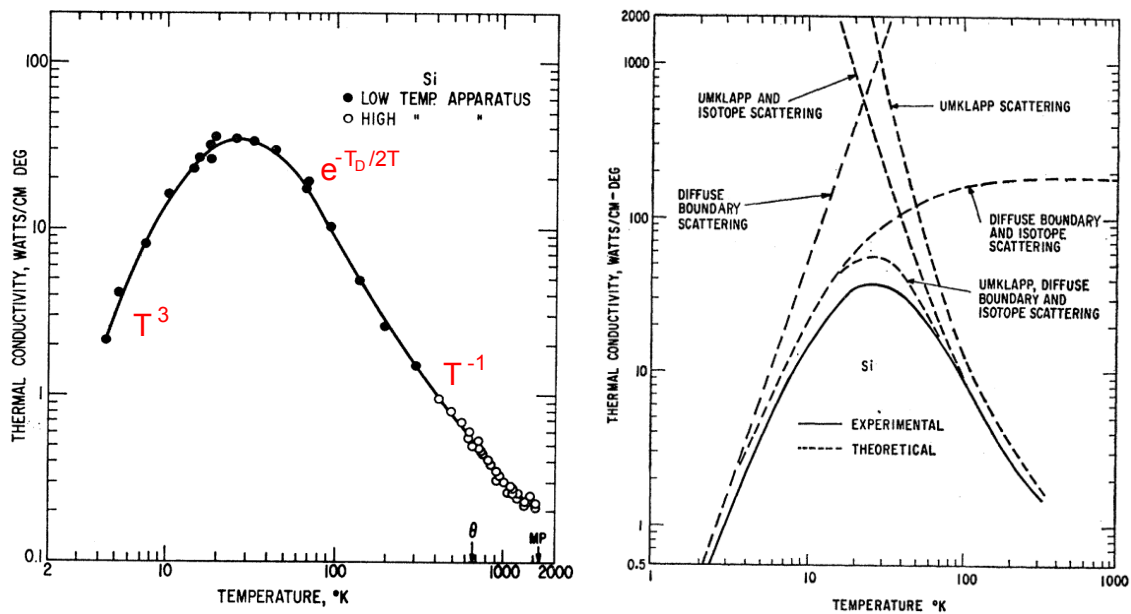


Abbildung 3.4.: Temperaturabhängige Wärmeleitfähigkeit (links) nach Glassbrenner et al. [GS64]. In den verschiedenen Temperaturbereichen dominieren unterschiedliche Streuprozesse der Phononen (rechts), vergleiche Kapitel 2.3.2.

Realisierungen, bei denen Phononen als Träger der Wärmeenergie eine Asymmetrie im Fluss aufweisen. So zeigten Chang, Li und Terraneo et al. einen Gleichrichteffekt des Wärmestromes in Kohlenstoff-Nanoröhren, die eine asymmetrische Massenverteilung auswiesen, von 2% bei Raumtemperatur [COMZ06, LWC04, TPC02]. In Quantenpunkten auf Galliumarsenid Basis, die asymmetrisch an ihre Zuleitungen gekoppelt waren, gelang Scheibner et al. ein Gleichrichtwert von 10,5% unterhalb 100 mK [SKR⁺08]. Bindet man zwei Kobaltoxide mit unterschiedlichen, temperaturabhängigen Wärmeleitfähigkeiten aneinander, so erhält man einen Gleichrichteffekt sogar im Vollmaterial. Kobayashi und Peyrard et al. zeigten dies unterhalb von 100 K mit einem Gleichrichtfaktor von 1,43 [KTT09, Pey06]. In einem niedrigeren Frequenzbereich um 1 MHz gelang Liang et al. die Gleichrichtung eines akustischen Flusses mit einem Verhältnis von $10^4:1$. Sie nutzten dazu ein nichtlineares Medium zur Frequenzverdopplung zusammen mit einem zweiten, das nur die zweite Harmonische passieren lässt [LGT⁺10].

4. Experimenteller Aufbau - Schwingungsphänomene

Dieses Kapitel befasst sich mit den experimentellen Aufbauten für die Anregung und Detektion von Membranschwingungen und akustischen Oberflächenwellen (SAWs¹). Zuerst wird der Aufbau zur Anregung und Detektion schwingender Membrane gezeigt. Im Anschluss werden wir kennenlernen, wie mit Hilfe von Laserinterferenztechniken akustische Oberflächenwellen angeregt werden können. Zum Abschluss soll auf zwei optische Messmethoden eingegangen werden, die als Nachweis der SAWs dienen.

4.1. Optische Anregung von Membranschwingungen

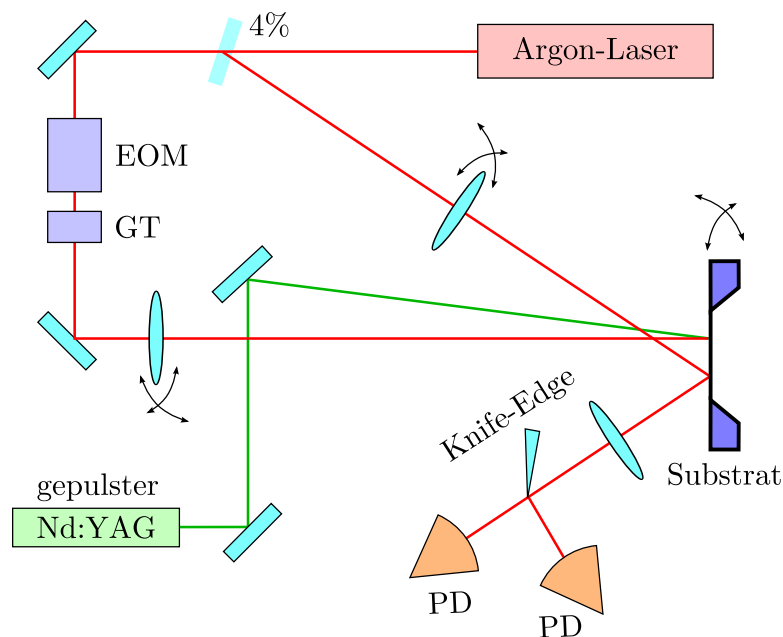


Abbildung 4.1.: Die Membran wird mit einem Argon-Laser (moduliert mit Elektro-Optischem-Modulator (EOM) und Glan-Taylor-Prisma (GT)) oder einem Nd:YAG-Laser (10 Hz Repetitionsrate) zu Schwingungen angeregt. Ein abgeschwächter Strahl des Gaslasers wird auf die Probe fokussiert und dessen Reflex über ein sogenanntes Knife-Edge auf zwei schnelle Photodioden (PD) aufgeteilt.

Die Membranen bestehen sofern nicht anderweitig gekennzeichnet aus 340 nm dünnem Silizium und haben eine Größe von ca. $700 \times 700 \mu\text{m}^2$ [WSS08]. Silizium weist besonders

¹engl: surface acoustic waves

im kurzwelligen Spektralbereich eine erhöhte Absorption auf, was durch die entstehenden Fabry-Perot Moden zusätzlich verstärkt wird. Abbildung 4.1 zeigt einen möglichen Aufbau zur Anregung und zur Detektion der Schwingungen. Mit den kurzen Laserpulsen können wir Wärme in die Membran einkoppeln, die sich im Fokus lokal ausdehnen wird. Diese Verformung propagiert über die Membran und bildet im Resonanzfall ein stehendes Wellenmuster auf der Oberfläche. Mit dem über den Elektro-Optischen-Modulator (EOM) und Glan-Taylor-Prisma (GT) modulierten Argon-Laser bei 488 nm Wellenlänge kann die Anregungsfrequenz auf die Resonanzbedingung der Membran eingestellt werden. Der mit nur 13 ns kurzen Pulsen arbeitende Nd:YAG-Laser erzeugt dahingegen kurze Wellenpakete mit breitem Frequenzspektrum, die über die Membran laufen. Ein schwächerer Strahl, der die Membran im Fokus nur minimal heizen kann, wird ebenso auf die Oberfläche fokussiert. Der direkte Reflex wird mit einem sogenannten Knife-Edge, dies kann eine mit Silber oder Aluminium bedampfte Bruchkante eines Glasplättchens oder Siliziumwavers sein, räumlich in zwei gleich große Anteile aufgeteilt. Ein jeder wird mit einer schnellen Photodiode mit Anstiegszeiten um 1 ns detektiert. Die schwingende Membran verkippt dabei den reflektierten Strahl über die Knife-Edge Kante, so dass die Lichtintensität unterschiedlich auf die beiden Dioden aufgeteilt wird. Das Differenzsignal der beiden ist proportional zur lokalen Steigung der Membran im Fokus.

Mit dem hier beschriebenen Aufbau ist es möglich, sowohl Resonanzphänomene der Membran zu untersuchen, als auch die Ausbreitung kurzer Wellenpakete mit hoher zeitlicher Auflösung nachzuweisen. Die laterale Auflösung ist durch die Foki der Laser limitiert, so dass keine Wellen detektiert werden können, deren Wellenlängen kleiner als der doppelte Fokaldurchmesser des Detektionsstrahls sind [SD90].

4.2. Anregung von Oberflächenwellen

Wie in Kapitel 2.1.2 gezeigt, sind SAWs Phononmoden, die an der Oberfläche eines Materials propagieren. Sie weisen sowohl eine Auslenkung senkrecht zur Oberfläche, als auch eine Kompression des Materials in Ausbreitungsrichtung auf. Diese Tatsache wird bei der Anregung der SAWs ausgenutzt. Durch periodische Kompression bzw. Auslenkung der Oberfläche werden die Startbedingungen festgelegt, wie Wellenlänge oder Anfangsamplitude. Die hier gezeigten Methoden machen sich transiente bzw. statische Absorptionsgitter zu Nutze, die mittels Laserinterferenz erzeugt werden. Abbildung 4.2 zeigt den typischen Interferenzaufbau für transiente oder statische Gitter, der in den nächsten Kapiteln genauer beschrieben wird.

Im Folgenden wird von Materialien ausgegangen, die eine Ausdehnung beim Erhitzen aufweisen.

4.2.1. Transiente Gitter

Die Anregung von SAWs mittels transienter Gitter macht sich die Laserinterferenz-Lithografie [RSLB10] zu nutze, siehe Abbildungen 4.2 und 4.3. Hierbei wird ein Laserpuls (geseedeter Nd:YAG, 13 ns Pulslänge, 532 nm Wellenlänge) mit einem 50% Strahlteiler in zwei gleich intensive Anteile aufgeteilt. Diese beiden kohärenten Strahlen werden nun unter einem Winkel α räumlich und durch gleiche optische Wegstrecken auch zeitlich zur Überlagerung gebracht. Es entsteht ein streifenförmiges Intensitätsprofil auf dem Substrat.

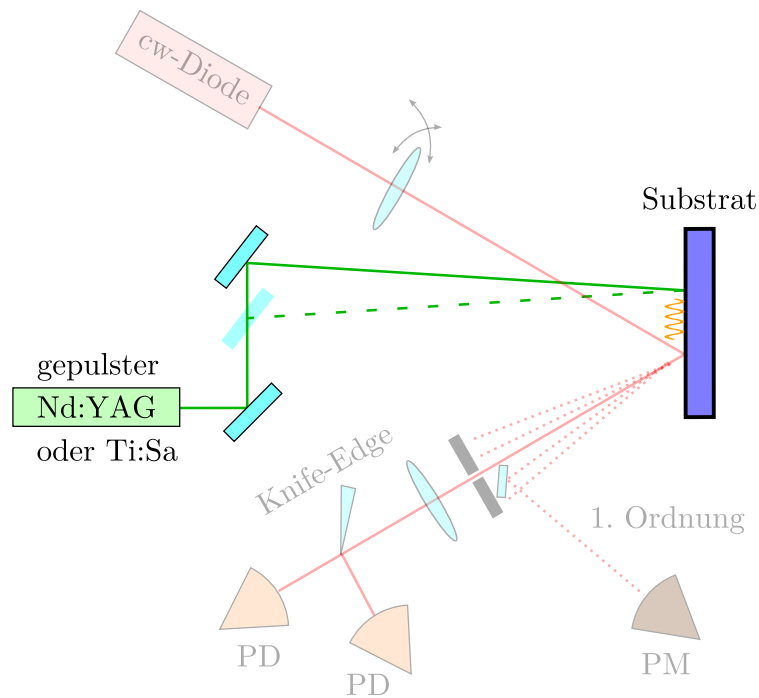


Abbildung 4.2.: Die Oberflächenwelle wird durch zwei interferierende Laserpulse ange-
regt. Das kann transient erfolgen, oder indem ein statisches Gitter einen
Absorptionskontrast auf der Probe erzeugt.

l gebe den Abstand der Streifen mit maximaler Intensität an, α den Winkel zwischen den
beiden Strahlen und λ die Wellenlänge des verwendeten Lasers.

$$l = \frac{\lambda}{2\sin(\alpha)} \quad (4.1)$$

Es ist sofort ersichtlich, dass der kleinste zu erreichende Streifenabstand $l = \lambda/2$ ist.
Dies ist bei einem Interferenzwinkel von $\alpha = 180^\circ$ gleichbedeutend mit einer stehenden
Lichtwelle. Abbildung 4.3 zeigt schematisch die Überlagerung zweier Laserstrahlen unter
einem Winkel α und gibt den Intensitätsverlauf der gaußförmigen Laserstrahlen auf der
Oberfläche an.

An den Orten maximaler Intensität wird das Substrat aufgeheizt und dehnt sich aus.
An den Orten minimaler Intensität bleibt es auf Umgebungstemperatur, wird aber durch
die benachbarten, sich ausdehnenden Streifen komprimiert. Dies ist oben genannte An-
fangsbedingung für die Propagation der Oberflächenwelle. Über den Interferenzwinkeln
kann die Frequenz der SAW sehr leicht eingestellt werden. Mit der Laserfluenz lässt sich
die Amplitude steuern.

Vorteil der transienten Gitter ist, dass die Substrate nicht verändert bzw. beschädigt
werden. So kann eine Probe zuerst zerstörungsfrei untersucht werden, um beispielsweise
ihre kristallografische Ausrichtung festzustellen (siehe Kapitel 6.2.4), bevor andere Ver-
suche unternommen werden. Es kann sowohl ein absorbierendes Material (Silizium) oder
ein transparentes (Glas, Saphir) mit aufgedampftem Metallfilm verwendet werden.

Da für die Experimente mit transienten Gittern ein gepulster Nd:YAG Laser mit
Pulsängen von 13 ns verwendet wurde, sind die zu erzeugenden Frequenzen nach oben

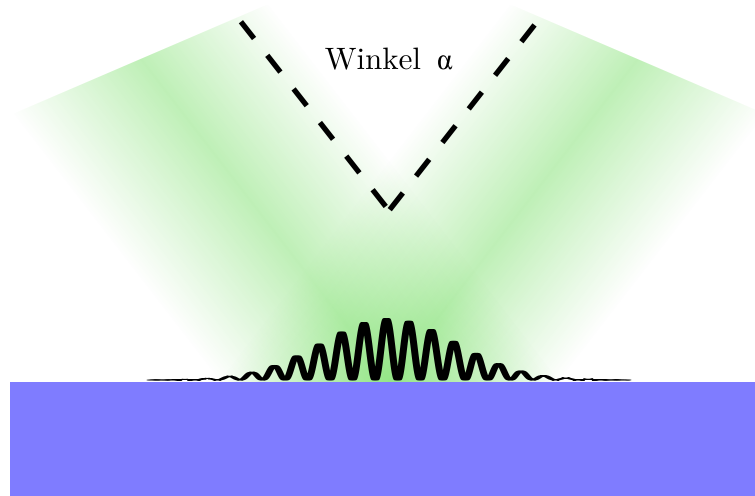


Abbildung 4.3.: Interferenz zweier Laserstrahlen unter einem Winkel α auf der Oberfläche. Am Ort der Überlagerung bildet sich ein stehendes Intensitätsmuster mit charakteristischer Wellenlänge.

hin limitiert. Als Abschätzung des Frequenzlimits kann man die Pulsdauer des Lasers mit der Periodendauer einer SAW gleichsetzen und kommt so auf eine mögliche Maximalfrequenz von $f_{\max} \approx 80$ MHz. Die Limitierung auf Streifenabstände von maximal $\lambda/2$ aus Formel (4.1) ist für 532 nm Licht und einer Rayleighgeschwindigkeit von $c_r = 4800$ m/s bei ≈ 18 GHz bei.

4.2.2. Statische Gitter

Im Gegensatz zur transienten Anregung wird hier ein dauerhafter Absorptionskontrast auf der Probe erzeugt. Dafür wird ein Metallfilm auf das Material aufgedampft, der eine andere Absorption bei der gewünschten Wellenlänge aufweist als das Substrat. Dieser Film, auch Transducer genannt, wird mit höherer Fluenz per Laserinterferenz vorstrukturiert. Der Metallfilm entnetzt dabei an den Orten maximaler Laserintensität. Es entsteht ein Streifenmuster mit der eingestellten Periodizität [RSLB10]. Die Probe weist damit einen Absorptionskontrast zwischen den Metallfilmstreifen und dem darunter liegenden Substrat auf. Wird dieses Gitter nun mit einem einzelnen Strahl beleuchtet - dies kann auch ein fs-Puls eines Ti:Sa Lasersystems sein - so dehnen sich die Teile der Oberfläche mit höherer Absorption stärker aus. Im Fall von Gold auf Glas, oder Nickel auf Saphir, nimmt das Metall die Leistung komplett auf, wohingegen das Substrat nicht absorbiert.

Die statischen Gitter sind gerade bei höheren Frequenzen der beste Weg, um mit fs-Anregung der SAWs zu arbeiten ohne aufwendige Justage eines fs-Interferenzaufbaus² oder die Verwendung von Phasenmasken/gittern [NOM04]. Eine Beschränkung der Frequenz durch die Anregepulsdauer, wie in Kapitel 4.2.1 beschrieben, tritt bei Pulslängen von 1 ps erst oberhalb 1 THz auf und ist kein limitierender Faktor. Jedoch kann bei der Anregung die Fluenz der einzelnen Pulse nur so hoch gewählt werden, dass die Metallstreifen nicht weiter entnetzen oder ablatieren.

²Bei einer Pulslänge von 150 fs dürfen sich die beiden Teilstrahlen um weniger als $50 \mu\text{m}$ in ihrer Länge unterscheiden.

4.3. Detektion von Oberflächenwellen

Die Detektion der SAWs basiert auf rein optischen Techniken. Als erstes wird die Knife-Edge Methode beschrieben, die die lokale Steigung der SAW misst. Die zweite Methode nutzt die propagierende Welle als Amplitudengitter und detektiert die erste Beugungsordnung in Reflexion.

4.3.1. Knife-edge Methode

Abbildung 4.4 zeigt einen typischen Knife-Edge Aufbau für Oberflächenwellen. Im Gegensatz zu Kapitel 4.1 kommt es wegen der kleineren Auslenkungen und größeren Frequenzen auf eine genauere Justage, Rauschunterdrückung und besser definierte Foki an. Das Prin-

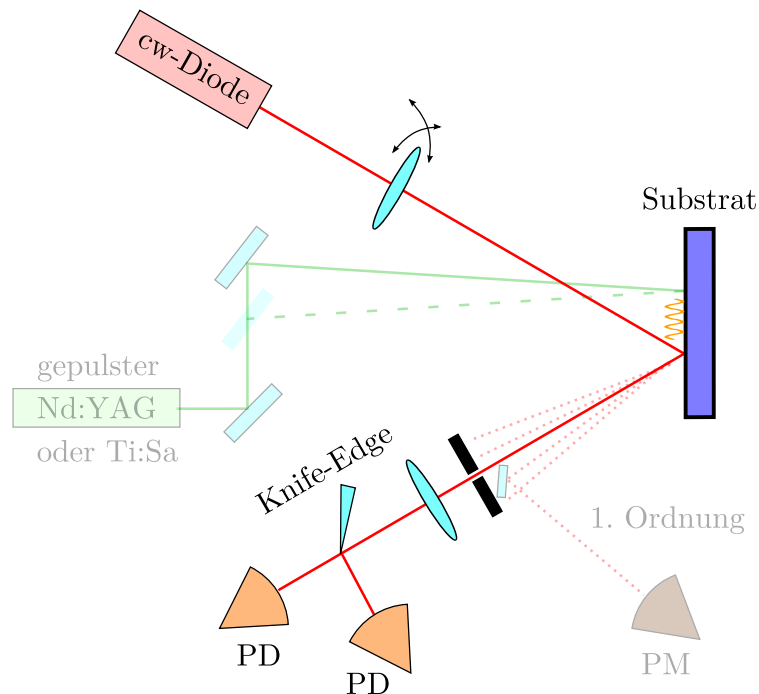


Abbildung 4.4.: Der Detektionsstrahl wird in einstellbarem Abstand vom Erzeugungsort auf die Probe fokussiert. Ein Knife-Edge teilt den direkten Reflex räumlich in zwei Anteile, die jeweils mit einer Photodiode (PD) detektiert werden. Das Differenzsignal der beiden PDs ist proportional zur lokalen Steigung im Detektionsfokus.

zip der Messmethode bleibt jedoch erhalten: Ein kontinuierlicher Laserstrahl wird auf die Oberfläche des Substrates fokussiert und der reflektierte Strahl mit einer weiteren Linse parallelisiert. Dieser wird mit einem Knife-Edge³ räumlich in zwei Hälften geteilt, wobei eine jede von einer schnellen Photodiode detektiert wird. Das Signal der Dioden wird mit rauscharmen 40 dB Verstärkern nachverstärkt. Direkt vor den Photodioden sind Linien- bzw. Bandpassfilter eingebaut, um ein Durchblitzen des Anregelases zu vermeiden. Ändert sich der Winkel unter dem der Strahl reflektiert wird, so ändert sich das

³Englisch für Messerschneide, scharfen Kante

Signal-Verhältnis der beiden Photodioden. Wertet man das Differenzsignal aus, so eliminieren sich nicht nur gemeinsame Rausch- und Störquellen, das Signal ist zudem direkt proportional zur Steigung der Oberfläche innerhalb des Laserspots. Propagiert also eine SAW durch den Detektionsspot, so erhält man ein Abbild der Steigung der Welle. Diese kann über eine geeignete Eichung auf die Wellenform umgerechnet werden.

Neben der Amplitudeninformation, aus der unter anderem die Dämpfung errechnet werden kann, birgt das Signal auch Informationen über die Ausbreitungsgeschwindigkeit. Kennt man die Streifenabstände des Anregegitters (aus dem Interferenzwinkel oder einem Mikroskopbild des statischen Gitters), so läßt sich aus der in einem Fourierspektrum sichtbaren Frequenz auch die Geschwindigkeit der Welle mit hoher Genauigkeit bestimmen. Die Methode ist sensitiv genug, um die Dispersion durch aufgedampfte Metallfilme zu beschreiben, siehe Kapitel 6.2.3, oder die akustische Anisotropie von Saphir zu bestimmen, siehe Kapitel 6.2.4.

Die Knife-Edge Methode ist allerdings durch den Fokusbereich auf der Oberfläche limitiert. Dieser sollte kleiner als die halbe Wellenlänge der SAW sein [SD90]. Nur so bildet der reflektierte Strahl die lokale Steigung ab. Im Fall der hier vorgestellten Aufbauten konnte ein Fokusbereich von $\approx 10 \mu\text{m}$ erreicht werden. Für Silizium bedeutet das eine Nachweisgrenze bei $\approx 250 \text{ MHz}$. Ist die Wellenlänge kleiner als der Fokus, so wird der Strahl gebeugt, was wir im nächsten Kapitel beschrieben werden.

4.3.2. Beugungs-Methode

Für die Beugungsmethode kann dieselbe Laserquelle wie im vorherigen Kapitel verwendet werden. Einzig wird die Probe aus dem Fokus des Strahls herausgenommen, so dass die zu detektierenden Wellenlängen der SAWs kleiner als der Fokusbereich sind. Der von der Probe reflektierte Strahl weist nun nicht mehr nur den reinen Reflex als nullte Ordnung auf, er besitzt auch höhere Beugungsordnungen. Die Beugung tritt nur auf, solange die SAW durch den Fokus des Detektionslasers propagiert. Abbildung 4.5 zeigt, wie die erste Beugungsordnung auf einen Photomultiplier (PM) geleitet wird. Da dieser extrem sensitiv auf Durchblitzen oder andere Lichtquellen reagiert, wird hier ein Satz von zwei Bandpassfiltern zur Unterdrückung des Anregelasers genutzt.

Das Signal weist keine Oszillationen mehr auf, aus denen die Frequenz der SAW bestimmt werden könnte. Es ist jedoch sensitiver auf Auslenkungen als die Knife-Edge Methode, so dass kleinere Amplituden detektiert werden können, und es ist in der Frequenz nicht durch den Fokusbereich limitiert.

Gehen wir von senkrechtem Einfall des Detektionslasers aus, so entsteht die erste Beugungsordnung bei einem Winkel $\sin \theta_1 = \lambda_{\text{Licht}} / \lambda_{\text{SAW}}$. Die Intensität dieser Ordnung kann nach Raman-Nath berechnet werden [RN35]. Die folgende Erklärung ist jedoch an [Mas70] bzw. [SW69] angelehnt. Wir betrachten eine einfallende, ebene Wellenfront. Besitzt die SAW nun eine Amplitude a , so wird die zurückreflektierte Wellenfront mit der Amplitude $2a$ gewellt. Die Intensität der ersten Beugungsordnung I_1 ist über die Besselfunktion ersten Grades beschrieben

$$\frac{I_1}{I_0} = J_1^2(2ak_{\text{Licht}}), \quad (4.2)$$

wobei I_0 die einlaufende Intensität ist. Für kleine Amplituden a entwickeln wir die Bes-

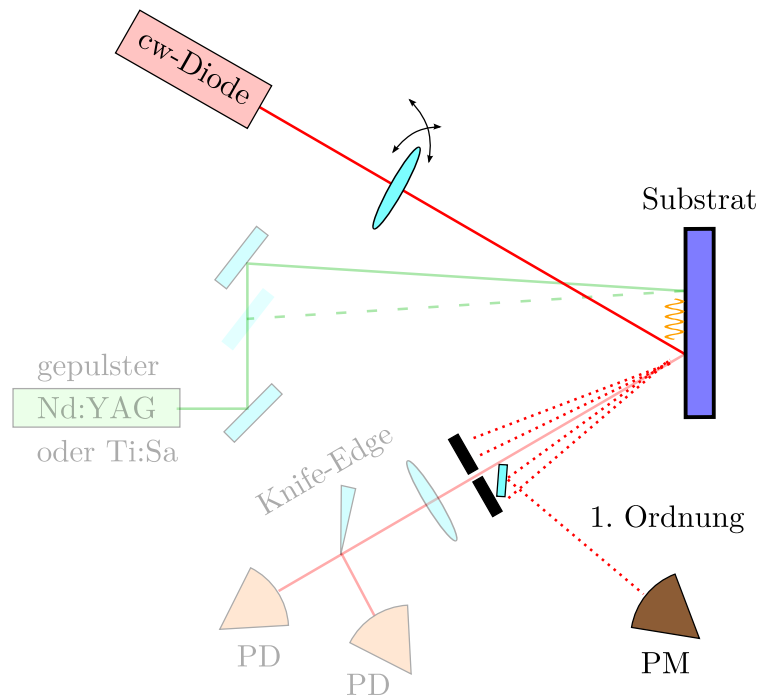


Abbildung 4.5.: Der Detektionslaser wird in beliebigem Abstand vom Gitter auf der Probe platziert. Läuft die Oberflächenwelle durch den Fokus, so entsteht ein Beugungsmuster. Die erste Beugungsordnung wird mit einem Photomultiplier (PM) gemessen.

selfunktion und erhalten in erster Ordnung aus (4.2)

$$\frac{I_1}{I_0} = (2ak_{Licht})^2 \propto a^2. \quad (4.3)$$

Die messbare Intensität der Beugungsordnung ist somit quadratisch abhängig von der Amplitude der Welle.

Die SAW-Amplitude ist umgekehrt proportional zur Wellenlänge $a \propto 1/\lambda$, sofern die Gesamtenergie der Welle bei verschiedenen Wellenlängen als konstant angenommen wird. Dies ist bei der hier genutzten Laseranregung für alle Messungen einer Messreihe gewährleistet. Damit nimmt die Intensität der ersten Beugungsordnung mit dem Quadrat der Frequenz ab, so dass wir

$$I_1 \propto \frac{1}{\omega^2} \quad (4.4)$$

schreiben können.

Erinnern wir uns nun zurück an Kapitel 2.1.3, in dem wir den Dämpfungskoeffizienten in Gleichung (2.46) bestimmt hatten. Die Dämpfung der SAW nahm mit ω^2 zu. Vergleichen wir dies mit der Abnahme der detektierbaren Beugungsintensität aus (4.4), so kommen wir zusammenfassend zu folgendem Ergebnis:

Durch Dämpfung und Beugungseffizienz ist das detektierbare Signal

$$I_{Signal} \propto \omega^4, \quad (4.5)$$

was ein Erreichen sehr hoher Frequenzen mit der Methode der Beugung nahezu unmöglich macht.

Experimentell erschwerend kommt hinzu, dass die Beugungsordnung auch vom Winkel des einfallenden Detektionsstrahls abhängt. Bisher hatten wir nur senkrechten Einfall betrachtet. Es kann gezeigt werden, dass der folgende Zusammenhang zwischen Beugungsintensität I_1 und dem Einfallswinkel θ_0 besteht:

$$I_1 \propto J_1^2(2ak_{\text{Licht}} \cos(\theta_0)) \frac{\cos(\theta_1)}{\cos(\theta_0)}. \quad (4.6)$$

θ_1 beschreibt den Beugungswinkel. Der Verlauf der Formel ist in Abbildung 4.6 gezeigt. In dem für diese Arbeit verwirklichten Aufbau betrug der Einfallswinkel des Detektionsstrahls ca. 40° , so dass das Absolutsignal von I_1 um Faktor 3 optimiert werden kann, sofern wir senkrechten Einfall nutzen.

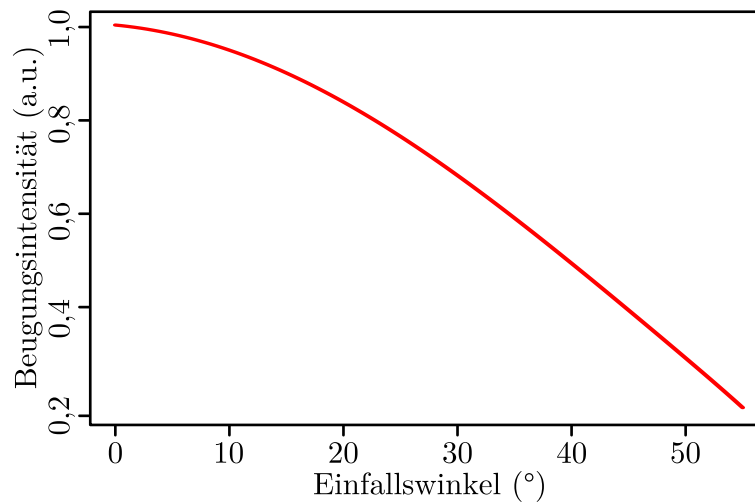


Abbildung 4.6.: Intensität der ersten Beugungsordnung in Abhängigkeit des Einfallswinkels des Detektionslasers. Im Experiment stand bei einem Winkel von ca. 40° nur etwa $1/3$ des maximal möglichen Signals zur Verfügung.

5. Experimenteller Aufbau - Temperaturmessung

Für die Charakterisierung der thermischen Eigenschaften von Silizium-Membranen wird die transmittierte Lichtintensität bei einer festen Wellenlänge gemessen und ausgewertet. Hierzu findet zum einen ein laserbasierter Aufbau, zum anderen ein erweitertes Lichtmikroskop Anwendung. Zuerst soll der laserbasierte Aufbau beschrieben werden, bei dem verschiedene Laserquellen zur Anregung und Detektion verwendet werden. Danach wird gezeigt, in wie weit ein Lichtmikroskop derart erweitert werden kann, um zweidimensionale Temperaturverläufe sowohl statisch, als auch zeitaufgelöst aufzunehmen. Zum Abschluss werden wir kennen lernen, wie Messungen bei tiefen Temperaturen mit dem Lichtmikroskop durchgeführt werden.

5.1. Laseraufbau

Das Prinzip der Temperaturmessung basiert auf der Temperaturabhängigkeit der Transmission durch eine Siliziummembran, wie wir in Kapitel 7.1.1 genauer beschrieben werden. Zweckmäßig ist es nicht das gesamte Spektrum zu detektieren, sondern nur eine ausgewählte Wellenlänge, die einen möglichst großen Effekt zeigt. Für die 340 nm dicken Membranen ist dies im Bereich um 488 nm Wellenlänge gewährleistet, einer der fundamentalen Moden eines Argon-Lasers. Abbildung 5.1 ähnelt der aus Kapitel 4.1 zu den schwingenden Membranen. In der Tat wurde der selbe Aufbau derart erweitert, dass auch das transmittierte Licht detektiert werden konnte. Dies wird im Folgenden beschrieben.

5.1.1. Anregung und Detektion mit dem Laser

Das Substrat mit den Membranen ist auf einem xyz-Verschiebetische montiert, der auf μm genau positioniert werden kann. Ein auf *approx* $80 \mu\text{W}$ abgeschwächter, kontinuierlicher Laserstrahl - mit einer Keilplatte vom Hauptstrahl ausgekoppelt - wird unter senkrechtem Einfall auf die Membran fokussiert, siehe Abbildung 5.1. Die fokussierende Linse ist ebenso auf einem Verschiebtisch montiert, um den Fokus auf der Probe bewegen zu können. In den Achsen senkrecht zum Strahlverlauf sind die Mikrometerschrauben durch Linearmotoren ersetzt, die sich computergestützt auf 100 nm genau positionieren lassen. Das durch die Membran transmittiert Licht wird auf eine schnelle Photodiode fokussiert, deren Anstiegszeit unter 1 ns liegt. Die örtliche Auflösung ist durch den Fokusdurchmesser des Abtastlasers gegeben und beträgt ca. $10 \mu\text{m}$.

Um die Membran lokal aufheizen zu können, wird der Hauptstrahl unter einem Winkel von ca. 30° auf ca. $15 \mu\text{m}$ auf die Membran fokussiert. Die Intensität des Heizstrahls kann über einen Elektro-Optischen-Modulator (EOM) und Glan-Taylor-Prisma (GT) stufenlos

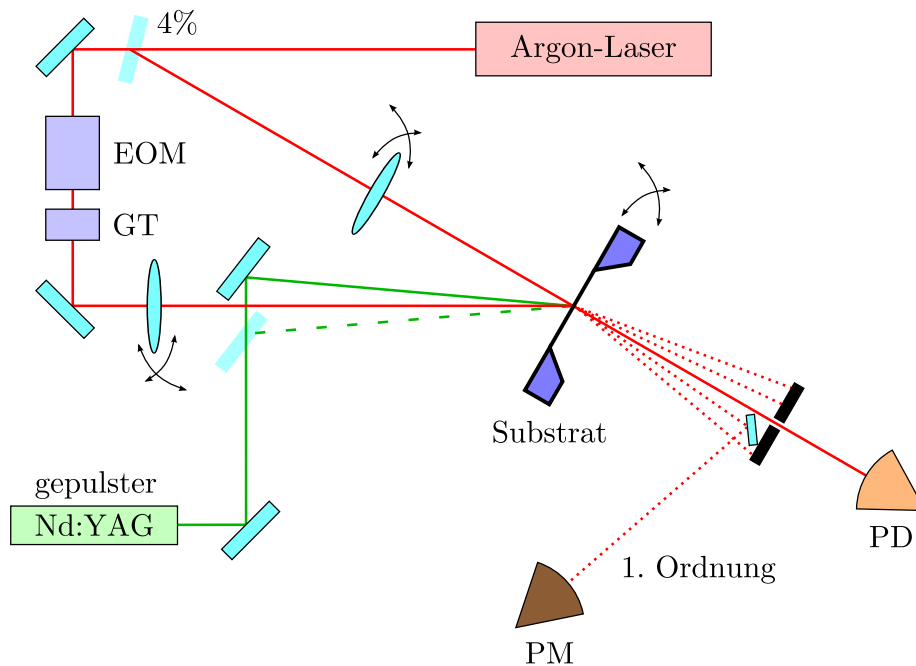


Abbildung 5.1.: Der mit Elektro-Optischem-Modulator (EOM) und Glan-Taylor-Prisma (GT) modulierbare Hauptanteil des Argon-Lasers heizt die Membran, wohingegen der abgeschwächte Strahl selbige abtastet. Die transmittierte Intensität wird mit einer schnellen Photodiode (PD) detektiert. Zusätzlich kann ein thermisches Gitter in der Membran erzeugt werden, welches in Transmission über die erste Beugungsordnung mit einem Photomultiplier (PM) detektiert wird.

variiert werden. Der EOM erlaubt es zudem die Membran pulswise zu heizen. Alternativ kann auch eine Laserdiode - meist im Roten bei 658 nm - anstelle des Hauptstrahls verwendet werden, um Heizlaser und Detektionslaser mit entsprechenden Filtern spektral trennen zu können. Dies ist in Abbildung 5.1 der Übersichtlichkeit wegen nicht eingezeichnet.

Durch Verfahren des Abtaststrahls von der einen zur anderen Membrankante wird ein Transmissionsprofil aufgezeichnet. Teilt man eine Spur mit eingeschaltetem Heizlaser durch eine Spur ohne Heizlaser, so ergibt sich daraus ein Profil der relativen Transmissionsänderung der geheizten Membran im Vergleich zur Raumtemperatur. Die lokale Transmissionsänderung kann nach vorhergehender Eichung direkt in eine Temperatur übersetzt werden.

5.1.2. Transiente thermische Gitter

Zur Anregung transienter, thermischer Gitter wird der selbe Aufbau, wie in Abbildung 5.1 gezeigt, verwendet. Zusätzlich wird die Optik für Zweistrahlinterferenz in den Aufbau integriert. Der Strahl eines Nd:YAG Lasers (532 nm Wellenlänge bei 13 ns Pulsbreite) wird über einen 50:50 Strahlteiler in zwei gleich intensive Teilstrahlen aufgeteilt, die unter einem Winkel α auf der Membran interferiert werden. Der Winkel zwischen diesen beiden Strahlen lässt sich nahezu beliebig einstellen. Wie in Kapitel 4.2.1 beschrieben formt

die Laserinterferenz ein thermisches Gitter in der Membran und damit ein Phasengitter unterschiedlicher Brechungsindizes.

Die Detektion geschieht mittels Beugung. Dazu wird der Detektionsstrahl schwach auf den Ort des Interferenzgitters fokussiert - der Fokusbereich sollte größer als der Gitterabstand sein. Die transmittierte erste Beugungsordnung wird mit einem Photomultiplier detektiert, der mit einem Filter vor dem Durchblitzen des Anregelasers geschützt ist. Da die Effizienzen in der ersten Beugungsordnung sehr gering sind, wird der Photomultiplier nahe an seiner spezifizierten, maximalen Beschleunigungsspannung betrieben. Dies erfordert die Wellenlänge des Anregelasers wirkungsvoll herauszufiltern. Aus dem zeitlichen Verlauf des Beugungssignals kann auf den Zerfall des thermischen Gitters zurückgeschlossen werden.

5.2. Mikroskopaufbau

Im vorhergehenden Kapitel wurde die Umsetzung eines rein laserbasierten Transmissionsaufbaus beschrieben. Nun soll das gleiche Konzept auf ein optisches Lichtmikroskop angewandt werden. Vorteil dieses Aufbaus ist die hohe örtliche Auflösung bei 20-facher Vergrößerung.

Die Membran wird im Durchlicht in eine CCD-Kamera¹ abgebildet. Gleichzeitig kann das Abbild über ein Okular mit dem unbewaffneten Auge betrachtet werden. Zwischen Objektiv und abbildender Optik für Kamera bzw. Auge ist ein Bandpassfilter (Linienfilter) mit einer Breite von typischerweise 10 nm eingebaut, der einfach ausgewechselt werden kann. Dieser Filter selektiert aus dem „weißen“ Spektrum der LED-Lichtquelle nur die interessante Wellenlänge heraus - für 340 nm dünne Membranen meist bei 488 nm. Im Vergleich zum zuvor beschriebenen Laseraufbau entspricht das so gewonnene monochromatische Bild der durch die Membran transmittierten Intensität des Abtastlasers. Der Filter dient zudem sowohl das Auge, als auch den CCD-Chip von dem im Folgenden beschriebenen Laserlicht zu schützen.

Das Besondere an dem Mikroskopaufbau ist die Möglichkeit einen Lasersstrahl² kollinear in den Abbildungsstrahlengang einzukoppeln. Das funktioniert mit Hilfe eines polarisierenden Strahlteilerwürfels und dient dem lokalen Heizen der Membran. Das Ausnutzen des selben Strahlengangs für Abbildung und Laser gewährleistet auf der einen Seite einen geringen Fokusbereich unter $3\ \mu\text{m}$, auf der anderen Seite das genaue in-situ Positionieren des Laserfokus auf der Membran.

5.2.1. Statische Messmethode

Als statisch werden hier all diejenigen Messungen bezeichnet in denen sich die Membran im thermischen Gleichgewicht befindet. Es können mit dieser Methode zwei Arten von Messungen verwirklicht werden, einmal ohne und einmal mit Heizlaser. Bei ersterem wird die mittlere Temperatur der Membran gemessen. So kann beispielsweise das Substrat mit einem Heizelement aufgeheizt und die erreichte Temperatur der Membran optisch bestimmt werden. Mit einem Thermoelement, das auf den Substratchip geklebt wird, gelingt so die Eichung der Temperatur auf verschiedene Transmissionswerte.

¹FLI ML8300-C, Kontrastverhältnis 3200:1

²Laserdiode, $\lambda = 658\ \text{nm}$, 160 mW Ausgangsleistung

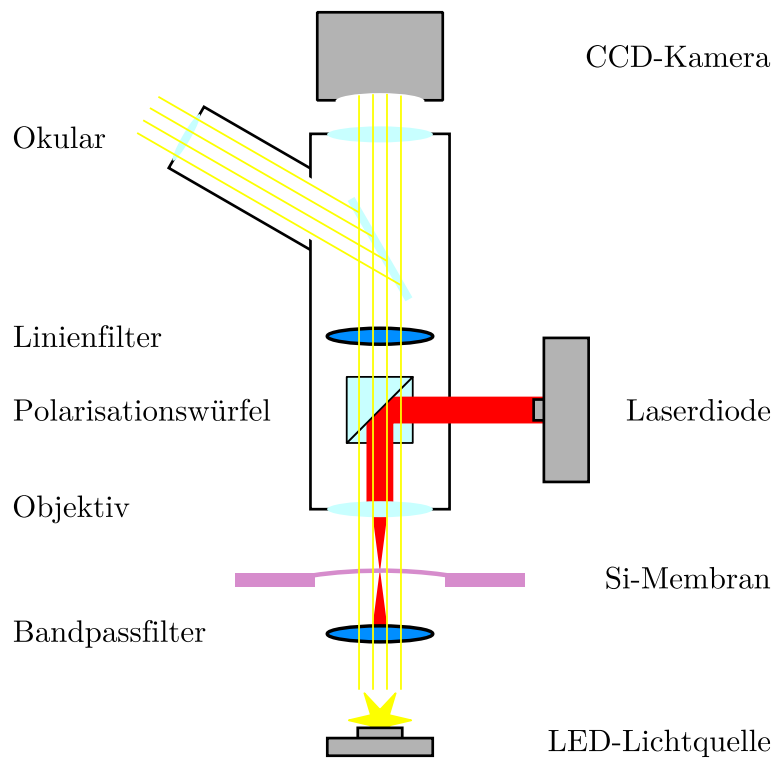


Abbildung 5.2.: Die Siliziummembran liegt im Durchlicht eines Mikroskops, das mit einer pulsaren LED-Lichtquelle betrieben wird. In den Abbildungsstrahlengang ist ein Polarisationswürfel eingebaut, um konfokal einen Laserstrahl einzukoppeln, der die Probe lokal aufheizen kann. Vom Durchlicht wird nur eine bestimmte Wellenlänge (Linienfilter) für die Detektion der Transmissionsänderung verwendet, die mit einer CCD-Kamera orts aufgelöst aufgenommen wird.

Zweitens erlaubt der Aufbau den Heizlaser im Dauerstrichmodus auf die Membran zu fokussieren und so einen charakteristischen, statischen Temperaturverlauf zu erzeugen. Das System thermalisiert nach wenigen ms. Die LED-Beleuchtung ist kontinuierlich. Aus diesen Temperaturprofilen kann die Wärmeleitfähigkeit der Membran errechnet werden.

5.2.2. Gepulste Messmethode

Der gepulste Modus unterscheidet sich nicht wesentlich von der statischen Messmethode. Das Mikroskop bleibt genauso aufgebaut, wie eben beschrieben. Allerdings werden Laser und LED-Lichtquelle pulsweise betrieben.

Typischerweise finden weiße Hochleistungs-LEDs zusammen mit einer speziellen Ansteuerung Verwendung, welche bei hohen Spitzenströmen bis 50A sehr hohe Lichtleistungen erzeugen. Im Pulsbetrieb kann so bis zu 15-fache Helligkeit erreicht werden. Die Pulsbreiten der LED können zwischen wenigen ns bis hin zu ms gewählt werden. Typischerweise werden 1-10 μ s Pulse für die untersuchten, thermischen Prozesse verwendet.

Die Laserdiode wird ebenso pulsweise angesteuert. Durch ein geringes Abtastverhältnis können die verwendeten Laserdioden genau wie die LEDs bei höheren Lichtleistungen betrieben werden, als dies im Dauerstrich auf Grund der thermischen Belastung möglich

wäre. Im Experiment kann die Leistung im Puls auf das circa 1,5 fache erhöht werden, beschränkt in diesem Fall durch den Maximalstrom der Ansteuerungselektronik. Eine höhere Leistung wird jedoch für die hier vorgestellten Experimente nicht benötigt. Die Pulslängen können von ns bis ms variiert werden.

Um nun zeitaufgelöste Messungen zu ermöglichen sind Laser und LED synchronisiert. Durch die Synchronisation kann entweder von stroboskopischer Beleuchtung oder einer Pump-Probe Technik gesprochen werden. Die Verzögerung zwischen den beiden ist beliebig einstellbar - ebenso von ns bis ms. In Abbildung 5.3 ist das schematisch dargestellt.

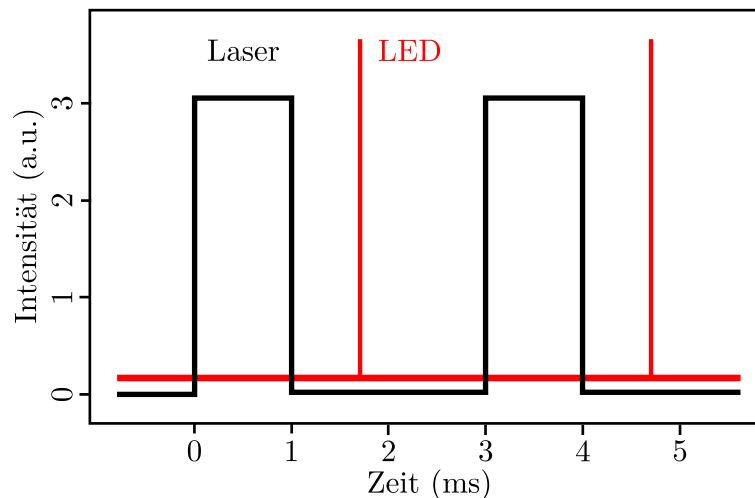


Abbildung 5.3.: Laserdiode und LED-Lichtquelle können getrennt voneinander angesteuert werden, so dass sowohl die Pulslängen, als auch die Verzögerungszeit beliebig eingestellt werden können. Es ist damit möglich thermische Prozesse zeitaufgelöst festzuhalten.

Da die verwendete CCD Kamera zum einen genügend Licht für die Aufnahme eines Bildes benötigt, zum anderen die kleinste, sinnvolle Belichtungszeit - bei der keine Artefakte der sich bewegenden Blende zu sehen sind - bei 100ms liegt, können keine einzelnen Lichtpulse im ns bis ms Bereich detektiert werden. Vielmehr wird über viele Pulse aufsummiert, in dem die Kamera über einen längeren Zeitraum belichtet, bis hin zu mehreren Minuten. An einem Zahlenbeispiel, das in Abbildung 5.3 verwendet ist, soll dies veranschaulicht werden. Der Laserpuls heizt die Membran für 1 ms und ist danach für 2 ms aus, lange genug, damit sich die Membran vollständig abkühlt. Die LED Pulse sind $10 \mu\text{s}$ lang, was einem Abtastverhältnis von 300:1 entspricht. Muss bei statischer Beleuchtung 1 s belichtet werden, um ein Bild von genügender Helligkeit zu erhalten, so wächst im Pulsbetrieb bei 5-facher Helligkeit der LED die Belichtungszeit auf 60 s an. Hierbei wird über 20000 „Einzelbilder“ gemittelt und etwaiges Schwanken des Lasers oder der Abtastpulse herausgemittelt.

5.2.3. Tiefe Temperaturen

Eine Erweiterung des Mikroskopaufbaus, um auch tiefe Temperaturen und Messungen im Vakuum durchzuführen, wurde durch den Einsatz eines Kaltfingerkryostaten realisiert.

Der Kryostat wird mit flüssigem Helium auf eine Basistemperatur von 6 K gekühlt. Die Probe sitzt am Ende des Kaltfingers auf einem speziellen Kupferhalter, der über ein Widerstandsheizelement auf jede beliebige Temperatur zwischen 6 und 360 K geregelt werden kann. Kaltfinger und Probe sind von einer Vakuumkammer umgeben, in der zwei Fenster auf gegenüberliegenden Seiten den optischen Zugang zur Probe erlauben. Das Vakuum wird mit einem Pumpstand³ hergestellt und erreicht einen Enddruck von $p \leq 10^{-5}$ mbar. Ansonsten bleibt das Prinzip des Aufbaus unverändert.

Für die Messungen bei tiefen Temperaturen kamen zwei verschiedenen Mikroskopaufbauten zum Einsatz. Zuerst eine Lösung, die neben einer anderen CCD Kamera auch eine einfachere, abbildende Optik mit 10x Vergrößerung beinhaltete. Zusätzlich wurde das oben beschriebene Mikroskop derart umgebaut, dass der Kryostatenkopf anstatt des Probenstisches eingebaut werden konnte.

³bestehend aus einer Turbomolekular- und Drehschieberpumpe

6. Ergebnisse und Diskussion - Schwingungsphänomene

Wie wir in der Einleitung gesehen haben, gibt es eine breite Auswahl an Schwingungsphänomenen über einen weiten Frequenzbereich. In diesem Kapitel wollen wir zuerst Schwingungen von dünnen Siliziummembranen im Bereich von wenigen 10 kHz bis MHz untersuchen, um Rückschlüsse auf die interne Verspannung des Materials zu ziehen. Im Anschluss wenden wir uns den akustischen Oberflächenwellen auf Glas, Silizium und Saphir zu. Hier werden wir den Frequenzbereich von wenigen 10 MHz bis 1 GHz abdecken, der mit den vorgestellten Techniken erreichbar ist, und uns der kohärenten Kontrolle der Rayleighwellen, Dispersion, Anisotropie und Dämpfung widmen.

6.1. Schwingungen von Siliziummembranen

Die untersuchten Siliziummembranen weisen, sofern nicht anders gekennzeichnet, eine Dicke von 340 nm auf und besitzen eine Fläche von $640 \times 640 \mu\text{m}^2$. Sie werden mit einem fokussierten Laserstrahl lokal angeregt und in Schwingung versetzt, vgl. Kapitel 4.1. Ihre Resonanzen werden mit der Lichtzeigermethode aus Kapitel 4.3.1 optisch vermessen.

6.1.1. Resonante Laseranregung

Um die Membranen resonant zu treiben, wird der auf die Membran fokussierte Heizlaser mit einer variablen Frequenz gepulst betrieben. Durch Variation der Anregfrequenz kann die Resonanz der Membran genau getroffen werden. Ein typisches Messergebnis ist in Abbildung 6.1 für eine Frequenz von 90,3 kHz zu sehen. Der Fehler der Messung liegt im Bereich weniger 100 Hz, die Schwankung von Membran zu Membran jedoch bei ± 10 kHz. Diese probenspezifische Streuung lässt sich auf unterschiedlich homogenes Ätzen oder Variationen in der Dicke des natürlichen Oxids zurück führen¹. Aus den Grundlagen wissen wir, dass hochfrequente Schwingungen stärker gedämpft werden, als niederfrequente. Bei der Messung haben wir uns von niedrigen Frequenzen an die Resonanz angenähert, so dass wir bei der gezeigten Mode von der Grundfrequenz ausgehen können, einer (1,1) Mode. Die auftretende Resonanz hat zudem eine höhere Frequenz als die des Anregelasers, was ebenso für die niedrigst mögliche Schwingung des Systems spricht. Ein weiteres Argument dafür ist, dass wir die Membran nur lokal anregen und nicht wie bei den Untersuchungen von Waitz et al. im Gesamten [WNH⁺12]. Die von dem Anregfokus auslaufenden Wellen superponieren zu einem stehenden Muster, wobei nur die niederfrequenteste übrig bleibt, da die Dämpfung mit der Frequenz zunimmt.

¹So zeigt eine STM basierte Messung, wie im Anhang A.1 gezeigt, eine Resonanz von 101 kHz.

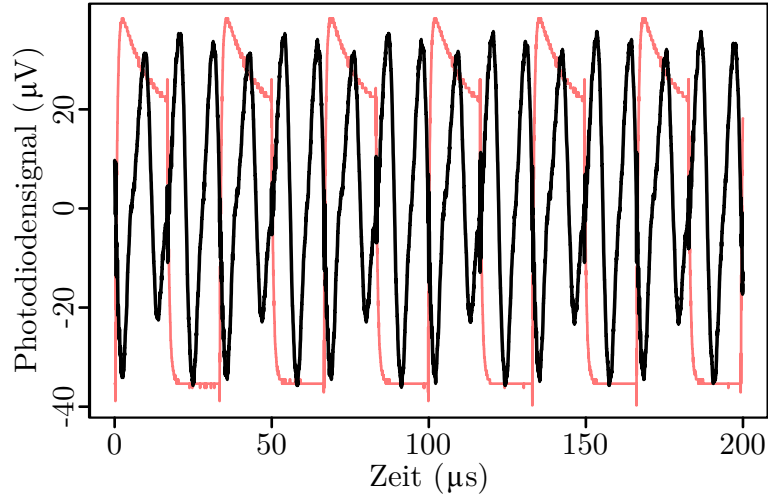


Abbildung 6.1.: Resonante Anregung einer Siliziummembran. Im Hintergrund ist in rot das An- und Ausschalten des Anregelasers angedeutet. Die schwarze Kurve zeigt das Signal der zwei-segmentierten Photodiode bei einer Resonanz von 90,3 kHz.

In der Theorie haben wir die Beschreibung von Membran- und Plattenschwingungen kennengelernt. Es ist unklar, welches der beiden Bilder für die Siliziummembranen zutrifft. Waitz et al. gehen von einer Kombination der beiden Beschreibungen aus und formulieren die Dispersionsrelation als Summe von Gleichung (2.59) mit (2.49) und (2.69). Man erhält somit

$$\omega = \sqrt{\frac{D}{h\rho}k^4 + \frac{\sigma}{\rho}k^2} \quad (6.1)$$

als Ansatz für die möglichen Frequenzen. Die beiden Anteile, die aus der Beschreibung einer Kirchoff-Platte und einer Membran stammen, besitzen unterschiedliche Abhängigkeiten vom Wellenvektor k . Für große Wellenlängen, wie sie bei einer (1,1)-Mode auftreten, kann der Beitrag mit k^4 vernachlässigt werden. Dieser wird erst bei höheren Frequenzen relevant. Übrig bleibt die Beschreibung über den Membranformalismus, bei der wir die Spannung σ beachten müssen. Setzen wir Literaturwerte für die Dichte von Silizium ein und gehen von einer Resonanz bei 100 ± 10 kHz aus, so erhalten wir für die (1,1)-Mode der Membran für den Fall, dass die Membran nicht extern vorgespannt wird

$$\sigma_{Simem} = (19 \pm 4) \text{ MPa} . \quad (6.2)$$

Dieser Wert vergleicht sich sehr gut mit den Literaturwerten aus [WNH⁺12], wo eine Siliziummembran mit 50 mbar Druckunterschied zwischen beiden Seiten leicht vorgespannt wurde. Dabei ergaben sich intrinsische Spannungen zwischen 9 und 45 MPa, je nach Ausbreitungsrichtung der lokalisierten Moden.

Es sind jedoch nicht nur Anregungen der Grundfrequenz möglich. Variiert man den Ort der Anregung relativ zur Detektion, so erhält man für unterschiedliche Abstände unterschiedliche Frequenzantworten, siehe Abbildung 6.2. Die x-Achse beschreibt die Position des Anregefokus relativ zum Detektionsstrahl, wohingegen die y-Achse die Zeittransiente angibt. Das Signal der Photodiode ist farbcodiert. Deutlich zu erkennen sind die unterschiedlichen Antworten der Membran. Die Hauptresonanz liegt bei 90 kHz. Betrachtet

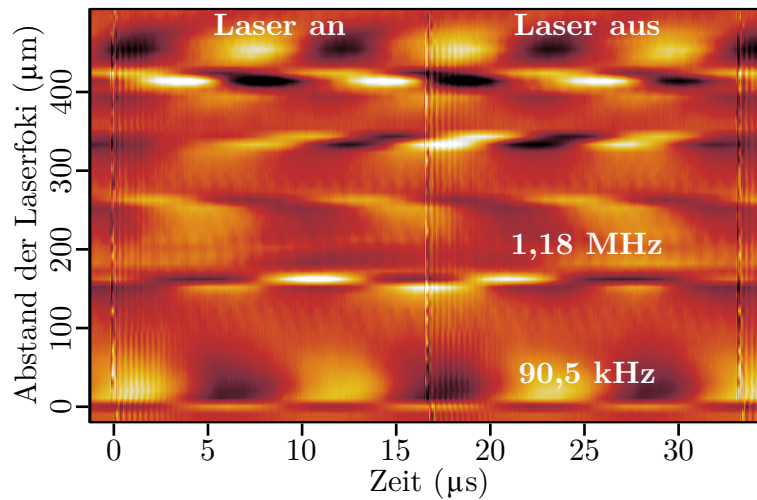


Abbildung 6.2.: Die auftretenden Resonanzen bei fester Anregungsfrequenz sind für verschiedene Abstände zwischen Anrege- und Detektionslaser dargestellt. Die Abbildung zeigt einen kompletten Zyklus. Eine dominante Mode bei 90,3 kHz ist fast überall zu erkennen. Für manche Abstände ist auch eine höhere Mode bei 1,18 MHz sichtbar.

man die Zeitspuren jedoch genauer, so treten in manchen Bereichen Oberschwingungen mit Frequenzen im Bereich von 1,2 MHz auf. Wie wir später in 6.1.2 sehen werden, tauchen diese Oberschwingungen bei Laufzeitmessungen erneut auf.

6.1.2. Laufzeiten aus Wellenpaketen

Regen wir die Membran nicht resonant an, sondern nutzen einen 13 ns kurzen Puls eines Nd:YAG Lasers, so generieren wir ein Wellenpaket. Dieses wird sich gemäß der Dispersionsrelation mit einer bestimmten Geschwindigkeit ausbreiten. Eine Messung hierzu ist in Abbildung 6.3 gezeigt. Für verschiedene Abstände zwischen Anrege- und Detektionslaser wurden Transienten aufgenommen. Zur besseren Übersichtlichkeit sind die Zeitspuren vertikal gegeneinander versetzt. Die Abstände sind proportional zu den realen Distanzen zwischen den beiden Laserfoki in 20 μm Schritten. Die mittlere Spur entspricht der Position des Anregelaserspots. Deutlich zu erkennen ist, dass die erste sichtbare Wellenfront mit zunehmendem Abstand vom Anregeort zeitlich später auftaucht. Der Zusammenhang geht linear mit dem Abstand, was mit den schwarz gepunkteten Linien angedeutet ist. Aus den Wellenformen lassen sich zwei markante Merkmale extrahieren, die auf zwei Geschwindigkeiten c_1 und c_2 führen. Aus den Steigungen der gepunkteten Linien ergeben sich die Werte

$$c_1 = 78 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{und} \quad c_2 = 148 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (6.3)$$

als Phasengeschwindigkeiten verschiedener Wellenpakete. Errechnen wir aus obigem Ergebnis (6.2) die Phasengeschwindigkeit der (1,1)-Mode aus, so erhalten wir einen vergleichbaren Wert von 90 m/s. Dieser steht in sehr guter Übereinstimmung mit c_1 aus Gleichung (6.3) und bestätigt den Spannungswert von 19 MPa, den wir in Kapitel 6.1.1 errechnet haben. Der etwa doppelt so große Wert von c_2 lässt sich jedoch nicht einordnen. Da wir bei kleinen k den Kirchhoff-Anteil vernachlässigen können, sollte die Phasengeschwindigkeit

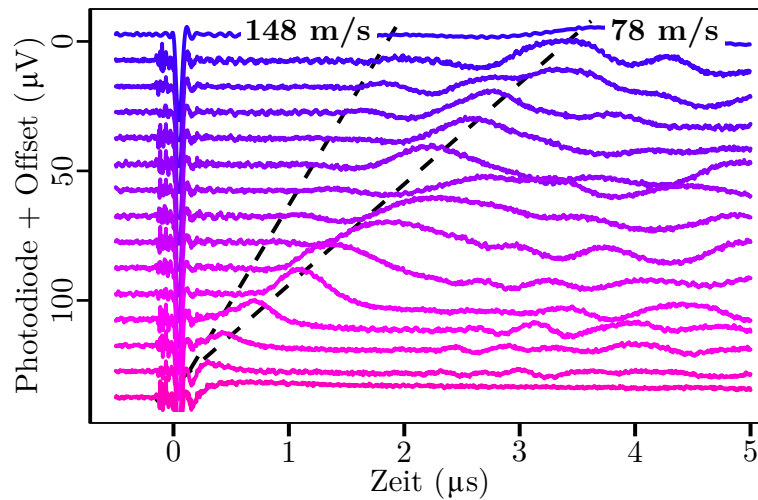


Abbildung 6.3.: Wird die Membran mit einem kurzen Puls angeregt, so breitet sich ein Wellenpaket in der Membran aus. Dieses ist für verschiedene Abstände zwischen Anregung und Detektion aufgezeigt. Der Offset im Photodioden Signal ist proportional zur Abstandsänderung. Aus den sich zeitlich verschiebenden Signalcharakteristiken lassen sich zwei Phasengeschwindigkeiten errechnen, 78 m/s und 148 m/s.

konstant bleiben. Eine höhere Geschwindigkeit kann bei dieser Betrachtung nur von einer höheren Spannung herrühren.

Wie können wir aber $\sigma = 19 \text{ MPa}$ messen und dennoch die höhere Geschwindigkeit erklären? Erst bei steigendem k werden Anteile des Kirchhoff-Ansatzes in der Dispersionsrelation spürbar. Da die Phasengeschwindigkeit der lokalen Steigung der Dispersionsrelation entspricht, sollten wir uns anschauen, ab welchem k -Wert die Geschwindigkeit c_2 auftreten kann. Nehmen wir typische Werte von Silizium für D in Gleichung (6.1) an, so erhalten wir bei einer Frequenz von etwa 1,6 MHz eine Geschwindigkeit um 150 m/s. In Abbildung 6.4 ist die Dispersionsrelation nach Gleichung (6.1) gezeigt. Die blaue und rote, gestrichelte Linie geben Tangenten an die jeweiligen Bereiche der Kurve an, bei denen die Geschwindigkeiten c_1 und c_2 auftreten. Die Ordinatenachse ist zum besseren Vergleich in kHz angegeben und nicht wie üblich in der Kreisfrequenz ω .

Bei den resonanten Messungen in Kapitel 6.1.1 wurde ein Datensatz gezeigt, der eine dominante Frequenz bei 90 kHz aufweist. Bei Variation des Anregeortes sind jedoch auch höhere Frequenzen sichtbar, im Fall von Abbildung 6.2 im Bereich um 1,2 MHz. Dabei wurde die Membran resonant mit Pulslängen von ca. $16 \mu\text{s}$ angeregt, wohingegen die Wellenpakete mit 13 ns Pulsen erzeugt wurden. Unter Berücksichtigung der Tatsache, dass in beiden Fällen unterschiedliche Laserquellen genutzt wurden, ist die Übereinstimmung der Frequenzen sehr gut. Es liegt nahe, dass es neben der dominanten Grundmode bei 90 kHz, die wir in beiden Fällen sehen, auch eine starke, höhere Harmonische gibt, die eine Frequenz im Bereich um 1,2 MHz hat. Da bei den gezeigten Messungen nicht die selbe Membran verwendet wurde, ist die Abweichung der Probenstreuung geschuldet.

Setzen wir den auftretenden k -Wert in die Lösung für eine einfach unterstützte Membran bzw. Platte aus (2.59) bzw. (2.69) ein, so erhalten wir für unsere quadratische Membran $n = 12$. Diese starke Mode könnte somit die 12. Oberschwingung der Grundmode sein, die

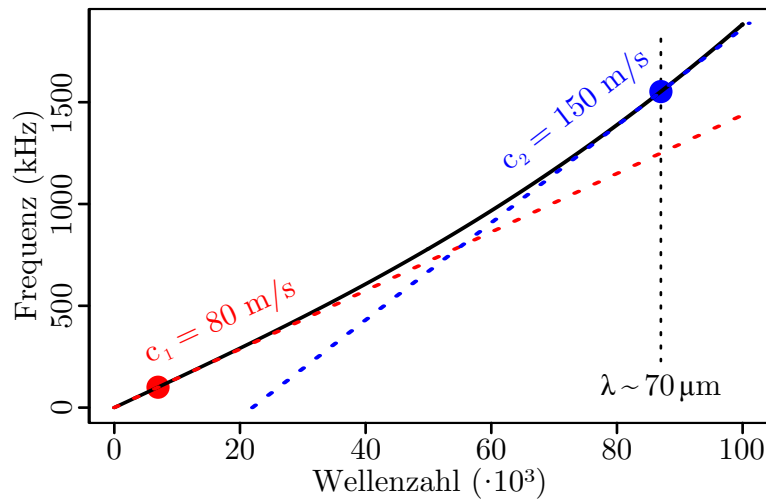


Abbildung 6.4.: Die Dispersionsrelation einer 340 nm dicken Siliziummembran bei 19 MPa interner Spannung. Für kleine Wellenzahlen ist das System vom Membrananteil dominiert und besitzt eine Phasengeschwindigkeit von 80 m/s. Bei Frequenzen um 1,6 MHz erreicht sie jedoch Werte bei 150 m/s.

einer Wellenlänge von ca. $73 \mu\text{m}$ entspricht. Bedenken wir, dass die Anregelaser mit Linsen der Brennweite von ca. 5 cm fokussiert wurden, so können wir die Fokusdurchmesser bei etwa $30 \mu\text{m}$ abschätzen. Dies wird durch entsprechende Fokusprofil-Messungen bestätigt. In dem Bild, dass die Membran durch den Laser lokal deformiert wird, passt der Fokusdurchmesser somit auf die halbe Wellenlänge der Membranmode. Eine Übereinstimmung die durchaus Sinn macht, wenn der Laser einen Wellenberg erzeugt, der in seiner Länge dem halben Wellenpaket entspricht.

6.2. Akustische Oberflächenwellen

Im vorhergehenden Kapitel 6.1 über schwingende Siliziummembranen haben wir ein System in einem Frequenzbereich von wenigen 10 kHz bis MHz kennen gelernt. Nun wollen wir uns dem Bereich zwischen wenigen 10 MHz bis knapp über 1 GHz widmen, der von akustischen Oberflächenwellen oder Rayleigh-Wellen abgedeckt wird. Diese Frequenzen schließen die Lücke zum nachfolgenden Kapitel 7, wo wir thermische Phänomene beschreiben werden.

Zuerst werden wir grundlegende Experimente zu akustischen Oberflächenwellen kennen lernen, die uns ein Gefühl für Frequenzen und Amplituden geben. Nachdem wir die kohärente Kontrolle über die Wellen zeigen, wird über die Rayleighgeschwindigkeit die Dispersion an Systemen mit dünnen Metallfilmen gezeigt. Zum Abschluss beschreiben wir die akustische Anisotropie von kristallinen Systemen am Beispiel von Saphir und geben die frequenzabhängige Dämpfung an, um eine Obergrenze für die Messbarkeit der SAW-Frequenz zu finden.

Im Vordergrund dieses Kapitels soll der Kontrollaspekt über akustische Oberflächenwellen stehen, der anhand der hier vorgestellten Lasertechniken ausgeübt werden kann.

6.2.1. Frequenz und Amplitude

Abbildung 6.5 zeigt oben ein typisches Knife-edge Signal für eine Oberflächenwelle mit 36 MHz auf Silizium. Um das Rauschen des Detektionslasers zu unterdrücken, wurde der

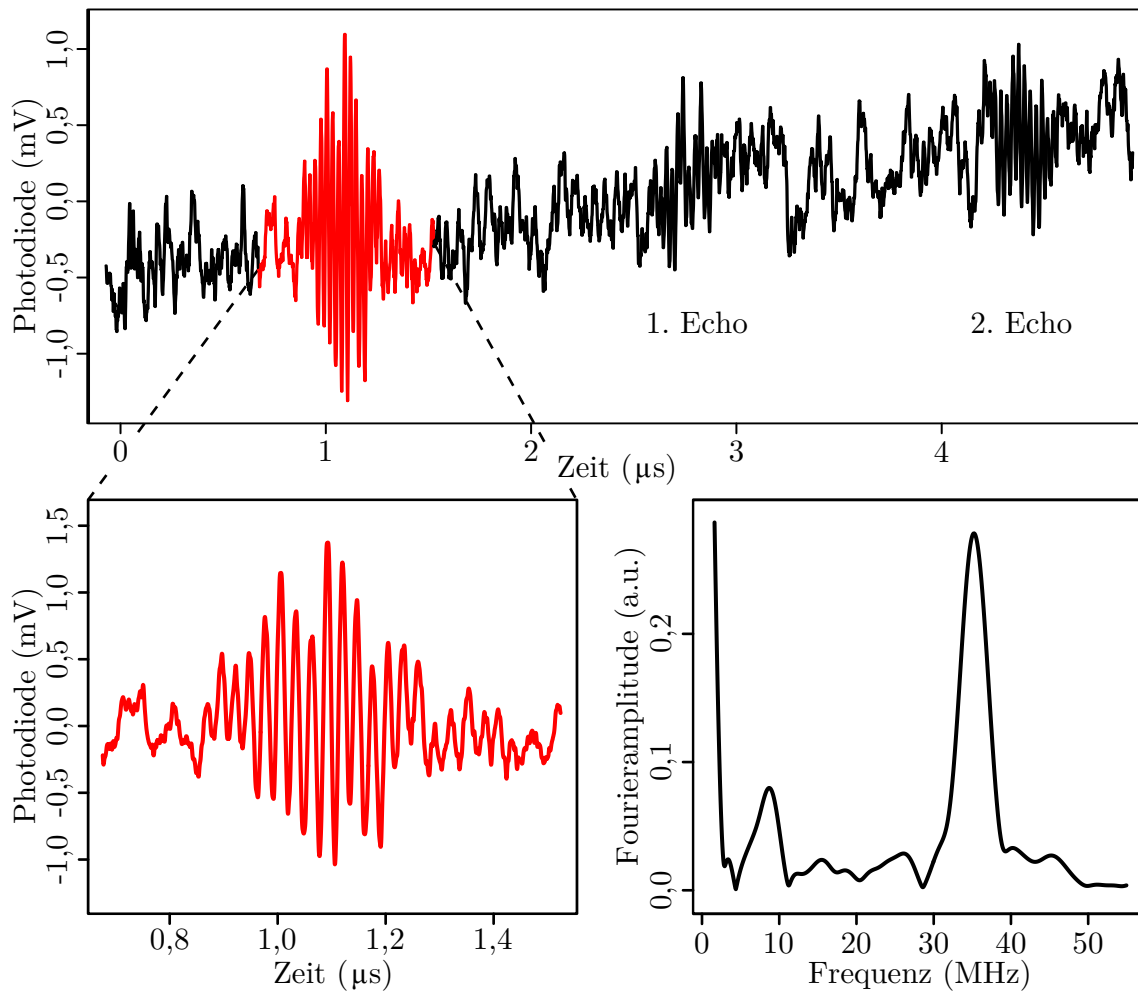


Abbildung 6.5.: Typisches Knife-Edge Signal einer 36 MHz Oberflächenwelle auf Silizium. In rot ist eine Vergrößerung der Welle dargestellt, aus der das FFT Spektrum rechts unten errechnet wurde.

Datensatz über mehrere hundert Einzelmessungen gemittelt. Zum Zeitpunkt $0 \mu\text{s}$ wird die Welle angeregt und läuft über die Oberfläche hin zum Detektionsort, wo sie zu einem späteren Zeitpunkt ankommt. Dort misst das Knife-Edge die lokale Steigung der Oberfläche und bildet somit die Welle ab. Eine Vergrößerung des ersten Signals ist nach Abzug des Hintergrundes in rot links unten vergrößert dargestellt. Aus der so gewonnenen Zeittransiente können wir über eine FFT-Analyse die Frequenz mit hoher Genauigkeit bestimmen, wie auf der rechten, unteren Seite der Abbildung gezeigt.

Da die Verkippung des Substrates manuell eingestellt werden kann, lässt sich das Signal der Photodioden auf eine reale Steigung der Oberfläche eichen. Für den speziellen Fall des gezeigten Aufbaus, ändert sich das Signal um $10,4 \text{ mV pro } 1^\circ$ Verkippung. Wenn wir die SAW in einem vereinfachten Bild als rein sinusförmig annehmen, so ist deren Ableitung wiederum sinusförmig. Über die Eichung können wir direkt auf die Amplitude der SAW

zurückrechnen. Typische Werte für Amplituden, die mit dieser Methode bestimmt wurden, liegen im Bereich um 1-5 Å. Eine derartige Messung für verschiedene Frequenzen auf einem Glassubstrat ist in Abbildung 6.6 dargestellt. Der Abstand zwischen Erzeugung- und Abtastort ist bei 6 mm festgehalten. Mit steigender Frequenz nimmt die Amplitude

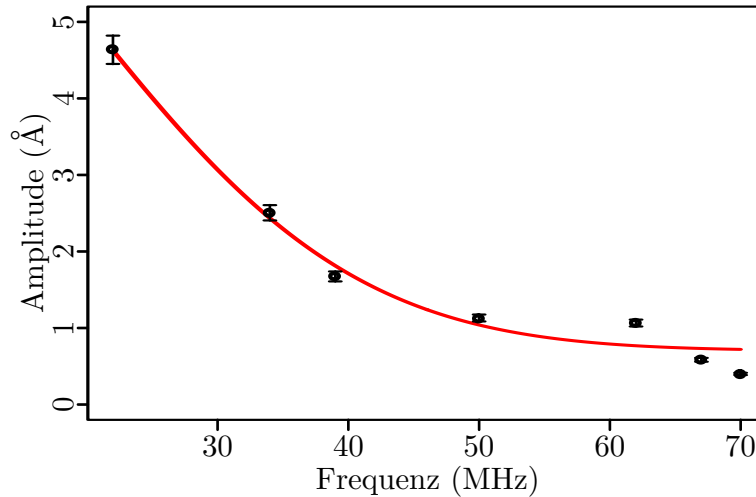


Abbildung 6.6.: Amplituden von Oberflächenwellen auf Glas bei verschiedenen Frequenzen im Abstand von 6 mm vom Erzeugungsort. Die rote Kurve zeigt einen $e^{-\omega^2}$ -Fit, bei dem die Datenpunkte mit der Fehlergröße gewichtet wurden.

wie erwartet proportional zu $e^{-\omega^2}$ ab, vgl. dazu Gleichungen (2.40) und (2.46). Der Einbruch der Amplitude ab ca. 70 MHz ist auf die Pulslängenbeschränkung der Anregung durch den Nd:YAG Laser zurückzuführen. Der rot gezeichnete Fit zeigt die erwartete Frequenzabhängigkeit, wobei die Datenpunkte nach der Fehlergröße gewichtet wurden. Es ist also möglich, Auslenkungen im Bereich weniger Angstrom mit Hilfe der Methode zu detektieren.

6.2.2. Kohärente Kontrolle von SAWs

Wir wollen nun die Anregung von Oberflächenwellen durch ein transientes mit einem statischen Gitter vergleichen. Hierzu bedienen wir uns wieder der Knife-Edge Methode und messen zuerst das Signal einer transient angeregten Welle, siehe Abbildung 6.7 a). Als Substrat dient Glas. Die Leistung der interferierenden Laserstrahlen ist so gewählt, dass wir den dünnen Metallfilm auf dem Glas nicht beschädigen. Man kann über den zeitlichen Verlauf des Signals das räumliche Profil des Laserstrahls ablesen, der gaußförmig sein sollte. Nun wird die Laserleistung soweit erhöht, dass wir ein statisches Gitter in den Metallfilm brennen, was mit einem einzelnen Schuss geschieht. Ist das Streifenmuster im Film erzeugt, blockieren wir einen der beiden Interferenzarme, so dass wir das statische Gitter mit dem homogenen Strahl des verbleibenden Arms anregen können. Das Ergebnis ist in 6.7 b) gezeigt. Zuerst fällt auf, dass das Signal keine Flanken aufweist, wie sie in a) zu sehen sind. Die zwei interferierenden Laserstrahlen besitzen Gauß-Profile, die die Einhüllende des Interferenzmusters bestimmen. In den äußeren Bereichen reicht die Leistung bei der Strukturierung jedoch nicht aus, um den Film zu verändern. Dies führt

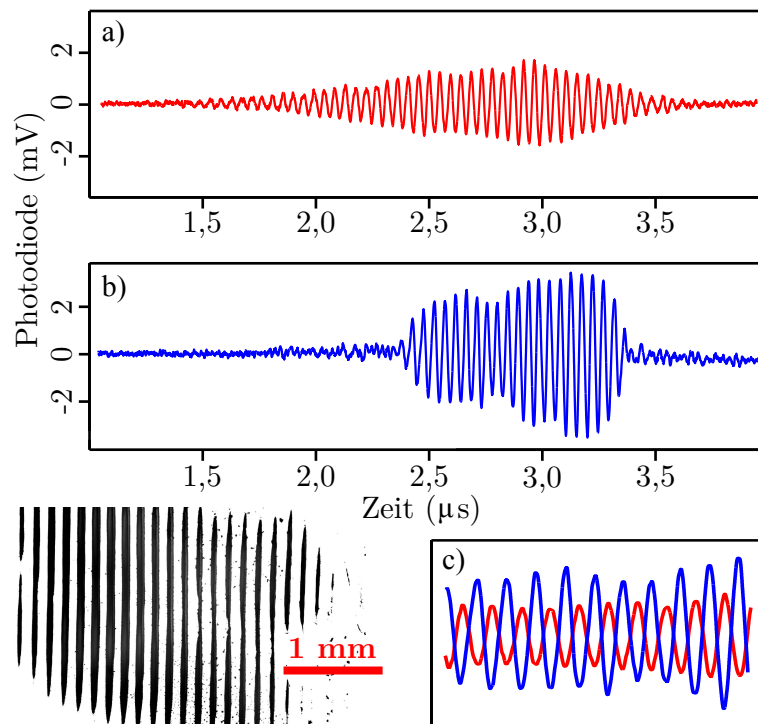


Abbildung 6.7.: a) Eine transient angeregte Oberflächenwelle auf Glas. b) Mit den Interferenzeinstellungen aus a) wurde ein statisches Gitter (links unten) erzeugt, das hernach mit nur einem der beiden Strahlen angeregt wurde. c) Überlagerung von Signalteilen aus a) und b), die die Phasenverschiebung von 180° zeigen.

zu einem abrupten Ende des statischen Gitters und somit zum scharfen Einsetzen des Signals in b). Desweiteren ist die Form des Interferenzgitters, wie es im Mikroskopbild links unten gezeigt ist, auch im Signal wieder zu erkennen. Dies kann soweit gehen, dass man für den Fall eines fehlenden Streifens im Gitter auch den entsprechenden Peak im Signal vermisst.

In 6.7 c) sind Ausschnitte von $0,5 \mu\text{s}$ aus den beiden Signalen von a) und b) überlagert und vergrößert dargestellt. Wir erkennen, dass die beiden Signale um 180° zueinander phasenverschoben sind. Diese Verschiebung können wir mit den unterschiedlichen Anregemechanismen erklären. In a) wurde die Welle transient angeregt, d.h. dort wo konstruktive Interferenz auftrat, wurde der Metallfilm heiß und dehnte sich aus. Als das statische Gitter im Anschluss in den Film gebrannt wurde, ist an diesen Stellen das Metall entfernt worden. Die anschließende Anregung mit dem homogenen Laser, heizt nur die Orte, an denen zuvor destruktive Interferenz auftrat. Dies erklärt die Phasenverschiebung von 180° zwischen der transienten und der statischen Anregung.

Der Vollständigkeit halber sei erwähnt, dass die Amplitude der Welle über die Leistung des Anregelasers gesteuert werden kann. Wir erlangen somit kohärente Kontrolle über die Oberflächenwelle, da wir die Amplitude, Frequenz und Phasenlage beeinflussen und bestimmen können.

Diese Kontrolle wollen wir nun anwenden, um zwei Oberflächenwellen miteinander in-

terferieren zu lassen². Abbildung 6.8 zeigt oben schematisch zwei einlaufende Wellen, die

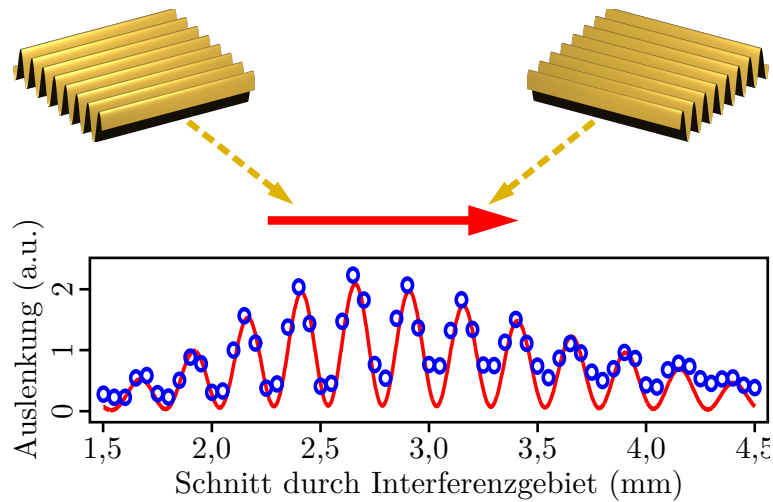


Abbildung 6.8.: Interferenz zweier Oberflächenwellen auf Glas. Im Interferenzgebiet wird die Auslenkung entlang des roten Pfeils an verschiedenen Stellen gemessen, was in der unteren Hälfte dargestellt ist. Das Signal ist auf die Amplitude einer einzelnen Welle normiert und oszilliert daher zwischen 0 und 2.

unter einem Winkel von $12,4 \pm 0,5^\circ$ überlagert werden. In diesem Gebiet wird die Amplitude der SAW in $50 \mu\text{m}$ Schritten ausgemessen, gekennzeichnet durch den roten Pfeil. Die Gitter sind statisch und besitzen eine Wellenlänge von $107 \pm 2 \mu\text{m}$. Die Anregung erfolgt gleichzeitig mit den zuvor zur Strukturierung genutzten Strahlteilen. Je nach Phasenlage interferieren im Interferenzgebiet die Oberflächenwellen destruktiv oder konstruktiv. Im unteren Bereich der Abbildung ist die Amplitude der beiden überlagerten Wellen über dem Abfrageort aufgetragen. Die Ordinate ist normiert auf die höchste Amplitude einer einzelnen Welle. Wie erwartet oszilliert die Auslenkung zwischen 0 und 2 und unterstreicht nochmals, dass die Oberflächenauslenkung zu jedem Zeitpunkt und an jedem Ort genau kontrolliert werden kann. Die durchgezogene Linie ist ein Fit an die Daten, der aus einem oszillatorischen Anteil und zwei überlagerten Gaußfunktionen für die beiden einlaufenden Wellen als Einhüllende besteht. Die Interferenzwellenlänge aus dem Fit ergibt sich zu $251 \pm 3 \mu\text{m}$. Aus den Werten der oben genannten Geometrie errechnet sich dazu ein theoretischer Wert von $249 \pm 10 \mu\text{m}$, der genau mit dem gemessenen übereinstimmt.

Die Idee Oberflächenwellen räumlich zu überlagern ist nicht neu. Fokussierende Strukturen werden gerade bei piezokeramischen Bauelementen häufig eingesetzt [DLASS03, QWW06]. In einem weiteren Experiment zur Fokussierung von SAWs mit der vorgestellten Methode erreichten wir im Fokus eine Amplitudenerhöhung um Faktor 7.

6.2.3. Rayleighgeschwindigkeit und Dispersion

Aus einem Datensatz, wie wir ihn in Abbildung 6.5 gesehen haben, lässt sich auch die Rayleighgeschwindigkeit der Welle extrahieren, sofern man die Frequenz auf der FFT Ana-

²Es werden also zwei Interferenztechniken eingesetzt: eine zur Erzeugung der Oberflächenwellen und die zweite bei der Superposition der SAWs selbst.

lyse und den Streifenabstand aus einem Mikroskopbild³ kennt. In den Grundlagen haben wir beschrieben, dass die Rayleighgeschwindigkeit für isotrope Medien konstant bleibt bei verschiedenen Frequenzen. Dies gilt für ein Schichtsystem, wie den hier verwendeten Substraten aus Glas oder Silizium mit einem dünnen Metallfilm, nicht mehr. In Abbildung 6.9 sind die Rayleighgeschwindigkeiten für zwei Metallfilme auf Glas gezeigt. Ein 50 nm

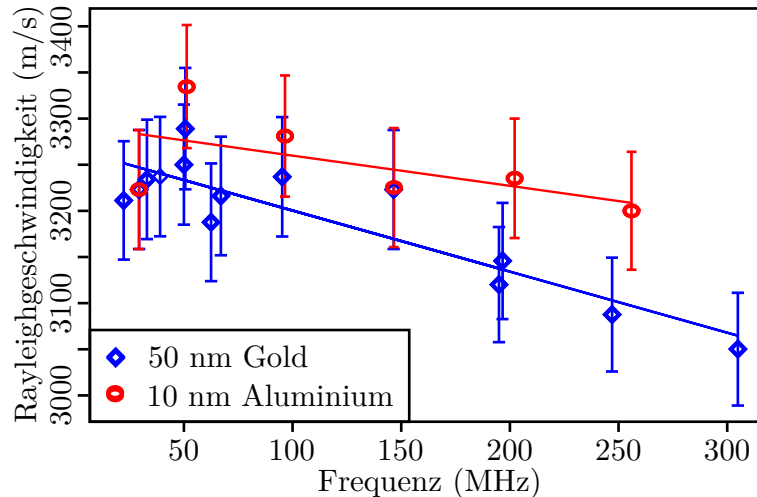


Abbildung 6.9.: Der dünne Metallfilm auf dem Substrat beeinflusst die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Rayleighwelle, die mit steigender Frequenz sinkt. Der Einfluss des dünnen und leichteren Aluminium ist wie erwartet geringer als der des dickeren Goldfilms.

dicker Goldfilm wird mit einem 10 nm dünnen Aluminiumfilm verglichen. Mit steigender Frequenz ist ein deutliches Absinken der Geschwindigkeit zu erkennen. Extrapoliert man die linearen Fits hin zu 0 Hz, so kann die Rayleighgeschwindigkeit des filmlosen Substrates bestimmt werden. Im Rahmen der Messgenauigkeit ergibt sich aus den beiden Datenreihen ein Wert von $c_{Rayleigh} = (3279 \pm 63) \text{ m/s}$ für das verwendete Glas. Dies stimmt sehr gut mit dem Literaturwert von $c_{Rayleigh} = 3298 \text{ m/s}$ überein, den man aus Gleichung (2.35) mit den Materialkonstanten aus [YAY05] errechnen kann.

Die Veränderung der Geschwindigkeit mit der Frequenz lässt sich mit den unterschiedlichen, akustischen Eigenschaften von Film und Substrat erklären. Nehmen wir ein Schichtsystem aus einem Film mit niedriger und einem Substrat mit hoher Rayleighgeschwindigkeit an. Aus den Grundlagen ist bekannt, dass die Eindringtiefe der Oberflächenwelle in etwa der Wellenlänge entspricht. Für große Wellenlängen, also kleine Frequenzen, dringt die Welle weit ins Substrat ein und der vergleichsweise dünne Film spielt nur eine untergeordnete Rolle. Die SAW propagiert mit der Geschwindigkeit des Substrates. Steigern wir die Frequenz soweit, dass die Wellenlänge in der selben Größenordnung wie die Filmdicke liegt, so propagiert die Welle fast ausschließlich im Film, mit dessen Geschwindigkeit. Im Zwischenbereich nimmt der Einfluss des Filmes mit steigenden Frequenzen sukzessive zu und die Rayleighgeschwindigkeit nimmt ab. Natürlich kann der Wert auch zunehmen, sofern der Film höhere akustische Geschwindigkeiten als das Substrat hat.

³oder dem Interferenzwinkel

6.2.4. Anisotropie und Dämpfung

Anisotropie

In den Grundlagen von Kapitel 2.1.2 sind wir von einem isotropen Medium ausgegangen, das in allen Ausbreitungsrichtungen die gleichen akustischen Eigenschaften besitzt. In der Realität weisen viele, meist einkristalline Materialien akustische Anisotropien auf [KM93, Eve92, Eis81, VTW95]. Akustische Oberflächenwellen bieten die Möglichkeit diese Anisotropien zu untersuchen. Im Folgenden beschreiben wir ein Experiment, in dem zerstörungsfrei die kristallografische Ausrichtung eines Substrats untersucht werden kann.

Der Aufbau aus Kapitel 4.3.1 wurde dahingehend verändert, dass die Probe auf einem drehbaren Tisch gelagert ist. Die Anregung der Oberflächenwellen ist transient bei Frequenzen, bei denen die Detektion per Knife-Edge gut funktioniert. Ausgewertet wird die Rayleighgeschwindigkeit der Wellen für verschiedene Laufrichtungen bzw. -winkel auf dem Substrat. Eine Referenzprobe wurde bei gleicher Winkeleinstellung der interferierenden Strahlen statisch strukturiert, um den Streifenabstand des Gitters zu bestimmen und daraus auf die Geschwindigkeit zurückrechnen zu können. In Abbildung 6.10 ist die

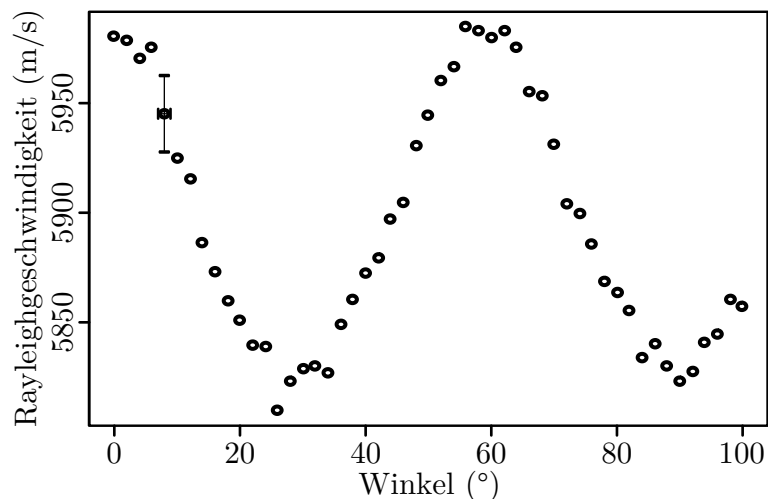


Abbildung 6.10.: Akustische Anisotropie auf Saphir in der c -Ebene. In 2° Schritten wurde die Probe weiter gedreht und die Rayleighgeschwindigkeit über ein Knife-Edge gemessen.

Änderung der Rayleighgeschwindigkeit für verschiedene Winkel auf Saphir aufgetragen. Die Winkel wurden in 2° Schritten über einen Bereich von 100° variiert. Deutlich zu erkennen ist das oszillatorische Verhalten der Geschwindigkeit, das sich alle 60° wiederholt. Die verwendeten Saphirproben sind entlang der c -Ebene poliert (auch basal oder (0001) genannt) und besitzen somit eine sechszählige Symmetrie, die sich auch in den Daten in Abbildung 6.10 zeigt. Weiter scheinen sich auch kleinere Unterstrukturen zu wiederholen, wie beispielsweise die abgeflachten Maxima oder die angedeuteten Doppelminima. Der Fehler in der Bestimmung der Frequenz aus den FFT-Daten ist gering, wohingegen die Bestimmung des Streifenabstandes unter dem Mikroskop nur bis auf $\pm 0,5 \mu\text{m}$ genau ist. Ferner konnte der Winkel des Drehtisches nur auf ca. 1° genau eingestellt werden. Dennoch ist die Wiederholbarkeit der Daten alle 60° augenscheinlich und passt zur Erwartung für Saphir.

Dämpfung

Zum Abschluss wollen wir die Dämpfung bei höheren Frequenzen genauer betrachten. Da die Knife-Edge Methode für Silizium durch den Fokusbereich auf Frequenzen bis ca. 250 MHz limitiert ist, kommt für die Messungen hoher Frequenzen auf Silizium die Beugungsmethode zum Einsatz. Ein Messsignal in Beugung für eine Oberflächenwelle mit einer Frequenz von 1,1 GHz ist in Abbildung 6.11 gezeigt. Dies ist zugleich die höchste SAW-Frequenz, die in dieser Arbeit gemessen werden konnte. Die Oberflächenwellen können bei

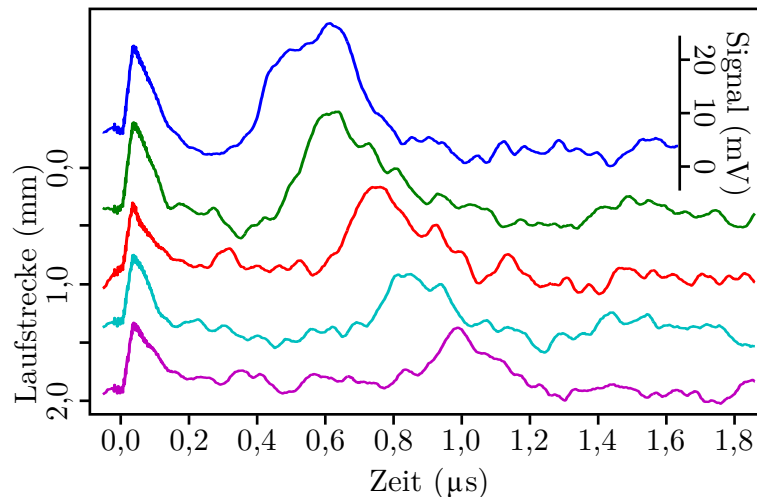


Abbildung 6.11.: Beugungssignal einer 1,1 GHz Oberflächenwelle. Die Transienten sind zur Verdeutlichung gemäß ihrer Laufstrecke gegeneinander versetzt. Mit wachsender Distanz von oben nach unten wird das Signal kleiner.

1,1 GHz nicht mehr mit den 13 ns kurzen Pulsen des Nd:YAG angeregt werden, wie zuvor bereits diskutiert. Für die Anregung wurde ein Ti:Sa Femtosekundenlasers genutzt, dessen nutzbare Pulslängen im Bereich weniger ps bis 150 fs lagen. Die verwendeten Gitterstrukturen wurden in einem separaten Interferenzaufbau statisch in die Substrate gebrannt. Der Detektionslaser kann bei der Messung nicht beliebig nahe an der Anregestruktur positioniert werden, da bereits minimales Streulicht den Photomultiplier in der ersten Beugungsordnung übersteuert. Bei kleinen Zeitpunkten ist zudem ein starkes Übersprechen des Anregelasers auf den Detektor sichtbar. Mit wachsenden Abständen zwischen Gitter und Detektionslaser sinkt wie erwartet das Signal auf Grund der Dämpfung. Da wir bei der Messung die Intensität der ersten Beugungsordnung aufnehmen, aber die Abnahme der Wellenamplituden berechnen wollen, müssen wir bei der Auswertung die quadratische Abhängigkeit der Intensität von der Amplitude nach Gleichung (4.3) beachten.

Der Dämpfungswert, der in dB/cm angegeben wird, ist nach Gleichung (2.41) über das Verhältnis der Amplituden bestimmt. Abbildung 6.12 zeigt gemessene Dämpfungswerte für Glas und Silizium in Abhängigkeit der Frequenz. Bei beiden Kurven ist der Datenpunkt mit der höchsten Frequenz die Nachweisgrenze für das jeweilige Material. Die durchgezogene Linie in den Glasdaten gibt einen quadratischen Fit gemäß der Abhängigkeit aus Gleichung (2.46) an, was die Theorie bestätigt. Die Absolutwerte des Dämpfungswertes sind bei Silizium deutlich geringer als die von Glas. Für Silizium stehen nicht genügend Datenpunkte zur Verfügung, um eine quadratische Abhängigkeit nachzuweisen. Dennoch steigt die Dämpfung auch hier mit steigender Frequenz an.

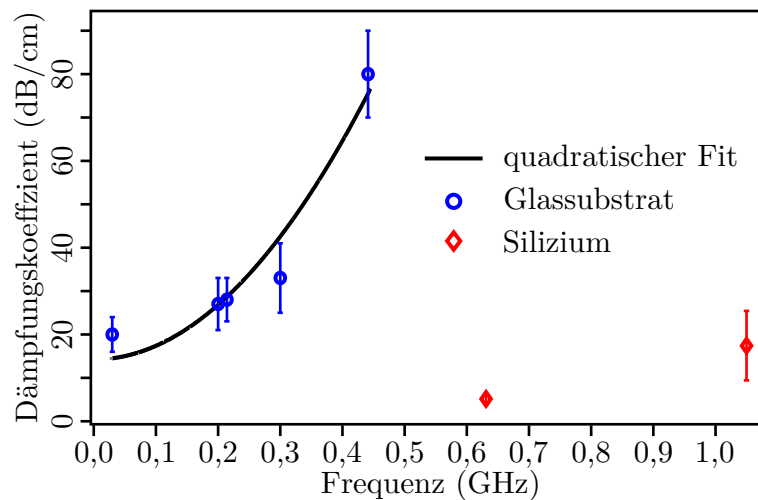


Abbildung 6.12.: Dämpfung akustischer Oberflächenwellen auf Glas und Silizium. Bei den Glasdaten nimmt der Dämpfungskoeffizient, wie erwartet, quadratisch mit der Frequenz zu. Auch bei Silizium steigt die Dämpfung mit der Frequenz.

Mit Gleichung (4.5) haben wir gelernt, dass das Beugungssignal mit der vierten Potenz der Frequenz abnimmt. Nicht nur die zunehmende Dämpfung, sondern auch die abnehmende Beugungseffizienz machen das Messen höherer Frequenzen zu einer, mit dieser Methode unüberwindbaren Herausforderung. Bereits bei einer SAW-Frequenz von 2 GHz ist das Signal im Vergleich zu Abbildung 6.11 nur noch $1/8$ so groß, was es unmöglich macht dieses vom Rauschen zu unterscheiden.

7. Ergebnisse und Diskussion - Temperaturmessung

Nach den schwingenden Siliziummembranen und den akustischen Oberflächenwellen, wenden wir uns nun dem hochfrequenten Teil des Phononenspektrums zu und betrachten thermische Phänomene in 340 nm dünnen Siliziummembranen.

In den folgenden Kapiteln werden die Ergebnisse beschrieben, die mit Hilfe der Aufbauten aus Kapitel 5.1 und 5.2 gewonnen wurden. Zunächst werden wir die verschiedenen Methoden verwenden, um die bekannte Größe der Wärmeleitfähigkeit von Silizium mit Literaturdaten zu vergleichen und diese zu ergänzen. Im Anschluss widmen wir uns der spezifischen Wärme von Nanostrukturen, deren Ankopplung an die Oberfläche und realisieren eine thermische Diode, die sich den ballistischen Phononentransport zu Nutze macht.

7.1. Spektrale Daten

In Kapitel 2.4.2 haben wir gesehen, wie dünne Membranen als Fabry-Perot-Etalon wirken. Der Effekt hängt stark vom Brechungsindex des verwendeten Materials ab. Besonders interessant für uns ist es, wenn dieser temperaturabhängig ist. Im Folgenden werden Messergebnisse der Transmission durch Siliziummembranen über den spektralen Bereich des sichtbaren Lichts gezeigt und der Einfluss der Temperatur beschrieben. Zuerst werden wir die temperaturabhängige, dielektrische Funktion von Silizium kennen lernen, um danach die transmittierten Spektren bei verschiedenen Temperaturen mit Simulationen zu vergleichen. Den Abschluss macht der Vergleich einer frisch hergestellten mit einer gealterten Membran.

7.1.1. Dielektrische Funktion von Silizium

Die dielektrische Funktion von Silizium ist gut bekannt. So findet man von Aspnes und Studna [AS83] einen umfassenden Datensatz für den sichtbaren Bereich des optischen Spektrums. In dieser Arbeit wird jedoch die Temperaturabhängigkeit nicht behandelt. Diese findet sich gut beschrieben in Jellison und Burke [JB86]. Um einen vollständigen Datensatz für die Berechnungen in dieser Arbeit zu erhalten, wurde wie folgt vorgegangen:

Als Grundlage diente der Datensatz aus [AS83] für den Wellenlängenbereich von 400 bis 800 nm. Er wurde als fester Wert bei Raumtemperatur von 294 K gewählt. Die Temperaturabhängigkeit wird durch die formellen Abhängigkeiten aus [JB86] eingebracht

$$n(\lambda, T) = n_0(\lambda) + a_n(\lambda T) \quad \text{und} \quad k(\lambda, T) = k_0(\lambda)e^{T/430\text{K}}. \quad (7.1)$$

In beide Formeln wurde für $T = 294\text{K}$ der extrahierte Datensatz aus Aspnes eingefügt, um n_0 und k_0 zu errechnen. Der Vorfaktor a_n ist Jellison entnommen. k bedarf keiner

weiteren Umrechnung. So kann für jede beliebige Temperatur T die dielektrische Funktion von Silizium errechnet werden. Abbildung 7.1 zeigt die dielektrische Funktion aus

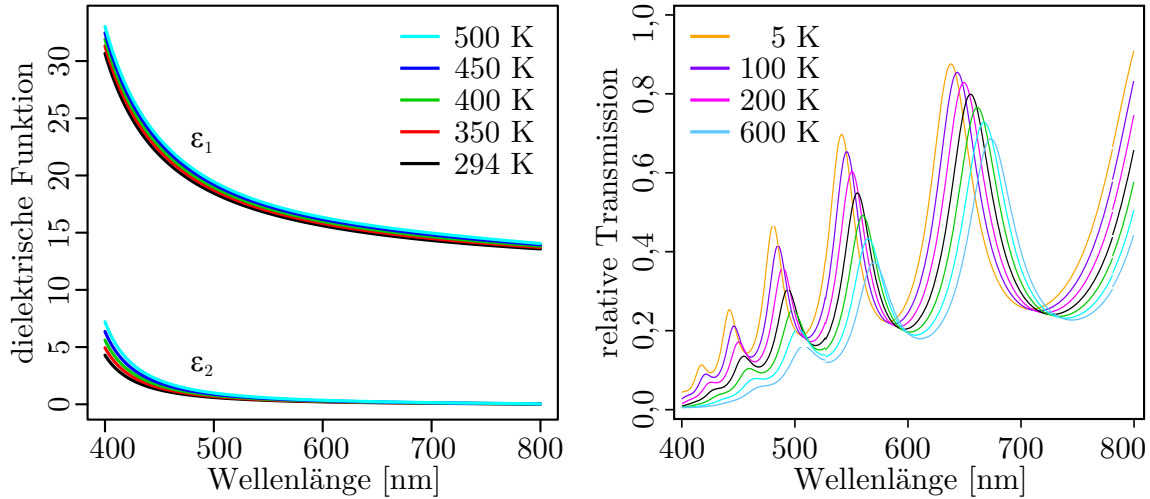


Abbildung 7.1.: Dielektrische Funktion von Silizium aus Aspnes [AS83] und Jellison [JB86] für verschiedene Temperaturen zwischen 294 und 500 K (links) und daraus errechnete Transmissionsspektren zwischen 5 und 600 K (rechts).

Gleichung (7.1) für Temperaturen bis 500 K. Im rechten Teil der Figur sind mit Scout2 errechnete Transmissionsspektren für ausgewählte Temperaturen zwischen 5 und 600 K gezeigt. Da der Datensatz nach [JB86] nur für Temperaturen über 294 K Gültigkeit hat, können Werte für tiefe Temperaturen nur aus dem formellen Zusammenhang in (7.1) extrapoliert werden. Wie wir in Kapitel 7.3.1 sehen werden, erreichen wir damit eine recht gute Übereinstimmung mit gemessenen Transmissionswerten.

7.1.2. Transmissionsspektren bei verschiedenen Temperaturen

Abbildung 7.2 zeigt das Transmissionsspektrum einer 340 nm dicken Siliziummembran für verschiedenen Temperaturen und wurde in ähnlicher Form bereits in [SBSL10] veröffentlicht. Es veranschaulicht wie die Transmission mit steigender Temperatur fast über den gesamten Wellenlängenbereich abnimmt, was auf ein Ansteigen der Absorption hindeutet. Zusätzlich ist eine Verschiebung hin zu größeren Wellenlängen sichtbar, die mit einer größer werdenden optischen Dicke einhergeht. In Abbildung 7.1 haben wir gesehen, wie sich die Spektren theoretisch verschieben sollten. Der gleiche Effekt ist auch in den Messdaten sichtbar. Die gepunktete Linie gibt als Anhaltspunkt den simulierten Verlauf für 300 K wieder. Offensichtlich besteht jedoch eine Abweichung der theoretischen Daten von den gemessenen. In den Berechnungen sind die natürliche SiO₂-Schicht, sowie mögliche Rauheiten auf der Oberfläche, nicht berücksichtigt. In [Tro11] wird zudem diskutiert, wie eine Variation des umgebenden Mediums die Spektren beeinflusst. Ein Anheben des Umgebungs-Brechungsindex auf 1,2 legt die theoretischen Werte nahezu auf die gemessenen, so dass ein etwaiger Wasserfilm auf der Oberfläche dafür verantwortlich sein könnte.

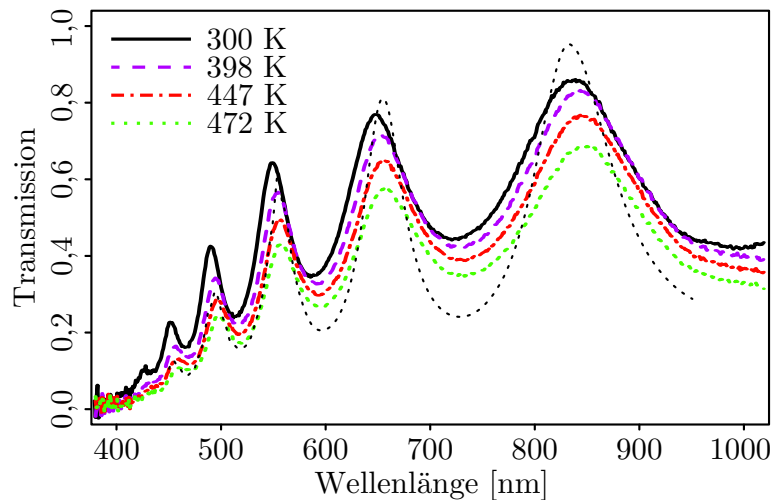


Abbildung 7.2.: Transmissionsspektrum einer 340 nm dicken Siliziummembran, gemessen bei verschiedenen Temperaturen. Die gepunktete, schwarze Linie zeigt eine Simulation für 300 K.

Normiert man die Datensätze aus 7.2 auf das Raumtemperaturspektrum so ergibt sich Abbildung 7.3. Der obere Kasten gibt ein einzelnes Transmissionspektrum bei Raumtemperatur an. Im unteren Bereich sind die Spektren normiert auf die Raumtemperaturkurve eingezeichnet und wie sich diese bei steigender Temperatur verhalten. Augenfällig ist der stärker werdende Effekt hin zu kleineren Wellenlängen. Dies ist mit dem Ansteigen der dielektrischen Funktion hin zur indirekten Bandkante erklärbar. In weiten Bereichen des Spektrums sinkt die Transmission mit steigender Temperatur. Dies ist vor allem in den kurzwelligeren Flanken des reinen Spektrums der Fall. Auf den langwelligeren Flanken kann die Transmission auch ansteigen, dort wo die Verschiebung der Transmissionsmaxima das Absinken überkompensiert. Für unsere Experimente sehr hilfreich ist das Minimum der relativen Transmissionsänderung knapp unterhalb von 500 nm. Da der Argon-Laser, mit dem die ersten Experimente durchgeführt wurden, zu dem Zeitpunkt der ersten Experimente bei 488 nm lief - ein Zufall, der das größtmögliche Signal bereits bei der allerersten Messung lieferte - wurde diese Einstellung für die weiteren Experimente beibehalten. Auch die Bandpassfilter (Linienfilter) des Mikroskopaufbaus in 5.2 wurden anhand dieser Wellenlänge ausgewählt.

Im Rahmen dieser Arbeit sollen aber nicht die möglichen Gründe für das Abweichen der gemessenen von den theoretischen Werten diskutiert werden. Hier ist die Änderung der Transmission bei einer bestimmten Wellenlänge von Belang, die separat geeicht werden muss, siehe Kapitel 7.3.1. Das nächste Kapitel zeigt der Vollständigkeit halber einen weiteren, mögliche Effekte, der ein Abweichen der gemessenen von den theoretischen Spektren erklären kann.

7.1.3. Alterungsprozess

Reines Silizium oxidiert an Raumluft zu Silizium-Dioxid SiO_2 . So bildet sich auf beiden Seiten der Membran innerhalb einiger Stunden eine wenige Å dicke Oxid-Schicht

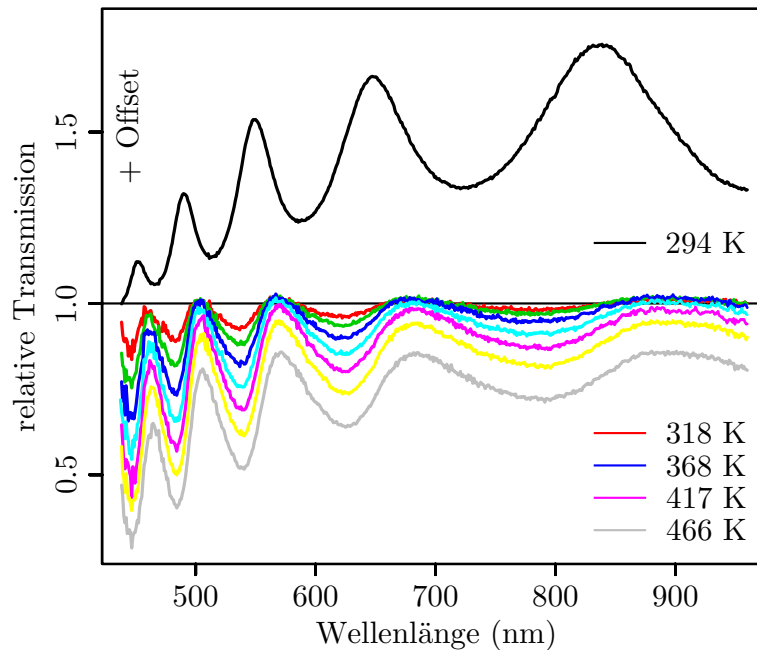


Abbildung 7.3.: Im oberen Bereich ist ein gemessenes Transmissionsspektrum bei Raumtemperatur zu sehen. Es ist um den Wert 1 nach oben versetzt. Im unteren Bereich sind Spektren bei verschiedenen Temperaturen gezeigt, die auf das Raumtemperatur-Spektrum normiert wurden. Es zeigt die spektral aufgelöste, relative Änderung der Transmission bei höheren Temperaturen. Die in der Legende nicht angegebenen Kurven liegen jeweils dazwischen.

[MOH⁺90]¹, die zum einen die optische Dicke beeinflusst, zum anderen die Membran verspannt [FBL⁺89, BFL90]². Letzteres führt ebenso zu einer Änderung der dielektrischen Funktion [Vin05]. Das „Alter“ der Probe kann an der äußeren Form der Membran abgelesen werden. Je älter die Probe, desto welliger wird die Oberfläche.

Wie sich dieses Oxidieren und Verspannen der Membran in den Spektren widerspiegelt ist in Abbildung 7.4 gezeigt. Die Spektren sind für eine, mehrere Tage an Raumluft gelagerte Membran in der selben Weise wie zuvor beschrieben aufgenommen. In der oberen Hälfte ist zum Vergleich als gepunktete Linie das Transmissionsspektrum der frisch geätzten Membran bei Raumtemperatur aus Abbildung 7.3 eingezeichnet. Im unteren Bereich sind die relativen Transmissionen erneut normiert auf die jeweiligen Raumtemperaturkurven gezeigt. Die wesentlichen Merkmale der Spektren unterscheiden sich nicht. Sowohl die Lage der Maxima, als auch das Schieben und Absinken bei höheren Temperaturen bleibt erhalten. Sehr signifikant ändern sich jedoch die Transmissionsminima in der oberen Hälfte der Abbildung. Die tieferen Minima führen auch zu einer stärkeren Temperaturabhängigkeit der Transmission der gealterten Membran, wenn man die Abbildungen 7.3 und 7.4 miteinander direkt vergleicht.

Natürlich ist es wissenschaftlich bedenklich eine Probe „alt“-werden zu lassen, um daran besser messen zu können. Wir können aber auch davon sprechen, dass bewusst eine

¹Morita et al. geben nach sieben Tagen eine Oxiddicke von 6,7 Å an.

²Im SiO₂-Film herrschen bis zu $5 \cdot 10^8$ Pa.

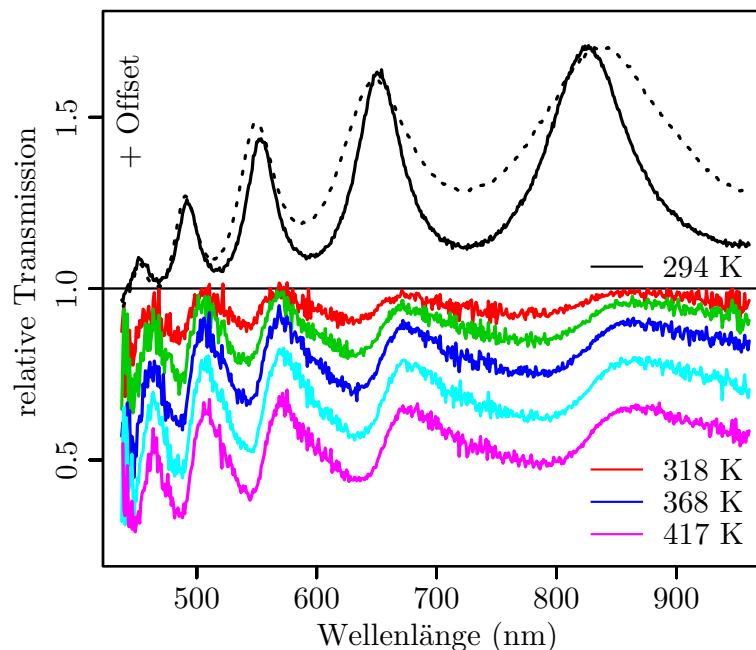


Abbildung 7.4.: Transmissionsspektren einer gealterten Membran bei Raumtemperatur (oben) und für erhöhte Temperaturen (unten), normiert auf 294 K. Die Transmissionsänderung ist deutlich stärker ausgeprägt, als bei einer frisch geätzten Membran (gepunktete Linie).

Konfiguration mit natürlicher SiO_2 -Schicht gewählt wurde, damit der messbare Effekt maximiert wird.³

7.2. Laseraufbau

Der experimentelle Aufbau, wie er in Kapitel 5.1 beschrieben wird, ist die erste Realisierung einer orts aufgelösten Temperaturmessung auf Siliziummembranen. Alle Messungen in diesem Kapitel sind an 340 nm dünnen Membranen mit diesem Aufbau durchgeführt. Zuerst soll die Auswertung der Wärmeleitfähigkeit anhand eines statischen Temperaturprofils beschrieben werden. Abschließend wird Laserinterferenz genutzt, um ein transientes, thermisches Gitter in die Membran zu prägen, aus dessen Zerfall wiederum auf die Wärmeleitfähigkeit geschlossen werden kann.

Die Auswertungen der folgenden Kapitel sind in [SBSL10] bereits veröffentlicht.

7.2.1. Statische Messungen

Bei einer Leistung der roten Laserdiode ($\lambda = 658 \text{ nm}$) von 14,3 mW und einem Fokus von $15 \mu\text{m}$, heizt sich die Membranmitte auf 316 K auf, siehe Abbildung 7.5. Die Mitte des gezeigten Temperaturprofils erscheint breiter, als der Fokusbereich des Heizlasers. Dies ist in der Faltung der Foki von Heiz- und Abtastlaser begründet. Da der Abtastlaser

³Nebenbei erleichtert dieser Umstand auch die Durchführung der Experimente, da die Membranen recht schnell oxidieren und dadurch nicht vor jeder Messung erneut geätzt werden müssen.

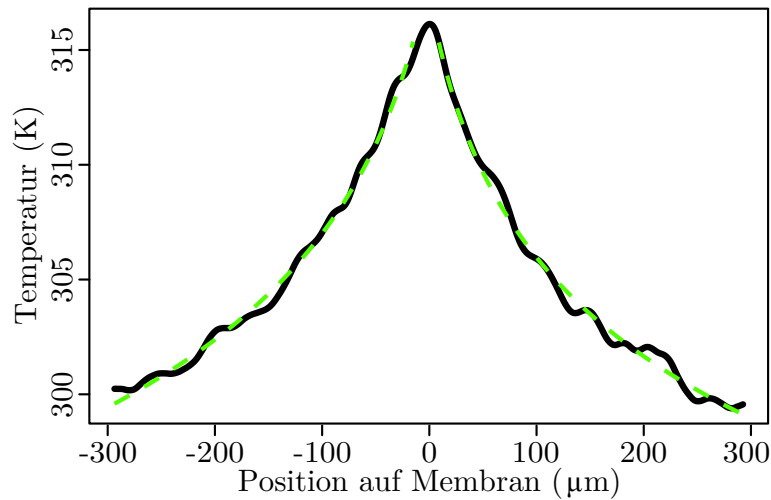


Abbildung 7.5.: Temperaturprofil einer Siliziummembran, die im Zentrum auf 316 K geheizt wurde. Aus dem Verlauf der Flanken lässt sich die Wärmeleitfähigkeit errechnen.

einen Durchmesser von ca. $10 \mu\text{m}$ hat, verwischt er die eigentliche Form des Heizfokus. Das auszuwertende Profil hat insgesamt eine Länge von $300 \mu\text{m}$, so fällt die Größe des Abtastfokus für die weitere Auswertung wenig ins Gewicht. Auf die Darstellung der zugrunde liegende Eichung wird hier verzichtet, da sich diese nur wenig vom Mikroskopaufbau in Kapitel 7.3.1 unterscheidet.

Ein Fit an die Daten ist in Abbildung 7.5 als grüne, gestrichelte Linie gezeigt und beschreibt den Verlauf aus Formel (2.83). Da die Membrandicke und die absorbierte Leistung bekannt sind, ergibt sich aus dem Fit ein $\kappa = 136 \pm 27 \frac{\text{W}}{\text{m}\cdot\text{K}}$, was zwar nahe am Literaturwert für Silizium als Festkörper von $150 \frac{\text{W}}{\text{m}\cdot\text{K}}$ liegt [MG05, GS64], jedoch innerhalb der Fehlergrenzen kleiner ist. Kommen die typischen, freien Weglängen der Phononen in den Bereich der Membrandicke, so kommt es zur Streuung dieser an den Oberflächen und damit zu einer Reduktion der Wärmeleitfähigkeit. Desweiteren hat die Rauheit der Membranen Einfluss auf κ [Cas38].

7.2.2. Transiente Gitter

Das über Laserinterferenz erzeugte, periodische Intensitätsprofil formt ein thermisches Gitter in der Membran, das sich durch Diffusion auf einer charakteristischen Zeitskala thermalisiert. Wegen der Geometrie der Zweistrahlinterferenz reduziert sich die Wärmeleitung auf ein eindimensionales Problem und kann analytisch gelöst werden [NKMS00, EMB⁺87]. Detektiert man die erste Beugungsordnung des Abtaststrahles in Transmission am Ort des Interferenzgitters, so kann aus dem Zerfall dieses Beugungssignals auf die Wärmeleitung in der Membran rückgeschlossen werden. Man erhält für die Relaxationszeit τ_{therm} des thermischen Gitters folgenden Ausdruck

$$\tau_{therm} = \frac{\rho c_P \Lambda^2}{4\pi^2 \kappa}, \quad (7.2)$$

mit ρ und c_P als Dichte und spezifische Wärme der Probe. Abbildung 7.6 zeigt ein typi-

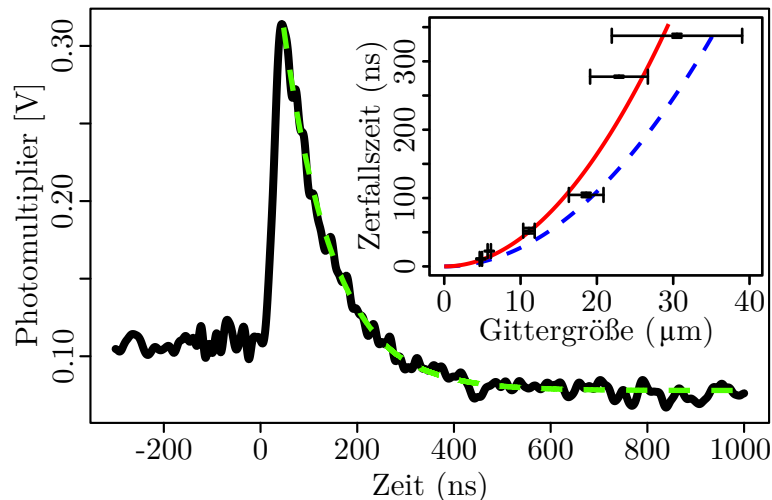


Abbildung 7.6.: Zerfall der ersten Beugungsordnung eines transienten Gitters mit $18,6 \mu\text{m}$ Streifenabstand. Das Inset zeigt die Zerfallszeit für verschiedene Gitter im Vergleich zu Literaturdaten als blau, gestrichelte Linie.

ches Signal für die Erzeugung (bei $t = 0$) und den Zerfall der ersten Beugungsordnung bei einem Gitterabstand von $\Lambda = 18,6 \mu\text{m}$. Die gestrichelte Linie zeigt einen exponentiellen Fit an die Daten zur Bestimmung von τ_{therm} . Variiert man Λ , so zeigt sich die vorhergesagte Proportionalität $\tau_{therm} \propto \Lambda^2$ sehr gut, siehe rote Linie im Inset. Aus dem Datensatz errechnen wir eine Wärmeleitfähigkeit von $\kappa = 108 \pm 9 \frac{\text{W}}{\text{m}\cdot\text{K}}$. Dies ist in guter Übereinstimmung mit den Werten von Eichler et al. [EMB⁺87], die als blaue, gestrichelte Linie eingezeichnet ist. Die Abweichung von κ im Vergleich zum vorhergehenden Kapitel 7.2.1 kann mit der Art der Anregung begründet werden. Der kurze Laserpuls, mit dem das Gitter erzeugt wird, generiert auch Elektron-Loch-Paare in der Membran, die ebenso ein transientes Gitter erzeugen und auf einer anderen Zeitskala zerfallen bzw. diffundieren. Diese Anteile sind in der Auswertung nicht berücksichtigt.

7.3. Mikroskopaufbau bei verschiedenen Temperaturen

Um die Ortsauflösung des Aufbaus aus dem vorhergehenden Kapitel zu verbessern, wurde das Messprinzip auf ein Durchlichtmikroskop übertragen (siehe Kapitel 5.2). In diesem Abschnitt soll zuerst auf die Eichung über einen Temperaturbereich von drei Dekaden eingegangen werden. Es schließt sich die Bestimmung der temperaturabhängigen Wärmeleitfähigkeit der Membranen an, gefolgt von Experimenten zur spezifischen Wärme und der Ankopplung von Nanostrukturen an die Oberfläche. Das Kapitel schließt mit der Realisierung einer thermischen Diode, die durch Focused Ion Beam Prozessierung in die Membran geschnitten wurde.

7.3.1. Eichung von 6 - 1683 K

Für die Temperatureichung der Transmission wird die gesamte Membran, samt umgebendem Siliziumrahmen, auf eine bestimmte Temperatur gebracht und dort die Transmission gemessen. Der Bereich tiefer Temperaturen zwischen 6 - 350 K wird durch Abkühlen und

Gegenheizen in einem ^4He -Durchflusskryostat erreicht und ist nach oben durch den verwendeten Aufbau beschränkt⁴. Im mittleren Temperaturbereich von 300 - 600 K wird die Probe bei Raumbedingungen über einen thermischen Heizer, beispielsweise einen Leistungswiderstand oder LötKolben, auf die entsprechende Temperatur aufgeheizt. In beiden Fällen wird die momentane Temperatur über eine Siliziumdiode bzw. ein Typ-K Thermoelement bestimmt. In Abbildung 7.7 sind die Eichdaten bei 488 nm Transmissionswellenlänge für den Temperaturbereich von 6 – 600 K angegeben, normiert auf Raumtemperatur. Im Bereich um 300 K überlappen sich die Messwerte aus dem tiefen (blaue Sterne) und mittleren (rote Kreuze) Temperaturbereich. Die grünen Punkte geben gerechnete Daten aus Scout2 wieder. Die Abweichung bei tiefen Temperaturen rührt vom verwendeten Datensatz der dielektrischen Funktion für Silizium von Aspnes [AS83] und Jellison [JB86] her, der nur für den Bereich zwischen 300 - 1150 K gültig ist.

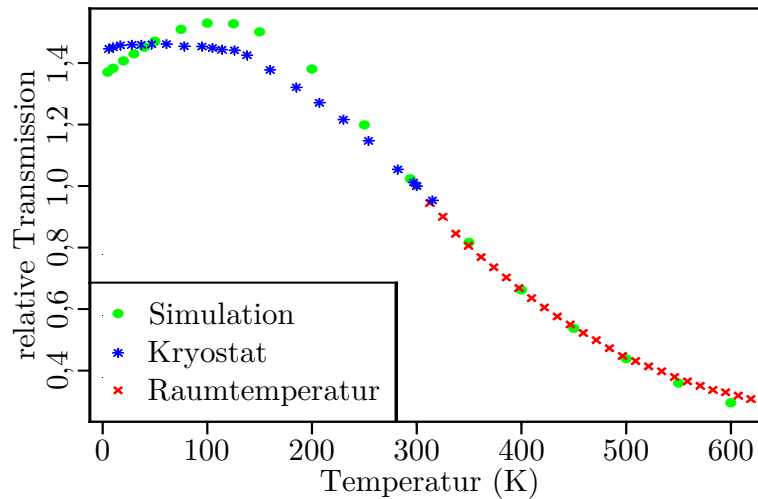


Abbildung 7.7.: Eichung der Temperatur auf verschiedene Transmissionswerte, normiert auf Raumtemperatur. Die roten bzw. blauen Datenpunkte wurden im Kryostaten bzw. bei Raumbedingungen gemessen. Grün hinterlegt ist der Vergleich mit einer Simulation aus Scout2.

Im Bereich von 300 – 600 K lässt sich die logarithmische Eichfunktion

$$T(T_{trans}) = (-250,9 \pm 4) \text{ K} \cdot \ln(T_{trans}) + 293,7 \text{ K} \quad (7.3)$$

an die Daten anfitzen. Für 6 – 300 K verwenden wir einen parabolischen Fit der Form

$$T(T_{trans}) = (52,5 \pm 361,9 \sqrt{1,47 - T_{trans}}) \text{ K}, \quad (7.4)$$

wobei für die rechte Flanke das + vor der Wurzel zu verwenden ist und – für die linke Flanke bis hin zu 6 K.

Der hohe Temperaturbereich zwischen 600 – 1683 K der Membran kann nur indirekt bestimmt werden. Hierzu wird die Membran mit dem Heizlaser soweit aufgeheizt, bis sie im Fokus schmilzt und ein Loch entsteht. Dieser „letzte“ Transmissionswert von 0,11

⁴Die verwendeten Materialien der Vakuumdichtungen schmelzen oder deformieren sich bei höheren Temperaturen, so dass das Vakuum nicht aufrecht erhalten werden kann.

im Laserfokus wird der Schmelztemperatur von 1683 K zugeordnet. Da Temperaturen oberhalb 600 K nur selten in den Experimenten verwendet wurden, ist dieser Temperaturbereich nicht weiter untersucht. Mit einer linearen Abschätzung zwischen den beiden Temperaturen bei 600 und 1683 K erhalten wir

$$T(T_{trans}) = (-5854,1 \cdot T_{trans} + 2326,9) \text{ K}. \quad (7.5)$$

Abbildung 7.8 zeigt Transmissionsprofile für verschiedene Laserleistungen bis hin zum Schmelzen der Membran, sowie eine Mikroskopaufnahme von den in der Membran entstandenen Löchern bei der höchsten Laserleistung. Aus diesen Daten ist Gleichung (7.5) gewonnen. Die Tatsache, dass die Membran im Fokus schmilzt, entsteht durch ein Auf-

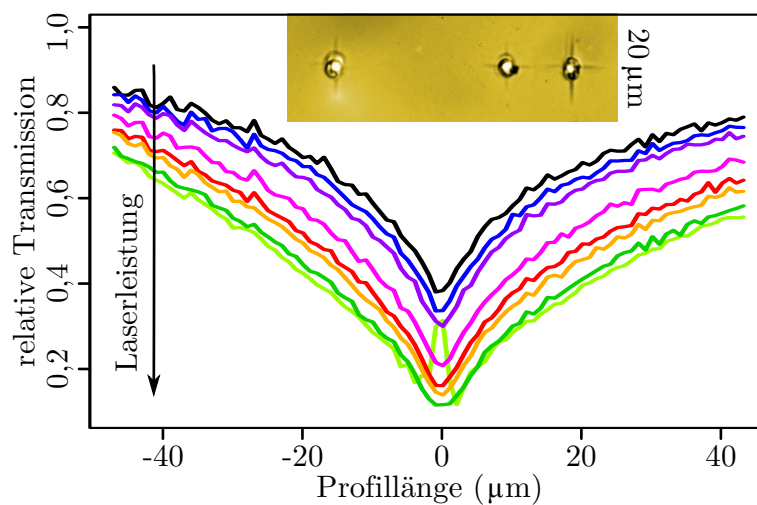


Abbildung 7.8.: Transmissionsverlauf für steigende Heizlaserintensitäten. Ab einer bestimmten Leistung schmilzt die Membran (siehe die unteren beiden, grünen Kurven) und es bildet sich ein Loch, wie im Inset gezeigt.

schaukeln der Temperatur. Je höher die Temperatur ansteigt, umso weiter nimmt die Wärmeleitfähigkeit ab und umso stärker absorbiert das Material. Die Wärme kann ab einer bestimmten Temperatur nicht mehr effizient an den Rand abgegeben werden, wodurch die Temperatur weiter steigt. Hierdurch steigt die Absorption, was wiederum zu einer Temperaturerhöhung führt. Das System ist instabil und schmilzt durch. Die entstandenen Löcher besitzen einen Durchmesser von ca. $1,5 \mu\text{m}$. Genaue Dimensionen werden wir in den Diskussionen zu Kapitel 7.4.4 nochmals wiederfinden.

7.3.2. Auflösungsvermögen bei Raumtemperatur

Misst man die Temperatur eines Systems, stellt sich schnell die Frage, wie genau diese Messgröße erfasst werden kann. Beim Mikroskopaufbau aus Kapitel 5.2, von dem die meisten der in dieser Arbeit aufgeführten Temperaturmessungen stammen, sind vor allem zwei Bauteile für verrauschte Daten verantwortlich: die Lichtquellen und die Kamera.

Wir verwenden eine reine Siliziummembran bei Raumbedingungen und heizen diese auf eine mittlere Temperatur von ca. 700 K im Fokus auf. Nun machen wir 100 Aufnahmen bei angeschaltetem Heizlaser und 100 ohne Laser als Referenz. Für den ersten Datensatz

nehmen wir nur je ein Bild pro Serie, teilen diese beiden durcheinander und bekommen so die relative Transmissionsänderung. Für den zweiten Datensatz mitteln wir zuerst über die 100 geheizten und ungeheizten Bilder und teilen dann diese Mittelungen durcheinander, um auf die relative Transmission zu gelangen. Bei beiden Datensätzen bleibt die Membran am Rand nahezu bei Raumtemperatur, so dass wir dort an gleicher Stelle je eine Profillinie durch den verrauschten Bereich legen. Aus diesen Profilen sind die Histogramme in Abbildung 7.9 errechnet. Die schwarzen Kreise zeigen die Häufigkeit der Werte

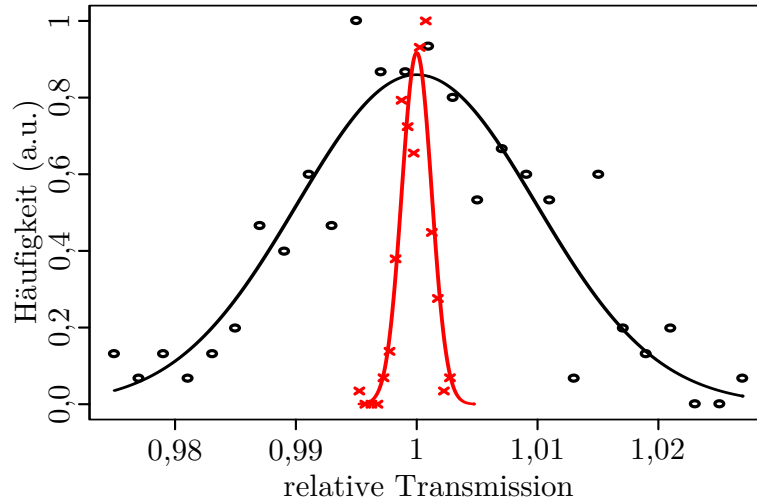


Abbildung 7.9.: Histogramme einer Profillinie in einem einzelnen Bild (schwarz) und einem 100-fach gemittelten Datensatz (rot). Die Gaußbreite ist ein Maß für das Auflösungsvermögen der Methode.

für die ungemittelten Daten, die roten Kreuze die der gemittelten. In durchgezogenen Linien sind jeweils Gauß-Profile an die Daten gelegt, um daraus die Verteilungsbreite zu erhalten. Wir definieren zwei Werte als dann voneinander trennbar, wenn deren Abstand mindestens der Gauß-Breite des Rauschens entspricht. Aus den Daten in Abbildung 7.9 lassen sich die Werte

$$\sigma_{Gau\beta,1} = (9,91 \pm 0,72) \cdot 10^{-3} \quad \text{und} \quad \sigma_{Gau\beta,100} = (1,24 \pm 0,11) \cdot 10^{-3}$$

extrahieren, die sich nach Gleichung (7.3) auf Temperaturwerte umrechnen lassen. Wir erhalten eine Auflösungsgrenze des Mikroskopaufbaus der Temperatur bei Raumbedingungen und 100 Mittelungen von

$$\Delta T = (311 \pm 29) \text{ mK}. \quad (7.6)$$

Anzumerken ist noch, dass sich $\sigma_{Gau\beta,1}$ auf $\sigma_{Gau\beta,100}$ nahezu um Faktor 10 reduziert. Dies spricht für weißes Rauschen, da die Rauschamplitude mit der Wurzel der Mittelungszahl abnimmt. Bei den 100 Bildern über die wir gemittelt haben, bedeutet dies eine Abnahme um Faktor 10, der sich sehr gut in den Daten widerspiegelt. Es zeigt sich jedoch auch, dass der Faktor 10 nicht vollständig erreicht wird. Hier sind bereits Rauschanteile enthalten, die nicht mehr als „weiß“ angesehen werden können. Eine weitere Erhöhung der Mittelungszahl verbessert damit das Auflösungsvermögen nicht beliebig weiter. Mit der errechnete Grenze liegen wir noch innerhalb des Kontrastverhältnisses der Kamera von 3000:1, so dass diese nicht der limitierende Faktor ist.

7.3.3. Skalierbarkeit der Temperaturdaten

Beim Vergleich von Datensätzen zweier, unterschiedlicher Messungen sind nicht immer die selben Temperaturen, beispielsweise im Fokus, erreichbar. Es ist daher nützlich Daten so skalieren zu können, dass sie sich mit anderen direkt vergleichen lassen. Dazu stellen wir die folgenden Betrachtungen an:

Setzt man die Ableitung einer Fitfunktion $T(r) = a \ln r + b$ in die Berechnung der gesamten Wärmemenge $Q = \int_{t_0}^{t_1} -2\pi\kappa dr \frac{dT(r,t)}{dr} dt$ ein, so ergibt sich $Q = \int_{t_0}^{t_1} -a2\pi\kappa ddt$. Hier taucht der Radius nicht mehr auf, da die fließende Wärmemenge für alle Abstände vom Zentrum konserviert bleibt. Aus vorhergehenden Berechnungen wissen wir, dass sich die Wärmeleitfähigkeit κ nur um etwa $0,08 \frac{\text{W}}{\text{m}\cdot\text{K}}$ pro Kelvin ändert. Bei einer Temperaturerhöhung von beispielsweise 330 K auf 340 K sinkt κ damit um $0,8 \text{ W/m K}$ was in diesem Temperaturbereich einer $0,5\%$ igen Änderung entspricht. Will man im Experiment also die fließende Wärmemenge bei 330 K und 340 K messen, genügt es, dies bei 330 K zu tun und die Daten nachträglich zu skalieren. Dabei muss beachtet werden, dass für die Temperatursteigerung die aktuelle Umgebungstemperatur, z.B. 293,7 K abgezogen wird.

Für das konkrete Beispiel entspricht das einem Temperaturanstieg von 36,3 K auf 46,3 K. Im Fit $T(r) = a \ln r + b$ beschreibt der Parameter b eine Art Begrenzungsradius. Das wird vor allem klar, wenn man $b = a \ln r_0$ definiert und auf $\ln r/r_0$ umformt. Die Skalierung der Temperatur findet also nur im Vorfaktor a statt, der sich im vorliegenden Beispiel um $27,5\%$ vergrößern muss, um den Temperaturanstieg auszugleichen. r bleibt konstant, was auch die experimentelle Überprüfung bestätigt.⁵ Dieser Änderung von a ist im Vergleich zu $0,5\%$ Veränderung von κ dominant. Für die Berechnung von Q ist damit lediglich der stark veränderliche Fitparameter a relevant. Skaliert man einen Datensatz auf eine neue Maximaltemperatur, so skalieren sich auch die Gradienten entsprechend mit. Der selbe Skalierungsfaktor kann somit auch auf die errechnete Gesamtwärmemenge angewandt werden. Da bei hohen Temperaturen auch κ abnimmt, gilt die Skalierbarkeit der Daten nur für kleine Temperaturunterschiede.

Wie wir später sehen werden, wird dies bei der Auswertung in Kapitel 7.4.4 verwendet, um einen Datensatz einer reinen Siliziummembran mit einem entsprechenden Faktor auf einen Datensatz einer mit Nickeldreiecken bedeckten Membran zu skalieren.

7.4. Anwendungen der Messmethode

Nachdem wir uns im vorherigen Kapitel mit der Eichung und dem Auflösungsvermögen befasst haben, sollen nun Anwendungen der Messmethode aufgezeigt werden. Grundlage aller hier aufgeführten Beispiele bildet die Betrachtung der jeweiligen Temperaturverläufe, sowohl statisch als auch zeitaufgelöst. Ein typischer, statischer Datensatz ist in Abbildung 7.10 als Temperaturkarte gezeigt. Aus dieser Figur ist das Temperaturprofil für Abbildung 7.11 extrahiert, wo wir die Wärmeleitfähigkeit der Membran bestimmen werden. Hernach schneiden wir mit einem fokussierten Ionenstrahl Löcher in die Membran, um den Wärmefluss zu beeinflussen. Bei tiefen Temperaturen gelingt uns so die erste Realisierung einer thermischen Diode in einer Siliziummembran. Abschließend bringen wir zuerst

⁵In einem realen Fitproblemen kann man auch die Formulierung mit dem Parameter b verwenden. Dieser skaliert dabei mit a und nimmt bei steigenden Temperaturen ab.

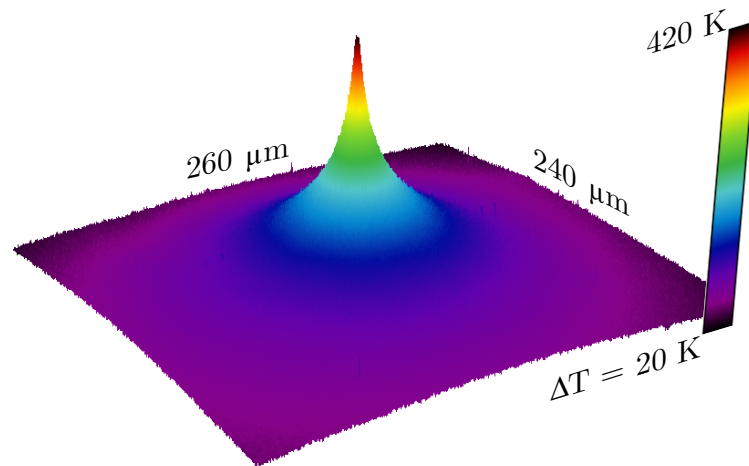


Abbildung 7.10.: Ausschnitt einer typischen Temperaturkarte einer Siliziummembran in pseudo-dreidimensionaler Darstellung. Der Laser heizt die Membran im Fokus auf $\Delta T = 420$ K über Raumtemperatur.

makroskopische, dann nanoskopische Strukturen auf die Membran auf, um Informationen über die spezifische Wärme und die thermische Ankopplung zu gewinnen.

7.4.1. Wärmeleitfähigkeit in dünnen Membranen

Natürlich kann für jede Auswertung die zu bestimmende Größe als Konstante angenommen werden, um leichter Werte aus den Daten zu extrahieren. Bei einer Größe wie der Wärmeleitfähigkeit κ mag das in bestimmten Grenzen, also kleinen Temperaturunterschieden, auch gerechtfertigt sein. Für den Fall von großen Temperaturgefällen, beispielsweise von 300 bis 800 K kann κ sicherlich nicht mehr als konstant angesehen werden [GS64]. Aber wie aus einem typischen Temperaturprofil ein temperaturabhängiges κ extrahieren?

Wie im Theorieteil besprochen, beschreibt der Temperaturverlauf auf der Membran eine charakteristische Form. Es kann je nach Heizleistung die Temperatur im Fokus auf über 1000 K ansteigen, wohingegen der Rand bei Raumtemperatur bleibt. In solch einem Fall variiert κ entlang des Profils. Der Effekt einer veränderlichen Wärmeleitfähigkeit führte in Kapitel 7.3.1 sogar zum Schmelzen der Membran.

In Formel (2.83) kann der Parameter κ auch als Funktion der Temperatur betrachtet werden. Es ergibt sich eine implizite Fitfunktion mit

$$T(r) = a(T) \ln \frac{r}{r_0}, \quad (7.7)$$

die in der Regel nicht leicht zu lösen ist. Um dennoch einen sinnvollen Ansatz zu wählen, betrachten wir den Datensatz logarithmiert in r . Abbildung 7.11 a) zeigt einen typischen Datensatz in dieser Darstellung und in b) in normaler Skalierung. Er ist Abbildung 7.10 entnommen. Die rote, gepunktete Kurve beschreibt einen linearen Fit an die Daten für ein konstantes κ mit $T(r) = a \ln r/r_0$. In grün ist ein Fit an die Daten gezeichnet, der eine leicht parabolische Abhängigkeit

$$T(r_l) = a_2 r_l^2 + a_1 r_l + a_0 \quad (7.8)$$

zulässt, mit $r_l = \ln r$ und den Parametern $a_2 = 5,93$, $a_1 = 49,48$ und $a_0 = 26,79$. Punkte Nahe am Zentrum wurden bis etwa $5 \mu\text{m}$ ausgelassen. Der Unterschied zwischen den beiden Fits ist augenscheinlich, die grüne Kurve schmiegt sich über den gesamten Bereich an die Datenpunkte an. Aus den Parametern des Fits (7.8) lässt sich nun über

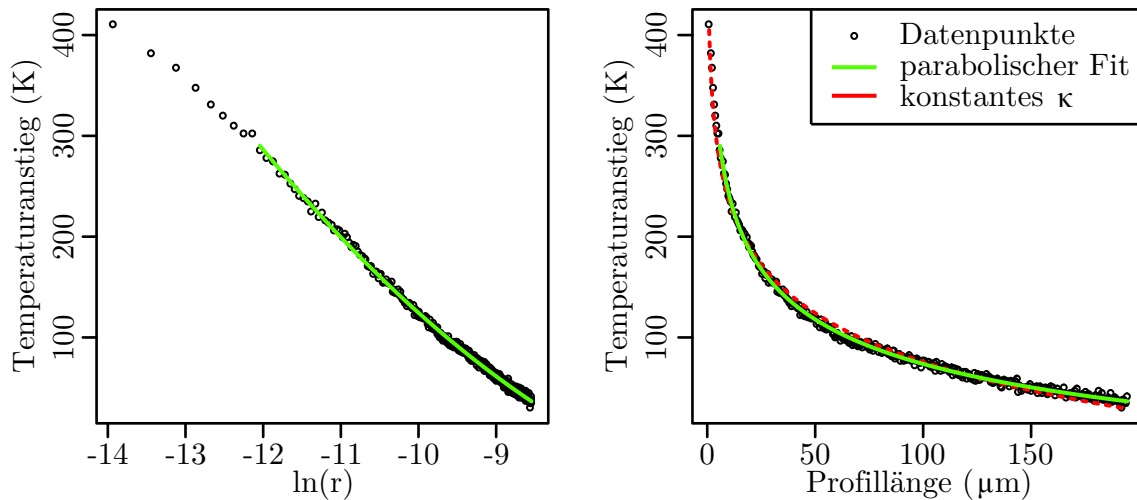


Abbildung 7.11.: Temperaturprofil aus Abbildung 7.10 in logarithmischer und normaler Darstellung. Die rote Kurve zeigt einen Fit mit konstantem κ , die grüne mit einer parabolischen Abhängigkeit von der Temperatur.

Formel (2.83) auf $\kappa(T)$ zurückrechnen, da die Steigung des Fits dem $a(T)$ aus Formel (7.7) entspricht. Bei dem Beispiel in Abbildung 7.11 liegt die absorbierte Wärmeleistung bei $15,3 \text{ mW}$ ($61,4 \text{ mW}$ Laserleistung auf der Membran und $24,9\%^6$ Absorption bei 700 K). Mit einer Membrandicke von 340 nm ergibt dies somit die Bestimmungsgleichung

$$\kappa(T) = \frac{-7126}{5,93 \cdot l_r + 49,48} = \frac{-7126}{5,93 \frac{-49,48 - \sqrt{49,48^2 - 4 \cdot 5,93 \cdot (26,79 - T)}}{2 \cdot 5,93} + 49,48}. \quad (7.9)$$

Der Wurzelausdruck im Nenner von Gleichung (7.9) stammt aus der Umformung des parabolischen Temperaturfits von oben. In Abbildung 7.12 ist das Ergebnis der Bestimmungsgleichung gezeigt. Die schwarzen Punkte stammen vom Einsetzen der realen Daten von l_r in Gleichung (7.9) unter Zuordnung der entsprechenden Temperaturwerte des Datensatzes. Sie spiegeln somit Punkt für Punkt die Wärmeleitfähigkeit entlang des Temperaturprofils wider und geben ein Maß des Fitfehlers an. Die durchgezogene grüne Kurve gibt den Verlauf des Fits selbst an und repräsentiert den zweiten Teil aus Formel (7.9). In roten Punkten sind Literaturwerte für Bulk-Silizium aus [GS64] angegeben, die allesamt leicht unterhalb der Messwerte liegen.

Intuitiv sollte man für die Messung an den Membranen niedrigere Leitfähigkeiten erwarten, da die eingeschränkte Dicke den Wärmefluss hindert. Zudem, dehnt sich die Membran mit der Erwärmung im Heizzentrum aus. Bei einem Wärmeausdehnungskoeffizienten von $4 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ [WYO04] steigt die Dicke um $0,2\%$ an, wodurch auch die Absorption um 2% sinkt. Beides Effekte, die die Messdaten in Abbildung 7.12 zu kleineren κ drücken sollten. Die Änderung ist allerdings nur in der Größenordnung des Rauschens der Messwerte, also

⁶Werte aus Scout2

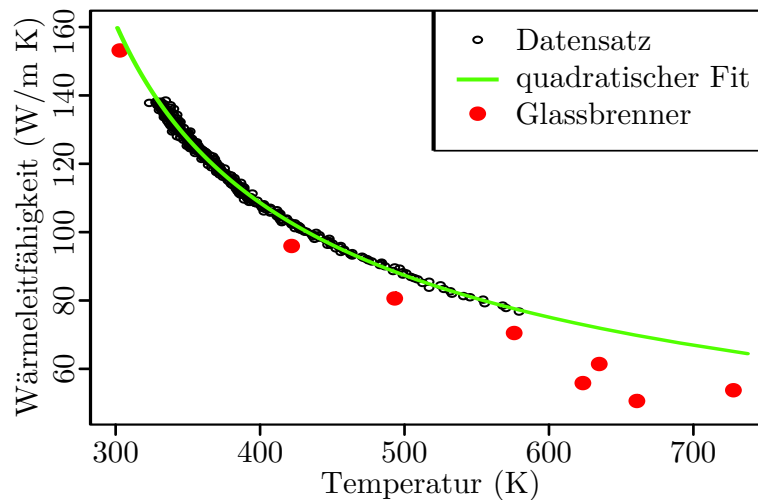


Abbildung 7.12.: Temperaturabhängige Wärmeleitfähigkeit aus Gleichung (7.9). Die schwarzen Punkte zeigen die umgerechneten Originaldaten. In grün sind der quadratische Fit und in roten Literaturwerte aus [GS64] angegeben.

keine Erklärung für die Abweichung. Der größer werdende Unterschied bei hohen Temperaturen kann von den wenigen Datenpunkten stammen, die dort für den Fit zur Verfügung stehen.

Insgesamt ist der Fehler jedoch viel mehr im Absolutwert der Absorption zu suchen. Um die fließende Wärmemenge zu bestimmen, wird die Absorption aus Scout2 in die Berechnung eingesetzt. Wie schon am Vergleich von gemessenen und simulierten Transmissionsspektren in Kapitel 7.1 zu erkennen ist, kann der Fehler hier sehr groß sein. Die Experimente am reinen Laseraufbau ergaben ein $\kappa = 135 \text{ W/m K}$ [SBSL10], wobei hier der Absorptionswert aus der Transmission und Reflexion des Laserstrahls direkt gemessen werden konnte. Es wird sichtbar, dass die Absorptionswerte aus Scout2 in diesem Bereich zu hoch liegen. Einen Zugang zur Messung der reflektierten Lichtintensität im Mikroskopaufbau, der die Absorptionswerte experimentell zugänglich machen würde, war nicht vorgesehen, bzw. möglich.

7.4.2. Thermische Diode durch ballistischen Phononentransport

Das folgende Kapitel beschreibt die Realisierung einer thermischen Diode durch geeignete Strukturierung der Membran mit Hilfe von Focussed Ion Beam Prozessierung. Die Ergebnisse sind in [SGH⁺11] veröffentlicht. Wie in 2.3 geschildert, ist Wärmetransport zumeist durch einen diffusiven Prozess bestimmt, bei dem die relevanten Längenskalen eines Systems größer sind, als die freie Weglänge der dominanten Phononen - bei Knudsen-Zahlen⁷ $\ll 1$. Aus Sicht der Phononen ist dabei jede Struktur „makroskopisch“ und das einzelne Phonon spürt nichts von gewollten oder ungewollten Zusammenhängen dieser Strukturierung. Im Fall großer Knudsen-Zahlen ändert sich das und der Transport wird als ballistisch bezeichnet. In diesem Bereich „sieht“ das Phonon nicht nur eine einzelne

⁷In der kinetischen Gastheorie wird das Verhältnis aus freier Weglänge und einer geometriespezifischen Bezugslänge als Knudsen-Zahl bezeichnet.

Grenzfläche/Störstelle sondern passiert zwischen zwei Streuprozessen mitunter das gesamte System. Nehmen wir in diese Argumentation noch die Eigenschaft der spiegelnden Reflexion an einer Grenzfläche auf - im Sinne einer Phononenwellenlänge, die groß gegenüber vorhandenen Rauheiten ist. Nun ist es möglich ein Phonon durch eine geschickte Wahl der Geometrie von Grenzflächen gezielt ab- und umzulenken.

Im Folgenden gehen wir von großen Knudsen-Zahlen aus, um die Funktionsweise der Diode zu erklären. Die Strukturierung, die in einer Siliziummembran hergestellt wurde, ist in Abbildung 7.13 dargestellt. Die linke Seite zeigt das schematische Design der Löcher,

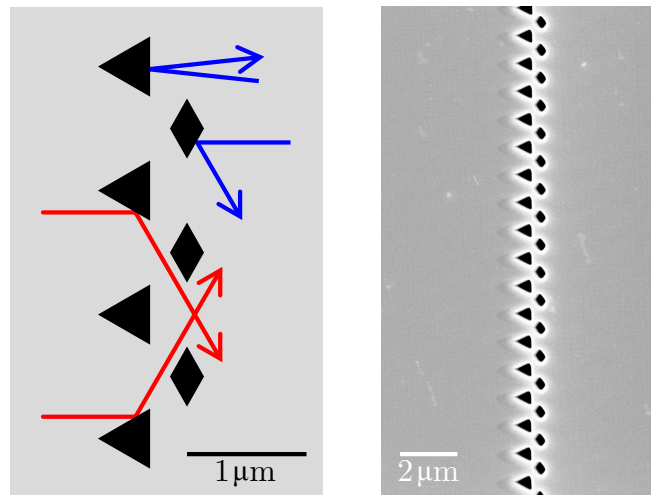


Abbildung 7.13.: Schematische Darstellung der Diodenstruktur (links) und eine REM-Aufnahme nach der Prozessierung (rechts). Abhängig von der Einfallsrichtung (rote und blaue Pfeile) können die Phononen die Struktur passieren oder werden reflektiert.

die in die Membran geschnitten wurden, wobei schwarz einem Loch entspricht. Die rechte Seite ist eine entsprechende REM-Aufnahme nach der Prozessierung der insgesamt $80 \mu\text{m}$ langen Struktur. Die Winkel der Dreiecke sind derart gewählt, dass ein Phonon von links auftreffend (rot) so reflektiert wird, dass es die zweite, rhombische Reihe passieren kann. Trifft es direkt auf eine Rhombe, so wird es mindestens drei mal weiter reflektiert und komplett zurück geworfen. Phononen dahingegen, die von rechts einlaufen (blau), werden von beiden Lochreihen zurückreflektiert und können die Struktur nicht passieren. Dies ist im Idealfall von senkrechtem Einfall der Phononen sehr plausibel. Die Winkelabhängigkeit des Einfalls wird in einem späteren, eigens dafür entwickelten Raytracing-Modell genauer untersucht. So entsteht eine Asymmetrie im Phononenfluss zwischen beiden Seiten der Struktur, was als thermische Diode bezeichnet werden kann.

Messungen bei 150 K Membrantemperatur bestätigen die Funktion der Diode und sind in Abbildung 7.14 dargestellt. Die obere Reihe zeigt Daten in Sperrrichtung, die untere Reihe in Durchlassrichtung. Jeweils links sind zweidimensionale Temperaturkarten für einen Wärmefluss vom heißen Zentrum hin zur Diode gezeigt. Rechts sind Profile durch den Heizspot, jeweils senkrecht (rot) und parallel (schwarz) zur Struktur als Referenz eingezeichnet. Die Lage der Diodenstruktur ist durch die weißen Pfeile, bzw. die magenta Linien angedeutet. Die Wärme, bzw. die Phononen, wurden durch den fokussierten Laserstrahl statisch ins System eingebracht.

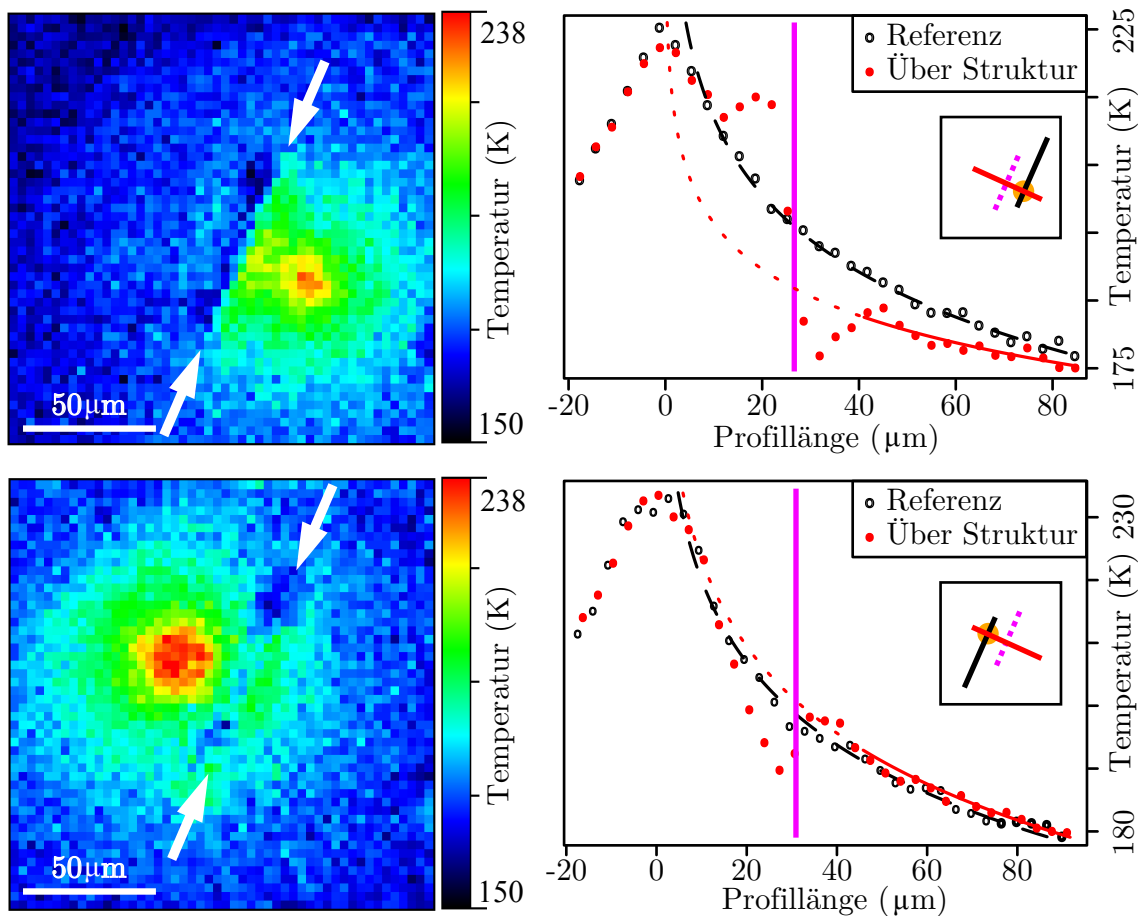


Abbildung 7.14.: Temperaturprofile der thermischen Diode in Sperrichtung (oben) und in Durchlassrichtung (unten) bei 150 K Substrattemperatur. Links sind die Temperaturkarten, rechts die entsprechenden Profile über und parallel zur Diodenstruktur aufgezeigt. In den oberen Darstellungen ist deutlich der verminderte Wärmefluss hinter der Diode (weiße Pfeile, bzw. magenta Linie) zu erkennen.

Bereits mit dem unbewaffneten Auge ist der asymmetrische Wärmefluss in Abbildung 7.14 auf der linken Seite zu erkennen. In der oberen Darstellung ist ein Anstauen von Wärme, sowie die deutlich reduzierte Wärmeleitung hinter der Diode zu erkennen. Im unteren Bild fließt die Wärme ungehindert durch die Struktur. Dieser augenscheinliche Eindruck kann quantitativ ausgewertet werden. In den Profilen rechts sind jeweils Fitfunktionen an die Temperaturverläufe mit konstantem κ eingezeichnet. Die gestrichelte Linie gibt den Fit an die Referenzwerte, die gepunktete an die Daten „hinter“ der Diode, als Maß für die Wärmemenge die passieren konnte. Hierfür sind die Datenpunkte in einem Bereich von etwa $20 \mu\text{m}$ nahe der Struktur ausgeblendet, um etwaige Artefakte durch Verzerrungen oder Stress beim FIB-Bearbeitungsschritt zu unterdrücken [RM04, MPM01]. In Durchlassrichtung liegen die beiden Fitkurven innerhalb des Fehlers übereinander. Für die Sperrichtung ergibt sich eine deutlich erniedrigte Wärmemenge \dot{Q} , die durch die Diode fließen konnte. Berechnet man hierfür den Quotienten in \dot{Q} aus (2.83) zwischen transmittierter und geblockter Wärmemenge, so ergibt sich für die Daten aus Abbildung 7.14

$$\frac{\dot{Q}_{\text{transmittiert}}}{\dot{Q}_{\text{geblockt}}} = 1,7 \pm 0,2 \quad (7.10)$$

als Ergebnis des Gleichrichtwertes der thermischen Diode.

Vergleichsmessungen bei Raumtemperatur sind in Abbildung 7.15 dargestellt. Die Aufteilung und Bezeichnung der einzelnen Bildteile entspricht der oben bereits beschriebenen. Hier ist wie erwartet kein Effekt zu erkennen und die Phononen können in beide Richtungen ungehindert durch die Diode passieren.

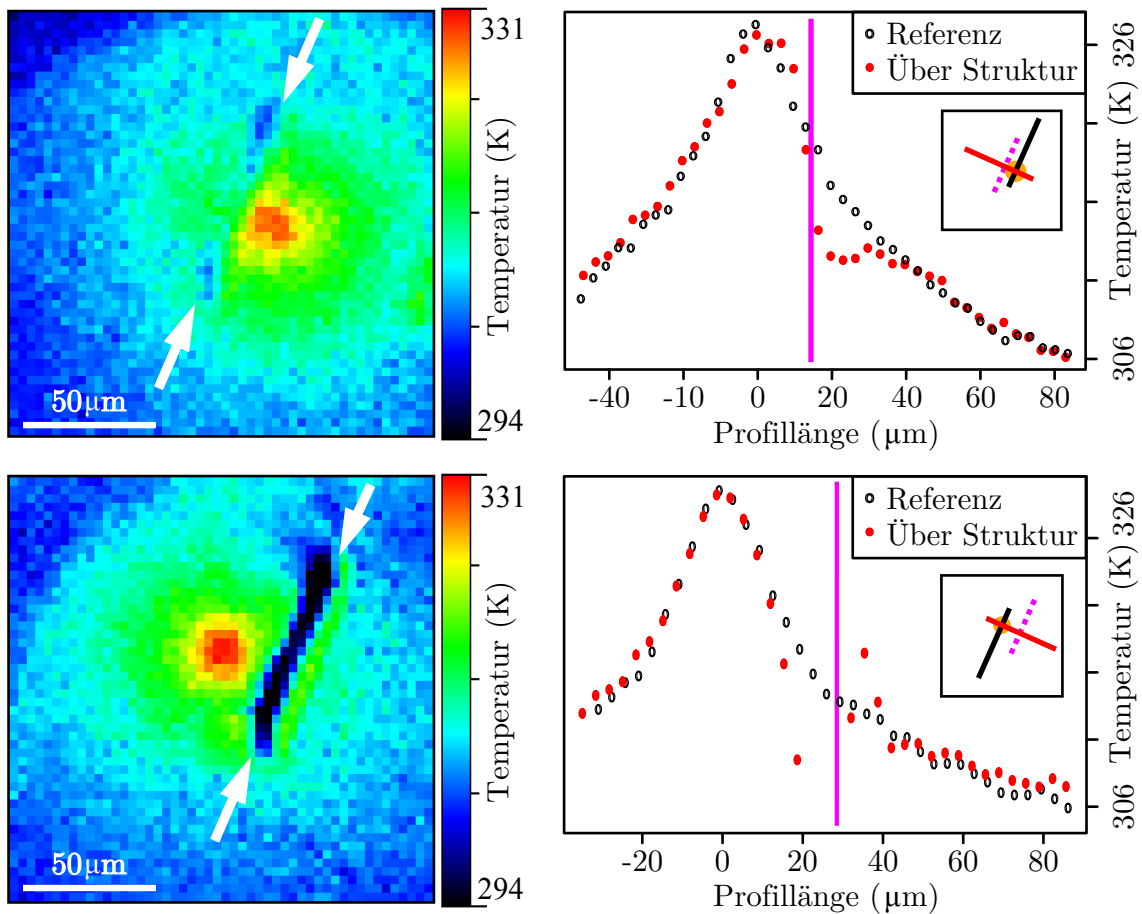


Abbildung 7.15.: Messung der Diodenstruktur bei Raumtemperatur. Sowohl in Sperr- als auch in Durchlassrichtung kann die Wärme ungehindert passieren. Die Aufteilung entspricht der aus Abbildung 7.14.

Erniedrigt man die Temperatur der Probe weiter, so wird auch die mittlere freie Weglänge der Phononen größer. Eine Messung bei 120 K an der selben Probe zeigt dabei einen Gleichrichtwert über 3. Da der Datensatz durch das Abflachen der Temperatureichkurve allerdings sehr verrauscht ist, wurde für die Darstellung in dieser Arbeit nur die veröffentlichte Messung bei 150 K verwendet. Die Darstellungen für 120 K finden sich im Anhang A.2).

Bei einer Temperatur von 150 K liegt die freie Weglänge der Phononen bereits bei 140 nm [WG91]. Dies ist im Vergleich zu den Dimensionen in Abbildung 7.13 zwar kleiner als die typische Strukturgröße, liegt dennoch in der richtigen Größenordnung. Der

Heizspot war bei den Messungen ca. $30\ \mu\text{m}$ von der Struktur entfernt. Die von dort auf die Diode auftreffenden Phononen besitzen eine Verteilung der Auftreffwinkel gemäß dem Lambert'schen Gesetz. Dennoch bleibt ein bevorzugter Auftreffwinkel senkrecht zur Diodenstruktur. Beide soeben beschriebenen Effekte, freie Weglänge und Auftreffwinkel, reduzieren den zu erwarteten Gleichrichtwert.

Die Transmission der Phononen bei verschiedenen Auftreffwinkeln kann simuliert werden. Zu dem im Folgenden verwendeten Modell ist der Quellcode auf der beiliegenden CD zu finden. Als verwendete Geometrie dient Abbildung 7.13. Die Phononen besitzen eine unendliche Weglänge und werden an einem definierten Startpunkt unter definiertem Winkel zur Struktur hin injiziert. An den Kanten der Struktur findet spiegelnde Reflexion statt. Ein Phonon gilt dann als transmittiert, wenn es die Simulationsbox auf der dem Startpunkt gegenüberliegenden Seite verlässt. Zwischen Struktur und Startpunkt ist ein fester Abstand⁸ eingestellt. Da der Fokussdurchmesser deutlich größer als der Abstand zwischen zwei Dreiecken ist, wird der Startpunkt für alle Winkel parallel zur Struktur verschoben, um alle möglichen Phononenwege abzudecken. Zu jedem Startpunkt und jedem Winkel wird der Weg für genau ein Phonon berechnet. Winkelverteilungen durch Vorzugsrichtungen werden nicht beachtet, können aber einfach auf das Endergebnis aufgefaltet werden.

Trägt man die Anzahl der transmittierten Phononen für alle Startpunkte über dem Winkel auf, so erhalten wir Histogramme wie in Abbildung 7.16 gezeigt. Auf der linken Seite

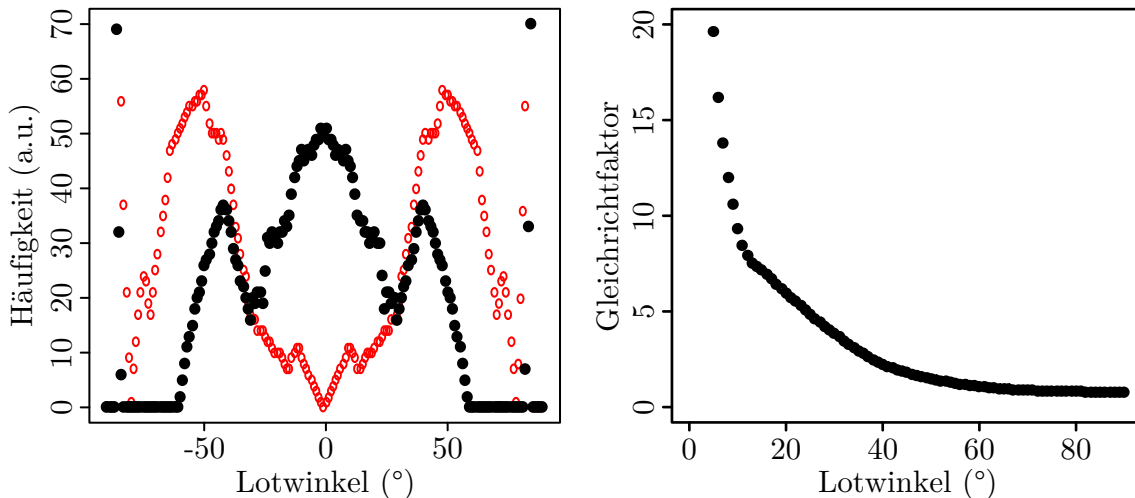


Abbildung 7.16.: Transmission (schwarz) und Reflexion (rot) für die oben gezeigte Diodenstruktur, gerechnet mit einem eigens entwickelten Raytracing-Modell. Rechts ist der daraus resultierende Gleichrichtfaktor über dem Auftreffwinkel gezeigt, jeweils aufsummiert zum Lot.

sind die Durchlass- und die Sperrrichtung in schwarz und rot gezeigt. Die Reflexionshistogramme entsprechen den inversen Abbildungen und sind zur besseren Übersichtlichkeit nicht gezeichnet. Es wird deutlich, dass für kleine Einfallswinkel, also ein nahezu lotrechtes Auftreffen, mehr Phononen in Durchlassrichtung transmittieren und in Sperrrichtung geblockt werden. Dies ist jedoch nicht nur für 0° der Fall, wie in Abbildung 7.13 angedeutet. In einem Bereich bis etwa $\pm 30^\circ$ überwiegt die Gleichrichtung, was auch an der

⁸Von 0,427 LE, bei einer Länge der Dreiecksgrundseite von 0,2 LE

rechten Seite von Abbildung 7.16 zu sehen ist. Hier ist der Gleichrichtwert aus den beiden Histogrammen links errechnet, jeweils aufsummiert zum Lotwinkel 0° hin. Zu erkennen ist, dass sich erst bei größeren Winkeln die beiden Richtungen nahezu ausgleichen. Es bleibt dennoch ein Rest-Gleichrichtwert von ca. 0,8 übrig. Legen wir die Geometrie des Experimentes aus Abbildung 7.14 zu Grunde, so erhalten wir nach der Reduktion auf die real vorkommenden Winkel von ca. $\pm 50^\circ$ einen Gleichrichtwert von

$$\frac{T_{theo,Durchlass}}{T_{theo,Sperr}} \approx 1,5, \quad (7.11)$$

der in sehr guter Übereinstimmung mit dem Ergebnis aus (7.10) liegt.

Die nahezu identischen Werte täuschen jedoch eine besonders gute Modellierung vor. Zum einen herrschen im Experiment deutlich kürzere freie Weglängen der Phononen vor, was zu einer breiteren Winkelverteilung und damit kleineren Werten führen sollte, da die realen Startpunkte durch Streuprozesse nahe an der Struktur liegen sollten. Zum anderen legen die Phononen mit größeren Winkeln vom Startpunkt aus auch größere Wegstrecken bis zur Struktur hin zurück. Es wird wegen Streuung also unwahrscheinlicher, dass diese die Struktur erreichen. Es sollte mit einer Winkelverteilung gerechnet werden, die vor allem kleine Auftreffwinkel bevorzugt, was zu einer Vergrößerung der Gleichrichtung führen würde. Diese beiden Effekte scheinen sich in diesem Modell zu kompensieren, so dass der theoretische Wert sehr gut mit dem experimentellen übereinstimmt. Zudem sind die Reflexionen an den Strukturkanten als perfekt spiegelnden angenommen, was in der Realität auf Grund Oberflächenrauheiten nicht der Fall ist [Cas38, KP87, VOP95].

Die optische Messung und vor allem die direkte Darstellung des Wärmetransportes durch eine thermische Diode ist mit diesem Aufbau erstmalig geglückt und erlaubt die weiterführende Untersuchung des Effekts auf mikroskopischer Basis. Das oben entwickelte Modell erlaubt eine Beschreibung des Gleichrichteffekts und stimmt gut mit der Messung überein, vgl. (7.10) mit (7.11). Es ist dahingehend erweiterbar, dass auch Streuung an Rauheiten oder Winkelverteilung berücksichtigt werden können.

Mit der experimentellen Realisierung haben wir Maxwell's Daemon dennoch nicht gefunden [MR02]. Auf den ersten Blick scheinen wir den zweiten Hauptsatz der Thermodynamik zwar zu verletzen, auf den zweiten finden wir jedoch Argumente, die das Gegenteil beweisen. Zum einen ist thermische Gleichrichtung in eingeschränkten Geometrien ohne Widerspruch zu den Hauptsätzen möglich [PC00, WSM⁺02], zum anderen müssen wir sowohl die Wärmequelle, als auch das umgebende Temperaturbad in Form des Siliziumchips in die Überlegung einbinden. So bleibt das „conceivable being“⁹ aus Maxwells Ausführungen für's Erste ungestört.

7.4.3. Thermische Ankopplung von Indiumraspeln

In den experimentellen Beschreibungen von Kapitel 5.2.2 ist gezeigt, wie zeitlich aufgelöste Daten der Temperaturverteilungen mit dem Mikroskop aufgenommen werden können. Nun soll diese Technik angewandt werden, um Informationen über Strukturen auf der Membran zu gewinnen. Die Messtechnik entwickelt sich also dahingehend weiter, dass nun Eigenschaften von Teilchen oder Strukturen auf der Membran zugänglich sind.

⁹deutsch: vorstellbares Wesen, denkbare Wesen

Einen guten Einstieg bietet die Untersuchung großer Strukturen. So wurde Indium als Material mit niedrigem Schmelzpunkt bei 430 K ausgewählt und in groben Flocken auf eine Siliziummembran aufgehobt. Da die Metallspäne dabei beliebige Formen annehmen, wurden sie mit dem Laser unter dem Mikroskop leicht angeschmolzen, was mit der Kamera, geschützt durch den Linienfilter, kontrolliert werden konnte. Abbildung 7.17 zeigt eine

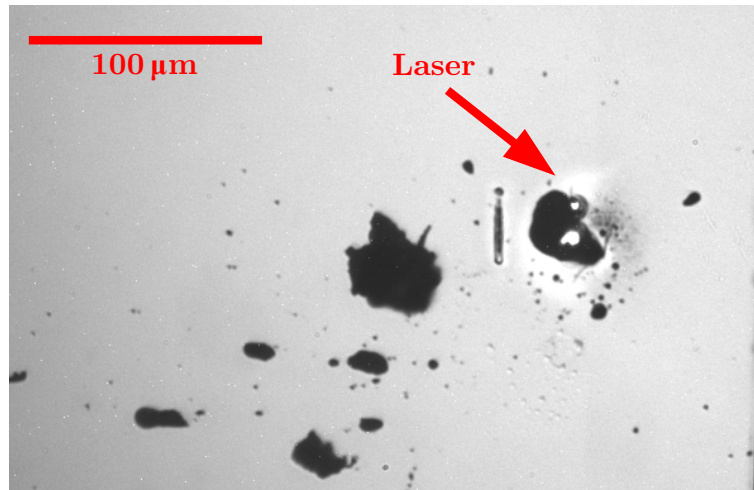


Abbildung 7.17.: Mikroskopieaufnahme angeschmolzener Indiumteilchen auf einer Siliziummembran. Der rote Pfeil markiert die Stelle, an der mit dem Laser geheizt wurde. Den stärksten Effekt zeigte jedoch das Teilchen in der Mitte des Bildes.

Mikroskopieaufnahme solcher Teilchens auf einer Membran. Wir betrachten das zentrale Teilchen, dessen Durchmesser etwa $40\ \mu\text{m}$ beträgt.

Die Membran wird neben dem Teilchen aufgeheizt und wir beobachten zeitlich aufgelöst, wie sich die Wärme um das Teilchen ausbreitet. Die Markierung in Abbildung 7.17 zeigt wo der Heizspot platziert wurde. Das Teilchen direkt unterhalb des Fokus zeigte keinen Temperatureffekt. Besonders eindrücklich ist dies als Video zu beobachten, welches in der dieser Arbeit beigefügten CD zu entnehmen ist. Eine Sequenz von zwei markanten Bildern daraus ist in Abbildung 7.18 zu sehen. In der oberen linken Ecke eines jedes Bildes ist der Zeitpunkt nach Einschalten des Heizlasers vermerkt. Die Länge des Heizpulses betrug 1 ms bei einem Abtastverhältnis von 1:1 und die des Messpulses der LED-Quelle $5\ \mu\text{s}$.

Beim Zeitpunkt $t = 0\ \mu\text{s}$ ist die Membran in ihrem thermischen Grundzustand. Der Laser ist aus und die Wärme des vorherigen Pulses ist bereits zu den Rändern hin abgeflossen. Heitzt nun der Laserfokus die Membran, so fließt die Wärme radial in alle Richtungen, also auch zum Indiumteilchen. Dieses wirkt dank seiner großen Masse als Wärmereservoir, das nun aufgefüllt wird. Am Temperaturverlauf ist dies in Bild $t = 400\ \mu\text{s}$ zu erkennen. Die Temperatur direkt um das Teilchen bleibt niedriger, als in einem vergleichbaren Abstand vom Heizzentrum in einer anderen Richtung. Das Teilchen entzieht der Membran Wärme.

Zum Zeitpunkt $t = 1000\ \mu\text{s}$ ist die Membran im Gleichgewicht mit der Heizquelle. Alle Wärme, die eingebracht wird, fließt nach außen ab und das Indiumteilchen hat seine eigene Maximaltemperatur erreicht. Schalten wir nun die Heizquelle aus, so fließt die Wärme zum Rand hin ab. Interessant ist das Bild bei $t = 1300\ \mu\text{s}$. Hier hat sich der Heizspot bereits vollständig mit dem Untergrund thermalisiert, das Teilchen hat aber weiterhin Wärme

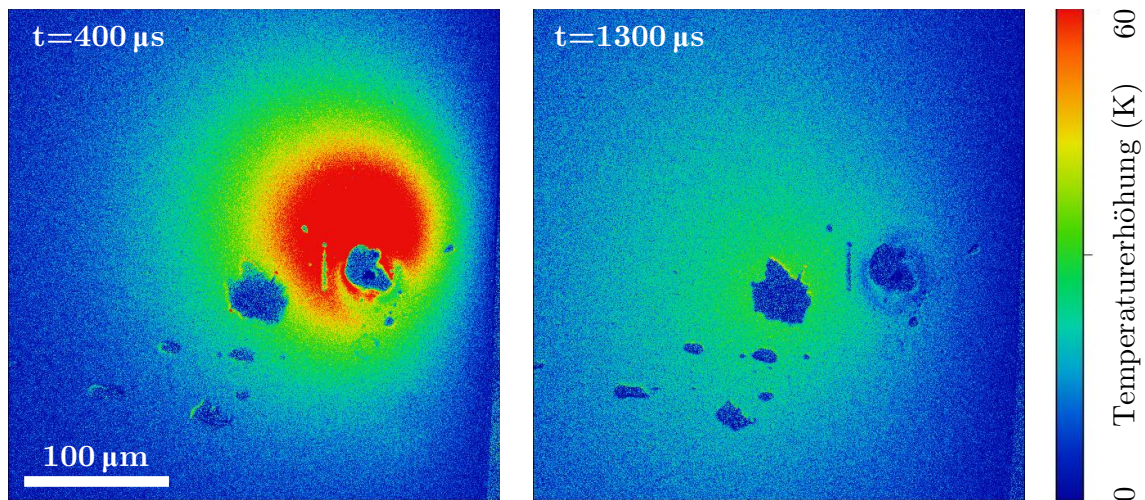


Abbildung 7.18.: Ein Indiumteilchen wird indirekt über die Membran geheizt (links) und gibt die Wärme nach Erlöschen des Heizlasers langsam wieder ab (rechts).

gespeichert, die es an die Membran abgeben kann.

Dieses langsame Abgeben der Wärme aus dem Teilchen an die Umgebung wollen wir nun weiter untersuchen. Dazu stellen wir den zeitlichen Temperaturverlauf anderweitig dar, in dem wir einen Ort auf der Membran im Abstand von $13,5 \mu\text{m}$ zum heißen Zentrum definieren und dessen Temperatur über der Zeit auftragen. Im Experiment wird dazu nicht mehr neben, sondern auf einem Teilchen geheizt, um die im Silizium gespeicherte Wärme im Fokus vernachlässigen zu können. Der Laser heizt für $1480 \mu\text{s}$ bei einer Abkühlphase von $2020 \mu\text{s}$. Als Referenz dient eine Messung auf einer reinen Membran mit gleichem Abstand des Auswertortes zum Heizzentrum. Beide Datensätze sind in Abbildung 7.19 ab dem Zeitpunkt des Ausschaltens des Lasers aufgezeigt. Jeder Datenpunkt, jeder Zeitschritt also, entspricht der Auswertung eines eigenen Bildes. In rot sind die Daten auf dem Indium, in schwarz die Referenz gezeichnet. Kurz vor dem Ausschalten des Lasers haben beide Kurven die gleiche Ausgangstemperatur, was durch das Skalieren der Referenzdaten erreicht wurde, vgl. Kapitel 7.3.3. Im anschließenden Abkühlverhalten ist das bereits oben erwähnte Nachfließen der Wärme aus dem Indium deutlich zu erkennen. Der Ort nahe am Teilchen bleibt deutlich länger auf höherer Temperatur, die nur sehr langsam abfließt. Die Referenzmessung fällt steil ab und die Membran nähert sich sehr schnell ihrer Grundtemperatur.

Zur Erklärung dieses Abkühlvorgangs wollen wir uns an die Terminologie der Elektronik anlehnen und das System mit einem sich entladenden Kondensator vergleichen. Die Zeitkonstante zum Entladen ist gleich dem Produkt aus Kapazität und Widerstand. Übertragen auf einen thermischen Prozess bedeutet dies also $\tau \propto C_v/\kappa$, mit der spezifischen Wärmekapazität C_v . Können wir also einen exponentiellen Fit an die gemessenen Indiumdaten in Abbildung 7.19 legen, so kann das nur von dem daraufliegenden Teilchen herrühren. Solch ein Fit ist als durchgezogene Linie mit eingezeichnet. Bei den Referenzdaten der reinen Membran funktioniert dies jedoch nicht. Hier ist kein festes Volumenelement definiert, aus dem die Wärme nachfließen kann. Die auftretenden Temperaturverläufe sind nicht quasi-statisch, die Wärmeausbreitung in der Membran nicht in jedem Zeitschritt als

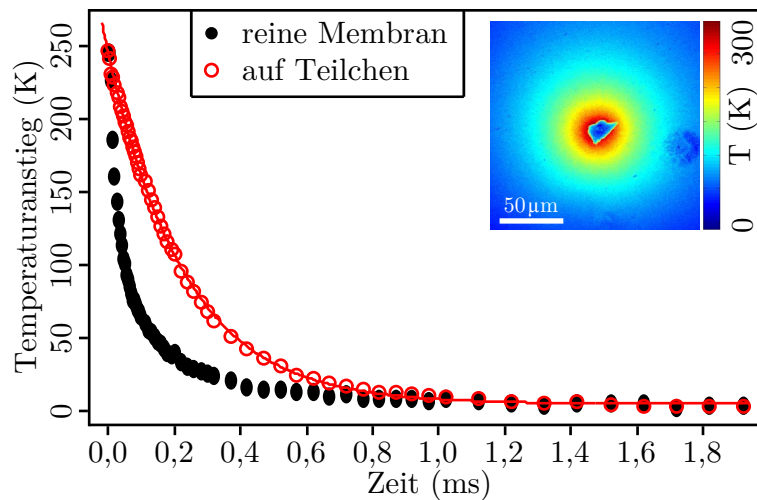


Abbildung 7.19.: Temperaturverhalten der Membran $13,5 \mu\text{m}$ neben dem Indiumteilchen nach Ausschalten des Heizlasers (rot). Zum Vergleich ist der Datensatz einer reinen Membran in schwarz aufgeführt. Der exponentielle Fit in den roten Kreisen zeigt, wie die gespeicherte Wärmemenge und die thermische Ankopplung das Verhalten dominieren.

statisch anzusehen. Erst die große Wärmemenge im Indiumteilchen, das lokal aufliegt, liefert das notwendige Wärmereservoir. Die Membran ist während des Abkühlens immer in einem quasi-thermischen Gleichgewicht, würde als für den Fall, dass die einfließende Wärmemenge nicht weiter abfällt, sondern konstant bleibt, ihr Temperaturprofil nicht angleichen müssen. Es ist jedoch unklar, ob der Prozess rein vom Indium dominiert ist, oder durch den thermischen Widerstand hin zur Membran. Dieser Unterschied kann aus den Daten nicht extrahiert werden.

Eine Möglichkeit die Ankopplung weiter zu untersuchen, wäre das Anschmelzverhalten der Teilchen zu betrachten. Wird beispielsweise neben dem Indium auf der Membran geheizt, so steigt auch die Temperatur der Membran unterhalb des Teilchens an, was aus den Temperaturverläufen ohne weiteres extrahiert werden kann. Wegen des niedrigen Schmelzpunktes von Indium könnte der Moment bestimmt werden, an dem das Teilchen anschmilzt. Nur hier kennen wir wegen dem Phasenwechsel die genaue Temperatur des Teilchens und aus der optischen Messung die der darunterliegenden Membran. Der Wärmeübergangskoeffizient wäre damit bestimmt. Im Experiment zeigt sich jedoch, dass dies nicht funktioniert. Indium bildet beim ersten Schmelzen eine Oxidhaut auf der Oberfläche, die ein weiteres Anschmelzen verhindert. Entweder ändert sich durch die Oxidation die Schmelztemperatur, oder das Oxid hält den Indiumtropfen in seiner Form und der Phasenübergang wäre unter dem Lichtmikroskop nicht zu erkennen. Diese Frage konnte im Rahmen dieser Arbeit nicht beantwortet werden.

7.4.4. Nickel-Nanodreiecke und deren Eigenschaften

Im vorhergehenden Kapitel wurden mit den Indiumraspeln makroskopische Teilchen auf die Membran aufgebracht, um erste Effekte sichtbar zu machen. Physikalisch sehr viel interessanter ist es jedoch Nanostrukturen untersuchen zu können. Die Literatur zu den

thermischen Eigenschaften im Nano-Regime sind eher spärlich. Die in der vorliegenden Arbeit vorgestellte Messmethode eröffnet somit ein neues Feld der Nanokalorimetrie, das in Zukunft auch die optische Untersuchung thermischer Eigenschaften in der Nanowelt zugänglich macht.

Herstellung und Temperatureichung

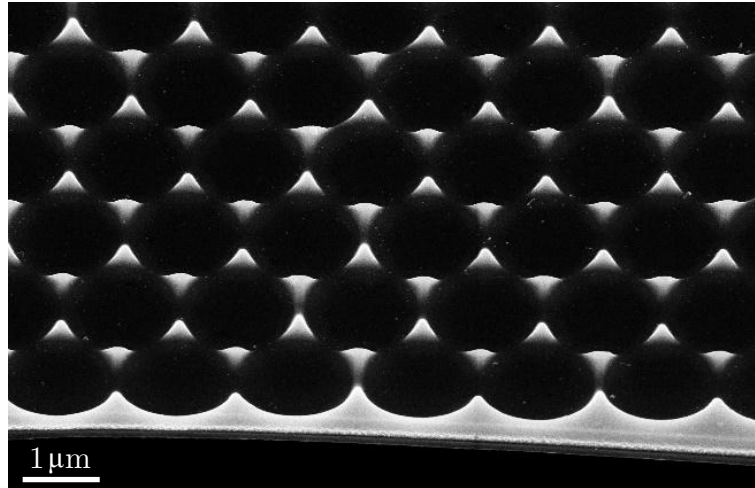


Abbildung 7.20.: Nickelnanostrukturen mit 200 nm Dicke auf einer Siliziummembran, hergestellt durch Aufdampfen durch eine Kolloidmonolage [KGU⁺11]. Im Vordergrund ist das Silizium unter dem Nickelrand zu erkennen.

Wir wollen Nanostrukturen auf die Membran aufbringen, um sie im Anschluss thermisch untersuchen zu können. Fabrikationsmethode der Wahl ist die Abschattungslithografie mit einer Kolloidmonolage. Die Monolage wurde nach Kolloch et al. [KGU⁺11] in einer abgewandelten Version von Burmeister et al. [BSM⁺97] und Kosiorek et al. [KKC⁺04] hergestellt. Dabei werden Kolloide der Größe $1,5\ \mu\text{m}$ an der Grenzfläche Wasser-Luft zum Schwimmen gebracht. Auf Grund ihrer Mobilität bilden sie einen zwei-dimensionalen Kristall, der durch Entfernen des Wassers langsam auf die Probe abgesenkt wird. Die so hergestellte Kolloidmonolage auf den Membranen wird mit 200 nm Nickel bedampft und anschließend mit Klebeband abgezogen. Übrig bleiben die metallischen Dreiecksstrukturen, die typisch für die Hohlräume einer zweidimensionalen, dichtesten Kugelpackung sind. In Abbildung 7.20 ist ein Rasterelektronenmikroskopbild der Membran samt den Nickeldreiecken gezeigt. Diese Membran war an einer Stelle etwas eingerissen, so dass die Kante im Vordergrund den Membranrand darstellt.

Da die zusätzlichen Strukturen auch die optischen Eigenschaften verändern, wurde erneut eine Temperatureichung an der Membran durchgeführt, deren Ergebnis im Folgenden kurz erläutert wird. Die Membran wurde über einen Widerstandsheizler auf bis zu 440 K geheizt und dabei die optische Transmission bei 488 nm Wellenlänge gemessen, vergleiche hierzu Kapitel 7.3.1. Die Daten sind in schwarzen Punkten in Abbildung 7.21 gezeigt. Für den relativ kleinen Temperaturbereich wurde eine exponentielle Abhängigkeit angenommen, rote Kurve. Aus dem Fit ergibt sich somit die Eichfunktion

$$T(T_{\text{trans}}) = (-310,3 \pm 7,6) \text{ K} \cdot \ln(T_{\text{trans}}) + 293,7 \text{ K} \quad (7.12)$$

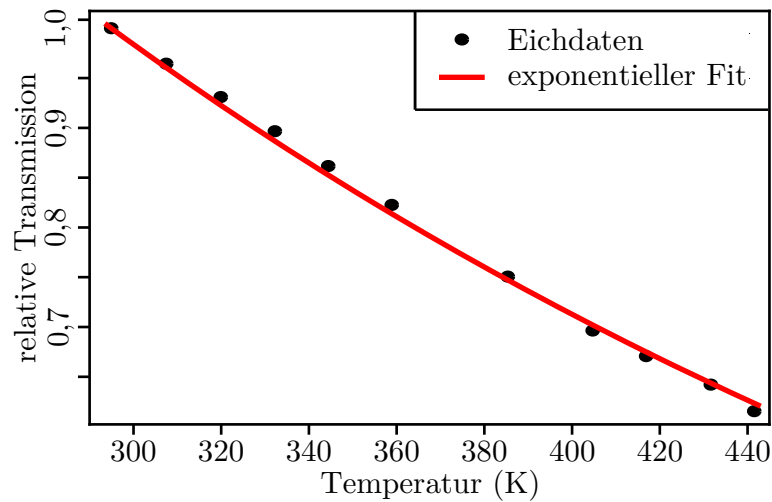


Abbildung 7.21.: Eichung der Transmission einer mit Nickelstrukturen bedeckten Siliziummembran für den Temperaturbereich oberhalb Raumtemperatur.

mit einer von Gleichung (7.3) leicht abweichenden Steigung. Die Eichung wird für die folgende Auswertungen zu Grunde gelegt.

Statische Messung

Die Wahl Nickel für die aufgedampften Nanostrukturen zu verwenden, rührt von den Absorptionswerten des Materials im Vergleich zu Silizium her. Bei der gewöhnlich verwendeten Laserquelle mit 658 nm Wellenlänge absorbieren Nickel und die reine 340 nm Siliziummembran 34,0% bzw. 18,0%. Dieser Unterschied kann bei der Wahl einer Wellenlänge im Infraroten vergrößert werden, so dass wir bei 785 nm Wellenlänge für Nickel und die Membran 31,9% bzw. 3,7% Absorption erhalten. Der Einfluss ist in Abbildung 7.22 für die beiden genannten Laserwellenlängen gezeigt. Auf der linken Seite sind Daten für eine reine Siliziummembran, auf der rechten Seite die der Nickelstruktur zu sehen. Jeweils oben sind die Temperaturkarten bei 655 nm Heizwellenlänge und unten bei 785 nm gezeigt. Zum Vergleich wurde in allen Bildern die selbe Temperaturskala verwendet, die einen Bereich von $\Delta T = 0 - 80$ K zulässt. Bei den Membranen mit Nickelstruktur steigt die Temperatur im Fokuszentrum deutlich stärker an, als bei der reinen Siliziummembran, was der jeweils höheren Absorption geschuldet ist. Besonders extrem fällt der Unterschied im Fall der 785 nm Heizwellenlänge aus. Um den Einfluss des Nickels genauer zu untersuchen, bietet sich daher die infrarote Wellenlänge wesentlich besser an, da hier nur das Nickel, nicht aber die darunterliegende Membran geheizt wird.

Aus den statischen Temperaturdaten können wir zudem Rückschlüsse auf den Fokussdurchmesser der Heizlaser schließen. Dazu berechnen wir aus den simulierten Absorptionswerten der Materialien wie groß der Flächenanteil A des Nickels im Fokus sein muss. Dabei nehmen wir ein konstantes κ an, was eine vereinfachte Annahme ist, wie wir später sehen werden. Wir finden, dass

$$A_{655 \text{ nm}} = (31,9 \pm 2,7)\% \quad \text{und} \quad A_{785 \text{ nm}} = (3,8 \pm 0,3)\% \quad (7.13)$$

für die beiden Wellenlängen ist. Diese Werte überraschen angesichts einer theoretischen Bedeckung der Dreiecksstruktur von 9,3%. Sie sind aber erklärbar, wenn wir an Fokus-

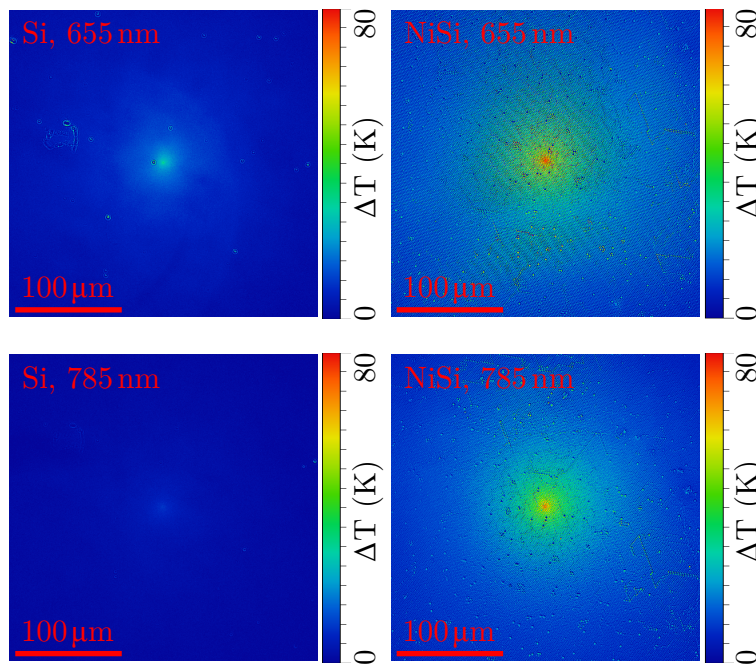


Abbildung 7.22.: Statische Temperaturmessungen an reinen Siliziummembranen (links) und Membranen mit Nickelnanostrukturen (rechts) für die Laserwellenlängen 655 nm (oben) und 785 nm (unten). Im Infraroten ist der Unterschied der Absorption zwischen Nickel und Silizium am größten.

durchmesser im Bereich der Kolloidgröße denken. Bei einem großen Fokus muss A gegen 9,3% gehen. Die Werte in (7.13) weichen deutlich davon ab, so dass wir von Durchmessern im Bereich der typischen Strukturgrößen, bzw. -abstände ausgehen können. Der große Wert von fast 32% kann nur erreicht werden, wenn ein einzelnes Dreieck beleuchtet wird. Der kleine von 3,8% dann, wenn das Fokuszentrum genau die Mitte eines Kolloidschattens trifft. Der Laserspot muss in beiden Fällen kleiner als die $1,5 \mu\text{m}$ der Kolloide sein.

Wir besitzen noch einen weiteren, experimentellen Zugang zur Fokusgröße: das Schmelzen eines Loches in die Membran, wie wir es in Kapitel 7.3.1 bereits verwendet haben. Die Laserdiode mit 658 nm besitzt genug Leistung, um das Silizium zu Schmelzen. In Abbildung 7.23 ist eine REM Aufnahme eines auf diese Weise geschmolzenen Loches in einer strukturierten Membran gezeigt. Hier lag der Fokus in der Mitte des Kolloidschattens und das Loch zeigt einen Durchmesser von ca. $1,2 \mu\text{m}$, was obige Abschätzung sehr gut bestätigt.

Bei genauem Betrachten von Abbildung 7.23 fällt allerdings nicht nur das Loch auf, sondern auch die geschmolzenen Nickelstrukturen um das Loch herum. Vergleichen wir nun die Schmelztemperaturen von Silizium und Nickel so finden wir, dass Nickel bei 1728 K schmilzt, was 45 K höher als Silizium ist. Wie kann dies sein? Zum einen bildet sich das Loch nicht sofort, sobald der Schmelzpunkt des Siliziums erreicht ist, sondern es wird zunächst eine flüssige Lamelle entstehen. Diese kann sich weiter aufheizen, da sie weiterhin im Fokus liegt. Zum zweiten besteht die Möglichkeit die strukturellen Veränderungen im Nickel über Oberflächendiffusion hervorzurufen. Kommt die Temperatur dabei in die Nähe des Schmelzpunktes, so verläuft die Oberflächenveränderung bei diesem kritischen Prozess sehr viel schneller ab. Dies könnte bei den kurzen Zeiten von unter 1 s, die benötigt werden,

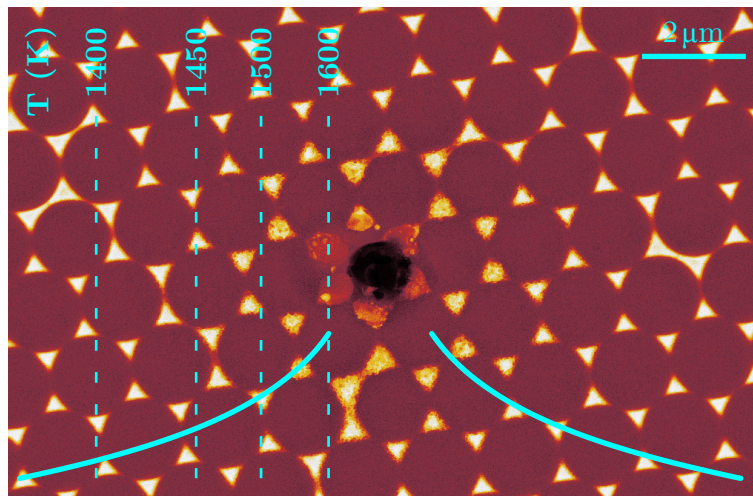


Abbildung 7.23.: Falschfarbendarstellung einer REM Aufnahme des in die nickelbedeckte Membran geschmolzenen Lochs. In der unteren Hälfte ist ein Temperaturprofil angedeutet, dass bei Erreichen der Schmelztemperatur entstehen würde. Selbst bei niedrigeren Temperaturen ist die Nickelstruktur verändert, was eine sehr gute Wärmeankopplung zeigt.

um das Loch zu formieren, bereits die Veränderungen erklären.

In beiden Fällen muss die Temperatur des Siliziums sehr nahe bis an die Schmelzschwelle des Nickels ansteigen. Beachten wir zudem noch die Änderungen einige μm entfernt vom Zentrum, wo die Temperatur bereits um mehrere 100 K niedriger ist. In Abbildung 7.23 ist das als Temperaturprofil in der unteren Hälfte eingezeichnet für den Fall, dass im Fokus die Schmelztemperatur erreicht wird. Es kann geschlussfolgert werden, dass die thermische Ankopplung der Nickeldreiecke an die Membran optimal ist. Für die folgenden Betrachtungen werden wir auf Grund dieses Ergebnisses den thermischen Widerstand zwischen Nickel und Silizium vernachlässigen.

Zeitaufgelöste Messung

Mit einer zeitaufgelösten Messungen haben wir Zugang zu der gesamten Wärmemenge im System. Betrachten wir nur den Abkühlvorgang, so können wir genau die Wärmemenge errechnen, die innerhalb des betrachteten Gebietes liegt. Da wir dessen Temperaturverlauf und damit auch dessen mittlere Temperaturerhöhung kennen, ist es möglich aus dem Vergleich mit den Daten einer reinen Membran direkt die spezifische Wärmekapazität der Nickeldreiecke zu berechnen.

Im Experiment heizen wir die Membran für 2 ms und lassen das System 3 ms abkühlen. Der Abtastpuls ist $50 \mu\text{s}$ lang. In Abbildung 7.24 sind die Heizphase und Abkühlphase einer mit Nickel strukturierten und einer reinen Membran dargestellt, in blau bzw. rot. Vier Zeitverläufe werden darin für verschiedene Abstände vom Heizzentrum gezeigt, wie im Inset angedeutet. Jeder Zeitschritt entspricht somit einem Bild, das an den verschiedenen Orten ausgewertet wurde. Da über die gesamte Messzeit¹⁰ ein leichter Drift der

¹⁰Die Gesamtzeit der Messung betrug ca. 4 Stunden, wobei nur zu Beginn und am Ende der Reihe Referenzbilder aufgenommen wurden.

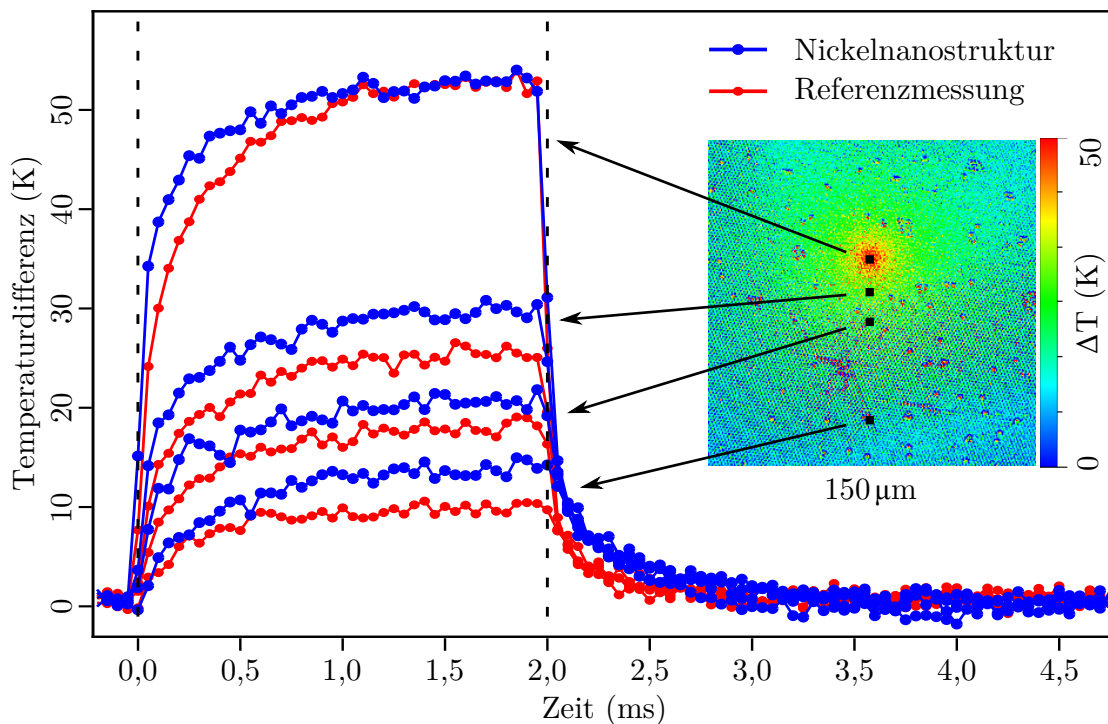


Abbildung 7.24.: Aufheiz- und Abkühlphase einer Membran mit und ohne Nickelnanostruktur. Jeder Datenpunkt entspricht dem Temperaturwert an den im Inset gezeigten Stellen 0, 15, 30 und 75 μm entfernt vom Fokus. Die Nickeldaten unterscheiden sich wegen der zusätzlichen Masse auf der Membran und veränderten Wärmeleitfähigkeit des Gesamtsystems.

Leuchtquelle auftrat, wurde ein Untergrund von den Daten abgezogen, um dies zu kompensieren. Des Weiteren sind die Daten der Referenzmessung auf den Maximalwert der Nickeldaten skaliert, vgl. Kapitel 7.3.3 zu Skalierbarkeit der Daten.

An den Temperaturverläufen in Abbildung 7.24 lassen sich einige Aussagen über den Einfluss des Nickels treffen. In der Aufheizphase ist die Temperatur der reinen Membran stets kleiner als die der bedeckten. Die Wärme kann im Fall mit Nickel schneller vom heißen Zentrum zum Rand hin abfließen, was auf eine größere Wärmeleitfähigkeit schließen lässt. In der Tat sollte die strukturierte Membran eine höhere Leitfähigkeit aufweisen, da an den Stellen der Nickeldreiecke mehr Material und damit eine größere Fläche für den Durchfluss vorhanden ist. Mit dem Literaturwert $\kappa_{\text{Nickel}} = 88,5 \text{ W/m K}$ [Ker00], der bekannten Bedeckung und der Nickeldicke liegt die Wärmeleitfähigkeit theoretisch 3,7% höher. Dieser Anteil ist zu klein für den sichtbaren Effekt, so dass ein weiterer, unbekannter Kanal zum Wärmeabfluss beitragen muss.

Die zusätzliche Masse des Nickels führt zu einer höheren, gespeicherten Wärmemenge im System. Dies ist besonders im Abkühlverhalten zu erkennen. Hier bleibt die Temperatur der nickelbedeckten Membran über der reinen Siliziumreferenz. Da der ausgeschaltete Laser keine weitere Wärme einbringt, ist dieser Anteil des Zeitverlaufes ein Maß für die gesamte, gespeicherte Wärmemenge von Silizium und Nickel.

Wir wollen nun die Wärmemenge berechnen, die während eines gesamten Zyklus durch die Membran fließt. Hierzu bedienen wir uns Gleichung (2.85) bzw. (2.86) aus den Grund-

lagen. Bei der Berechnung der Werte wurde berücksichtigt, dass zu Beginn und am Ende des Zyklus der Wärmefluss $\dot{Q} = 0$ sein muss. Wir erhalten

$$Q_{Si} = (6,1 \pm 0,5) \mu\text{J} \quad \text{und} \quad Q_{NiSi} = (7,2 \pm 0,6) \mu\text{J} \quad (7.14)$$

für die gesamte Wärmemenge pro Zyklus. Die Skalierung auf die Maximaltemperatur, die in Abbildung 7.24 mit einging, ist bereits enthalten. Die Größe des Fehlers ist über die Schwankung der Maximaltemperatur abgeschätzt.

In der Membran mit Nickelnanostruktur stecken fast 20% mehr Wärme als in der reinen Siliziummembran. Das ist zum einen auf die höhere Wärmeleitfähigkeit zurückzuführen und die damit verbundenen, höheren Temperaturen weiter entfernt vom Heizspot. Zum anderen steckt diese Wärmemenge in den Nickeldreiecken selber. Betrachten wir nun die Definition der spezifischen Wärme c_Q eines Festkörpers

$$c_Q = \frac{\Delta Q}{m\Delta T} \quad (7.15)$$

mit der Masse m , der mit der Wärmemenge ΔQ auf ΔT aufgeheizt wird. In den Grundlagen von Kapitel 2.3.3 sind wir von einer unendlich ausgedehnten Membran ausgegangen. Real misst das Membranfenster allerdings etwa $700 \times 700 \mu\text{m}^2$. Der Rand wird von dem umgebenden Wafer als Temperaturbad auf Raumtemperatur festgehalten. Da nur dort eine Wärmemenge ΔQ beachtet werden muss, wo auch ein Temperaturanstieg zu erkennen ist, können wir unsere Betrachtung auf die Membran alleine beschränken und die realen Maße für m einsetzen.

In Formel (7.15) wird von einem mittleren Temperaturanstieg ΔT ausgegangen, so dass wir den Temperaturverlauf über die gesamte Membranfläche mitteln müssen. Die Bestimmung der mittleren Temperatur ist auf ca. 1 K genau möglich, was die Größe des Fehlers erklärt. Beachten wir zudem obiges Argument, dass im Abkühlvorgang die gespeicherte Wärmemenge steckt, so können wir in Analogie zu Gleichung (7.14) Q für nur dieses Zeitfenster errechnen. Ziehen wir im Anschluss die Referenzmessung von der, der strukturierten Membran ab, so bleibt der Wärmeanteil der Nickelstruktur übrig. Wir erhalten mit diesen Annahmen

$$c_{Q,Nickel} = \frac{0,13 \mu\text{J}}{81,1 \text{ ng} \cdot 3 \text{ K}} = (534 \pm 260) \frac{\text{J}}{\text{kg K}} \quad (7.16)$$

für die spezifische Wärmekapazität von nanostrukturiertem Nickel, was in etwa Faktor 20 größer als der Literaturwert von $26,5 \frac{\text{J}}{\text{kg K}}$ ist [Ker00].

Eingangs hatten wir gezeigt, dass die Ankopplung des Nickels an die Membran sehr gut ist, und wir den thermischen Widerstand vernachlässigen können. Sind die Nickeldreiecke jedoch auf einer höheren Temperatur wie oben abgeschätzt, so reduziert sich auch die spezifische Wärmekapazität in Formel (7.16). Die Schichtdicke des Nickels wurde beim thermischen Verdampfen mit einem geeichten Schwingquarz bestimmt. In der REM-Aufnahme aus Abbildung 7.20 scheint sie jedoch mit der Membrandicke vergleichbar zu sein. Dadurch wird die aufzuheizende Masse größer und die errechnete Wärmekapazität ist kleiner.

Abschließend ist es nicht möglich aus den vorliegenden Messungen fundiert auf die spezifische Wärmekapazität der Nickelnanostrukturen zu schließen. Hierzu müssen weitere Versuche unternommen werden, wie wir es im Ausblick genauer diskutieren werden. Die

Methode, die Temperatur einer strukturierten Membran zeitaufgelöst zu untersuchen, erlaubt es auf die involvierten Wärmemengen zurückzuschließen. Siliziummembranen eignen sich also für die Kalorimetrie an nahezu beliebigen Strukturen. Die errechneten Werte für Nickel in (7.16) liegen dabei nicht um viele Größenordnungen von den Literaturwerten entfernt und die Abweichung lässt sich plausibel erklären. Die möglicherweise dickere Nickelschicht (aus den REM-Aufnahmen ca. 400 nm) reduziert, zusammen mit einer abgeschätzt 10% höheren Temperatur der Nanostrukturen, die Abweichung auf Faktor 9. Anzumerken ist, dass mit einem Wärmeübergangskoeffizienten von etwa $10^8 \text{ W/m}^2 \text{ K}$ [Bis96, SP87] und der in Gleichung (7.16) verwendeten Wärmemenge im Nickel von $0,13 \mu\text{J}$ die Temperatur der Nickelnanostrukturen nur um μK höher liegen kann als die der Siliziummembran.

8. Ausblick

In der vorliegenden Arbeit wurden eine Reihe Phononenexperimente im Frequenzbereich von $10^4 - 10^{13}$ diskutiert. An verschiedenen Stellen gibt es Anknüpfungspunkte, an denen weiterführende Untersuchungen angeschlossen werden können. Der Ausblick gliedert sich in drei Unterabschnitte zu den schwingenden Siliziummembranen, den akustischen Oberflächenwellen und der optischen Temperaturmessmethode. Er zeigt vor allem weiterführende Experimente auf, die sich aus den Resultaten dieser Arbeit ergeben.

8.1. Schwingende Siliziummembranen

Die Frequenzen der auftretenden Resonanzen sind von der Spannung der Siliziummembran abhängig. Heizen wir die Membran mit einem Laser zusätzlich auf, so erzeugen wir eine Spannung die zu einer lokalen Ausdehnung der Membran führt. Im Experiment zeigt sich jedoch, dass dieses Ausdehnen nicht kontinuierlich verläuft, sondern sogenanntes „Buckling“¹ auftritt. Die Form der Membran ändert sich bei ansteigender Heizleistung stetig, bis sie bei einem bestimmten Schwellwert sprunghaft in eine neue Form knickt. Es zeigt sich eine Hysterese, wenn man die Heizleistung wieder erniedrigt. Da die beiden Formen der Membran für sich stabile Zustände darstellen, besitzt ein jeder feste Resonanzen. Nahe am Knick findet ein Übergang vom einen Resonanzspektrum in das andere statt. Hier sollten weiche Moden sichtbar und untersuchbar werden. Abbildung 8.1 zeigt die

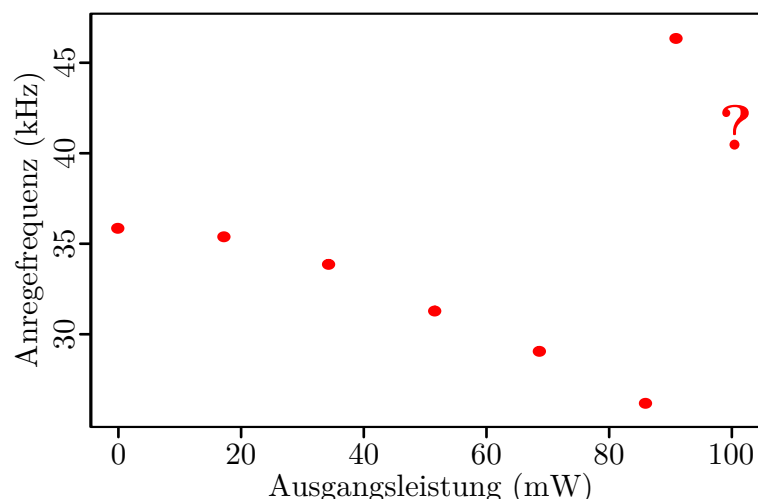


Abbildung 8.1.: Anregfrequenz des Heizlasers in Abhängigkeit verschiedener Laserleistungen. Bei ca. 90 mW springt die Siliziummembran in eine neue Form und die Frequenz vergrößert sich. Wie geht es ab 100 mW weiter?

¹engl: buckling = Knickung

Resonanzbedingung für verschiedene Heizlaserleistungen. Die Resonanzfrequenz nimmt langsam mit steigender Erwärmung der Membran ab, bis sie bei 90 mW auf einen neuen Wert springt. Diesen Übergangsbereich gilt es genauer zu untersuchen.

Alle hier gezeigten Experimente wurden an quadratischen Membranen durchgeführt. In der Frequenzantwort gibt es daher keine Unterscheidung zwischen beispielsweise einer (1,2)- und einer (2,1)-Mode. In einem rechteckigen System sieht das anders aus. Hier sollten degenerierte Schwingungszustände auftreten [HD07], das sind unterschiedliche Moden gleicher Frequenz. Bei geeigneter Wahl der Dimensionen sollten diese Phänomene auch mit dem einfachen Laseraufbau aus dieser Arbeit untersucht werden können. Sofern zwei mögliche Resonanzfrequenzen des Systems nahe beieinander liegen, sollte auch das koppeln dieser Moden beobachtbar sein.

Eine weitere Stärke der Messmethode ist die Möglichkeit zeitaufgelöster Messungen. So kann neben der Ausbreitung von Wellenpaketen auch der Ringdown bestimmter Membranmoden, die sich beispielsweise mit einem Piezoaktuator in der Membran anregen lassen, untersucht werden. Erste Versuche dazu sind recht viel versprechend, bedürfen allerdings einer detaillierteren Auswertung. Abbildung 8.2 zeigt das Ausschwingverhalten

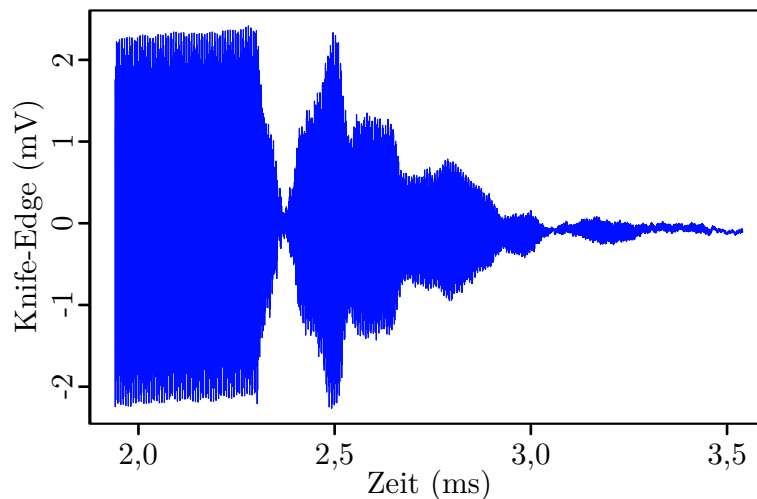


Abbildung 8.2.: Ausschwingverhalten einer Mode, die mit einem Piezoaktuator bis zum Zeitpunkt 2,3 ms angeregt wurde. Der Abfall ist nicht wie erwartet exponentiell sondern zeigt ein Schwebungsverhalten.

einer Mode, die in der Membran mit einem Piezoaktuator zum Schwingen gebracht wurde. Nach dem Ausschalten der resonanten Anregung fällt die Amplitude nicht wie erwartet exponentiell auf Null, sondern die Energie in der Mode verteilt sich auf benachbarte Resonanzen, was zu einer Schwebung der Zeittransienten führt.

Die Siliziummembranen eignen sich jedoch nicht nur zur Untersuchung ihrer intrinsischen Eigenschaften. Sie können als Basis für die Untersuchung adsorbierter Filme oder Teilchen dienen. Sobald die Eigenschaften der Membran beschrieben und bekannt sind, können aus den Abweichungen dazu Rückschlüsse auf die Adsorbate geschlossen werden. Ein erster Versuch wurde mit einem Polymerfilm unternommen, der auf die Membran aufgebracht wurde. Qualitativ vergrößert das Polymer die schwingende Masse, was zu einer Reduktion der Frequenz führt. Zudem wirkt zusätzlich die innere Spannung des Films, was die Frequenz erhöhen sollte. Bei der ersten Messung zeigte sich, dass die Resonanzfre-

quenz der reinen Membran von ca. 85 kHz auf 560 kHz mit dem zusätzlichem Polymerfilm ansteigt. Auch eine höhere Mode bei 1,4 MHz ist in den Daten mit Film sichtbar. Auf Basis dieser Erkenntnisse können weiterführende Untersuchungen für verschiedene Filmmaterialien und unterschiedliche Dicken unternommen werden.

8.2. Akustische Oberflächenwellen

Die akustischen Oberflächenwellen (SAWs) sammeln oberflächennahe Informationen über das verwendete Substrat. So können sie im gezeigten Frequenzbereich als Sensor genutzt werden, um Adsorbate auf der Oberfläche zu charakterisieren. Die Literatur in diesem Gebiet ist sehr mannigfaltig, jedoch bringt die verwendete Anregemethode über Laserinterferenzen den Vorteil, die Frequenz beliebig verändern zu können. Auf absorbierenden Materialien sogar ohne die Oberfläche zu beschädigen. So können Materialien oder Werkstücke untersucht werden, die nicht erst auf eine Interdigitalstruktur mit Piezoaktuator aufgebracht werden müssen. Es steht nicht nur die Amplitude als Parameter zur Verfügung, sondern auch die Frequenzabhängigkeit kann für die Auswertung genutzt werden.

Rayleighwellen zeigen auf Substraten mit Metallfilm Dispersion. Wegen der verminderten Ausbreitungsgeschwindigkeiten der SAWs im Schichtsystem sollte es möglich sein passive Elemente wie Linsen auf einer Oberfläche zu verwirklichen. So könnten auch kleinste Amplituden zur Messung verwendet werden, die hernach durch eine Linse in ein messbares Signal konvertiert werden.

Organische Systeme bilden auf Oberflächen nicht immer isotrope Anordnungen. So richten sich manche Moleküle an der Struktur der Oberfläche aus [RBGG⁺10]. In der Auswertung hatten wir die Anisotropie entlang verschiedener Kristallachsen gezeigt. So können wir nicht nur die Ausrichtung eines anisotropen Substrates wie Saphir zerstörungsfrei bestimmen, wir können auch die Anisotropie eines Films auf dem Substrat vermessen. Gerade in organischen Systemen, bei denen Moleküle in der Ebene unterschiedlich aneinander binden, sollte eine Anisotropie messbar sein.

In Bezug auf die Charakterisierung der Nanowelt ist ein weiterer Punkt sehr interessant. Gelingt es, die erreichbaren und vor allem detektierbaren Frequenzen der SAWs weiter zu erhöhen, erreichen wir die Eigenfrequenzen von Nanostrukturen. Somit dienen die SAWs als monochromatische Sensoren für die Nanostruktur. In den spektroskopischen Daten für unterschiedliche SAW-Frequenzen stecken weitere Details über die Ankopplung der Strukturen an die Unterlage oder die räumliche Form der Moden, die mit heutiger, breitbandiger Anregung über fs-Systeme nicht zugänglich sind.

8.2.1. Phasenwechselmedien

SAWs können auch auf Phasenwechselmedien erzeugt werden. Ein Datensatz einer Nickel-Titan-Legierung ist in Abbildung 8.3 gezeigt. Phasenwechselmedien ändern ihre kristallografische Form bei einer bestimmten Temperatur, wodurch sich auch die akustischen, optischen und elektronischen Eigenschaften ändern. Bisher wurde der Phasenübergang über optische Reflexions- oder elektrische Messungen nachgewiesen [TASH99, WHC06]. Die SAWs können als zusätzliche Methode verwendet werden. In Abbildung 8.3 wurde mit einem Linienfokus eine Oberflächenwelle angeregt und in festem Abstand über Knife-Edge

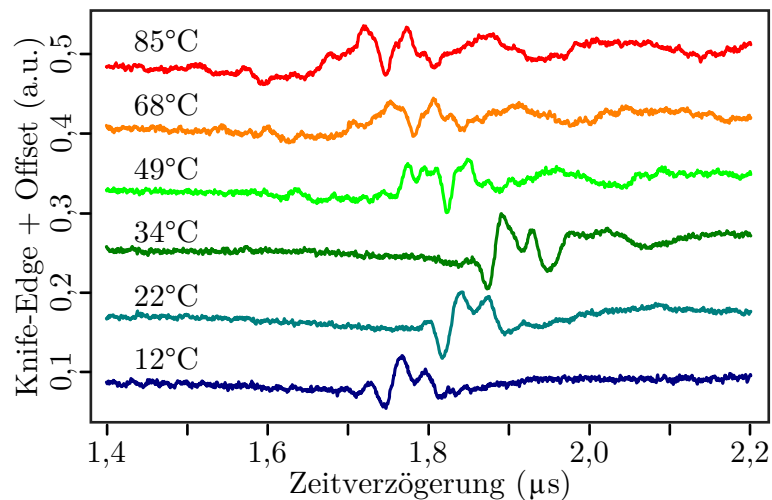


Abbildung 8.3.: SAW-Signale auf einem Nickel-Titan-Blech für verschiedene Temperaturen, angeregt mit einem Linienfokus und gemessen über Knife-Edge. Die Übergangstemperatur liegt bei etwa $40\text{ }^{\circ}\text{C}$, in einem Bereich, in dem sich sowohl die Zeitverzögerung, als auch die Signalform drastisch ändern.

vermessen. Das Substrat ist mit einem Heizelement auf verschiedene Temperaturen geheizt. Ab einer bestimmten Temperatur ändert sich die Laufzeit und die charakteristische Form der Welle sprunghaft. Hier fand der Phasenübergang statt.

Von zentralem Interesse sind Filme aus Phasenwechselmedien. Da die Sprungtemperatur sehr stark vom Legierungsverhältnis abhängt, kann die SAWs Methode als kontaktlose, in-situ Messung beim Sputtern oder Tempern der Filme verwendet werden.

8.3. Thermische Eigenschaften

Die vorliegende Arbeit diskutiert die Eigenschaften von 340 nm dünnen Membranen. Bei geringeren Dicken wird die freie Weglänge der dominanten Phononen auch bei Raumtemperatur mit der Membrandicke vergleichbar, was ein Abweichen der Wärmeleitfähigkeit vom Vollmaterial erwarten lässt. Erste Experimente zeigten, dass Temperaturmessungen sowohl auf dickeren, als auch auf dünneren Membranen gut funktionieren. Einzig die Transmissionswellenlänge muss auf den Bereich der größten Temperaturempfindlichkeit angepasst werden, so dass eine 200 nm dünne Membran bei etwa 530 nm Licht auszumessen ist.

In die Berechnung der Wärmeleitfähigkeit gingen Absorptionswerte aus Simulationen mit Scout2 ein. Die Übereinstimmung der Transmissionsspektren mit dem Experiment ist sehr gut, was auf ebenso akkurate Absorptionsangaben schließen lässt. Um die Absorption jedoch direkt messen zu können, müsste der verwendete Mikroskopaufbau derart erweitert werden, dass auch das reflektierte Licht quantitativ gemessen werden kann. Nicht nur für die Messungen ab Raumtemperatur, auch für die Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit bei tiefen Temperaturen ist diese Erweiterung von großer Bedeutung. Damit ließe sich auch die Temperatur bestimmen, bei der die freie Weglänge der Phononen die Membrandicke erreicht. In diesem Moment ist die Wärmeleitung durch der Streuung an den Grenzflächen limitiert, was sich an den Daten gut ablesen lassen sollte.

Der Mikroskopaufbau ermöglicht Messungen bis minimal 6 K und die Eichung der Transmission existiert bis zu diesen tiefen Temperaturen. Jedoch nimmt nicht nur die Sensitivität in diesem Temperaturbereich ab, auch ist die Absorption bei einer Heizwellenlänge von 658 nm gering. Erste Experimente, wie in Abbildung 8.4 dargestellt, zeigen,

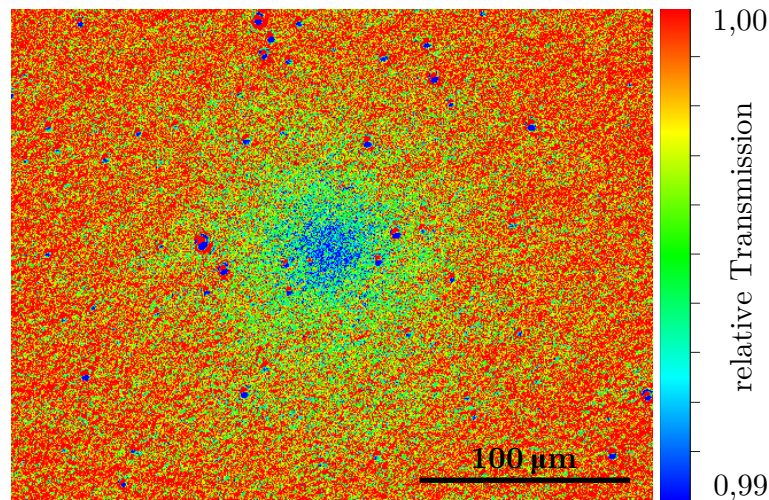


Abbildung 8.4.: Die Siliziummembran befindet sich bei einer Basistemperatur von 6 K. Der Heizlaser schafft die Membran im Fokus auf ca. 60 K aufzuheizen.

dass ein Temperaturprofil bei 6 K Substrattemperatur etabliert werden kann. Die Transmission bei 480 nm Wellenlänge im etwa 60 K warmen Fokus liegt bei 0,988, was bereits nahe an die Auflösungsgrenze der Messmethode heran reicht. Um kleine Effekte bei tiefen Temperaturen untersuchen zu können, muss vor allem das Signal-zu-Rausch Verhältnis verbessert werden. Dies kann über längeres Mitteln geschehen, wobei ein angemessener Zeitaufwand pro Bild eingehalten werden sollte, um eine Wegdriften der Lichtquellen zu vermeiden. Eine weitere Möglichkeit ist die Verwendung einer rauscharmen Kamera mit höherem Kontrastverhältnis. Die Änderung der Transmissionswellenlänge wäre eine weitere Optimierungsmöglichkeit, verbessert in diesem Temperaturbereich die Sensitivität allerdings nicht weiter.

Im Bereich tiefer Temperaturen konnte der ballistische Phononentransport anhand einer thermischen Diode nachgewiesen werden. Im Rahmen der Arbeit wurde nur eine Diodengeometrie untersucht. Der gezeigte Gleichrichtwert kann durch eine Optimierung der Struktur weiter erhöht werden. So ist denkbar, dass nicht nur zwei, sondern drei oder mehr Reihen von speziell geformten Löchern hintereinander angeordnet werden. Eine Untersuchung eines weiten Temperaturbereiches von Raumtemperatur bis hin zu wenigen K sollte ein Einsetzen des Gleichrichteffekts unterhalb einer bestimmten Temperatur zeigen. Ebenso könnte die Diodenstruktur dazu genutzt werden, um Wärme in einem abgegrenzten Bereich zu deponieren. Wärmt sich diese Insel weiter auf, so kann durch die ansteigende Temperatur die Wärme das Gebiet wieder verlassen - ein Art „thermisches Überdruckventil“.

Neben reinen Siliziummembranen ist die Untersuchung von Siliziumnitrid von großem Interesse. Siliziumnitrid wird in industriellen Anwendungen in Lagern oder der Metallverarbeitung verwendet. Membranen aus diesem Material finden unter anderem als Fenster in TEM- und Röntgenmikroskopen Verwendung. Über Eigenschaften, wie die Wärmeleit-

fähigkeit in den Membranen, ist wenig bekannt. Mit der vorgestellten Messmethode können auch Siliziumnitridmembrane thermisch untersucht werden. Vorexperimente zeigten einen schwachen, aber detektierbaren Transmissionseffekt mit ansteigender Temperatur, der in der Größenordnung der thermischen Ausdehnung der Membran lag. Mit einer Optimierung der Detektionsparameter (Transmissionswellenlänge, Winkel) oder durch die Verwendung eines Schichtsystems aus Silizium und Siliziumnitrid sollte dies weiterführend untersucht werden.

Siliziummembrane eignen sich hervorragend als Sensoren für die thermische Untersuchung beliebiger Strukturen auf der Membran. Über den statischen und zeitlichen Temperaturverlauf um die Struktur lassen sich wertvolle Informationen über die spezifische Wärme oder die Ankopplung an die Membran gewinnen. Die Messmethode kann sich zu einem Werkzeug der Nanokalorimetrie weiterentwickeln, bei dem die zu untersuchende Struktur auf die Membran aufgebracht wird und nach einem festen Satz von Messungen alle Informationen zugänglich sind. Hier kann ein verbessertes Design weiterhelfen. Ein Ring aus dem zu untersuchenden Material, in dessen Mitte der Laser das Silizium heizt, beinhaltet sowohl das bekannten Temperaturverhalten einer reinen Membran, als auch die Information der zusätzlichen Struktur. Nicht nur metallische Nanostrukturen, sondern auch biologische Systeme wie Zellkulturen ließen sich so kalorimetrisch untersuchen. Die Siliziummembranen könnten zu einem weiteren Bauteil eines Lab-on-a-Chip Ansatzes werden. Ein Experiment mit einem Wassertropfen, der auf die Membran aufgebracht wurde, zeigte sowohl die Funktionsweise der Methode in wässriger Umgebung, als auch einen klaren Effekt des sich abkühlenden Wassers [Tro11].

Abschließend wird ein Ergebnis eines ersten Experimentes zum thermischen Zerfall von Oberflächenplasmonen in einem Punktkontaktsystem gezeigt, als weiteres, zukünftiges Anwendungsbeispiel der Temperaturmessmethode. Abbildung 8.5 zeigt oben eine 100 nm

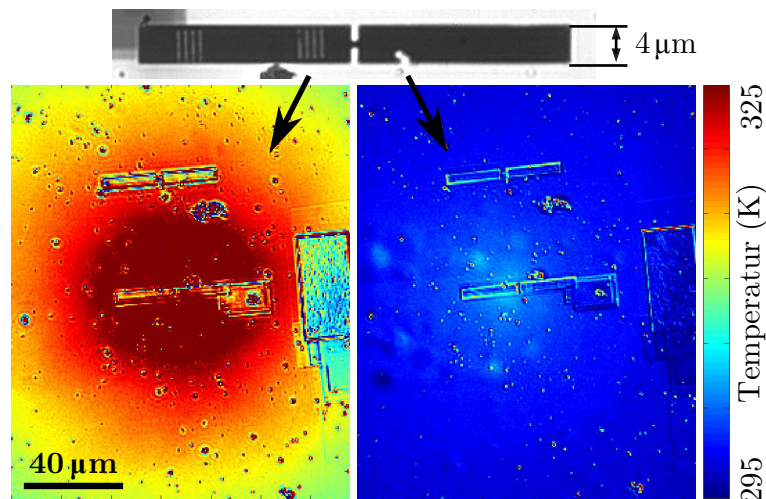


Abbildung 8.5.: Auf eine Membran wurde ein Goldsteg mit Gittern zur Plasmonenanregung aufgebracht (oben). Der Laser heizt Gitter und reinen Film mit gleicher Leistung (unten), wobei sich die Gitterseite wegen der erhöhten Absorption des ausgedünnten Goldes stärker aufheizt.

Dicke metallische Goldstruktur, die mit Hilfe von Elektronenstrahlolithografie auf eine Siliziummembran fabriziert wurde. Das Gitter wurde mit einem fokussierten Ionenstrahl in

das Gold geschnitten und so abgemessen, dass Plasmonen effizient in den Goldfilm einkopeln können. Die beiden Bilder unten zeigen den Temperaturverlauf für die Beleuchtung mit identischer Leistung, links auf dem Gitter, rechts im gleichen Abstand zur Engstelle auf dem glatten Film. Trifft der Laser das Gitter steigt die Temperatur drastisch an, was in diesem Fall wahrscheinlich der höheren Absorption des nur noch 50 nm dünnen Goldfilmes im Gitter und nicht den Plasmonen geschuldet ist [Jen11]. Eine Verbesserung wäre hier durch einen dickeren Goldfilm möglich, der nach der Strukturierung immernoch minimal 100 nm Dicke besitzt. Dennoch demonstriert das Ergebnis eindrücklich, in wie weit die Temperaturmessung auf dünnen Siliziummembranen in einem sehr weiten Umfeld thermischer Effekte Anwendung finden kann.

9. Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit zeigt Phononen in einem Frequenzbereich von 10^4 - 10^{13} Hz. Angefangen von Siliziummembranen, die bei niedrigen Frequenzen zum Schwingen angeregt werden, sind Experimente zu akustischen Oberflächenwellen in einem mittleren Frequenzband gezeigt. Thermische Untersuchungen an Siliziummembranen schließen den Frequenzbereich nach oben hin ab. Die Ergebnisse geben einen Überblick über mögliche Phononenexperimente im genannten Frequenzbereich.

Schwingende Siliziummembranen

Mit einem rein optisch basierten Aufbau konnten Siliziummembranen in Resonanz versetzt und die Eigenfrequenzen mit hoher Genauigkeit gemessen werden. Über die Modellvorstellung, dass bei Frequenzen im Bereich um 100 kHz das System als reine Membran betrachtet werden kann, wurde aus den Resonanzfrequenzen auf die interne Spannung $\sigma = 19$ MPa geschlossen. Der Wert steht in sehr guter Übereinstimmung zu aktuellen Literaturwerten. Messungen zur Laufzeit von Wellenpaketen auf den Membranen bestätigen die gemessenen Spannungswerte und zeigen die erwartete Phasengeschwindigkeit von 80 m/s für die Grundmode.

Bei der resonanten Anregung waren höhere Frequenzen um 1,2 MHz sichtbar. Hier weicht die Dispersionsrelation von dem linearen Verhalten der reinen Membran ab und die Biegesteifigkeit der Siliziummembran gewinnt an Bedeutung, was mit dem Verhalten einer Kirchhoff-Rayleigh-Platte modelliert werden kann. In den Laufzeitmessungen konnten ebenso höhere Phasengeschwindigkeiten von etwa 150 m/s nachgewiesen werden, die erst bei Frequenzen um 1,6 MHz zu erwarten sind. Der Fokusbereich des Anregelasers entspricht dabei der halben Wellenlänge des laufenden Wellenpakets, was darauf hinweist, dass die Fokusgröße das auftretende Frequenzspektrum mitbestimmt [SBH⁺12].

Akustische Oberflächenwellen

Auf verschiedenen Substraten wie Glas, Silizium und Saphir konnten akustische Oberflächenwellen (SAWs) mittels einer Laserinterferenz-Technik [RSLB10] erzeugt werden. Die Detektion erfolgte über eine Knife-Edge- und eine Beugungsmethode und erlaubte das präzise Ausmessen der Amplituden im Å-Bereich, sowie der Frequenz und Phase der Rayleighwellen [SGH⁺11]. Am Beispiel der Superposition zweier SAWs unter einem Winkel von $12,4^\circ$ konnten wir die kohärente Kontrolle über die Wellenausbreitung demonstrieren.

Rayleighwellen auf einem reinen Material sind per se dispersionsfrei. Mit einem auf die Oberfläche aufgedampften Metallfilm konnte die Dispersion und deren Abhängigkeit vom Schichtmaterial gezeigt werden. Die vorgestellten Messmethoden erweisen sich als sensitiv genug, um sowohl die akustische Anisotropie von Saphir, als auch die erwartete, frequenzabhängige Dämpfung $k_i \propto f^4$ nachzuweisen. Auf Grund dieser Abhängigkeit lag die höchste, messbare SAW-Frequenz bei 1,1 GHz.

Thermische Eigenschaften von Siliziummembranen

Auf Grund ihrer temperaturabhängigen dielektrischen Funktion eignen sich Siliziummembranen hervorragend als Temperatursensoren. Eine neue, rein optische Messmethode zur Bestimmung der lokalen Temperatur wurde im Rahmen dieser Arbeit entwickelt [SBSL10]. Das Messprinzip basiert auf der Auswertung der Intensität des transmittierten Lichtes bei einer bestimmten Wellenlänge, die auf die ausgeprägten Fabry-Perot Moden der Membran abgestimmt wird. Sowohl ein rein laserbasierter Aufbau, als auch ein umgebautes Durchlichtmikroskop wurden für die Messungen entwickelt.

An 340 nm dünnen Membranen, die um 488 nm Transmissionswellenlänge ihre größte Messsensitivität haben, wurde die Wärmeleitfähigkeit κ auf zwei verschiedene Arten bestimmt. Dabei liefert der Zerfall eines über Laserinterferenz erzeugten, transienten Temperaturgitters vergleichbare Werte ($\kappa = 108 \frac{\text{W}}{\text{m}\cdot\text{K}}$) wie statische Messungen an einer radialen Temperaturverteilung, die über einen Heizlaser in den Membranen erzeugt wurde ($\kappa = 136 \frac{\text{W}}{\text{m}\cdot\text{K}}$).

Mit dem Mikroskopaufbau wurde die Transmissionänderung über drei Dekaden für Temperaturen zwischen 6 und 1683 K geeicht. Die erreichte Temperaturauflösung bei Raumtemperatur wurde auf etwa 300 mK abgeschätzt. Hier gelang eine temperaturabhängige Messung von κ in qualitativ guter Übereinstimmung zur Literatur. Die Absolutwerte liegen innerhalb der Fehlergrenzen oberhalb der Referenzwerte. Daraus lässt sich schließen, dass die verwendeten, errechneten Absorptionswerte für die Heizlaser im Experiment zu groß sind.

Die Messmethode entwickelte sich im Rahmen der Arbeit dahingehend weiter, dass Nanostrukturen in und auf den Membranen untersucht werden konnten. Es gelang die erstmalige Realisierung und optische Messung einer thermischen Diode in einer Siliziummembran. Der Effekt beruht auf einer asymmetrischen Anordnung von dreieckigen und rhombischen Löchern, die den Fluss ballistischer Phononen gleichrichten. Bei 150 K wurde ein Gleichrichtwert von 1,7 erreicht [SMSL11].

An Indiumteilchen, die auf die Oberfläche aufgeraspelt wurden, konnte die Wärmespeicherung und Ankopplung an die Membran demonstriert werden. Zudem wurden über eine Abschattungslithografie mit einer Kolloidmonolage Nickelnanostrukturen auf einer Membran hergestellt. Aus statischen und zeitaufgelösten Messungen konnte die spezifische Wärme der Strukturen auf $c_{\text{Nanonickel}} = 534 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$ bestimmt werden, unter der Annahme eines verschwindenden, thermischen Widerstands zwischen Nickelstruktur und Siliziummembran. Dieser Wert ist um Faktor 20 größer als die Literaturwerte für Vollmaterial, konnte aber mit der Abweichung der Nickelfilmdicke und der idealisierten Ankopplung zumindest teilweise erklärt werden.

A. Anhang

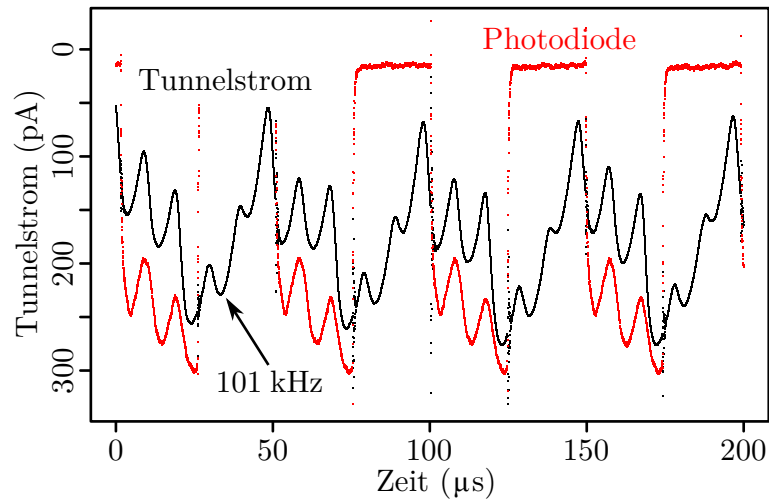


Abbildung A.1.: Tunnelstrom gemessen auf einer Siliziummembran. Ein gepulster Laser regt die Membran resonant an und dessen Reflex wird über ein Knife-Edge detektiert (rot). Der Strom (schwarz) oszilliert mit der selben Frequenz wie das Photodiodensignal.

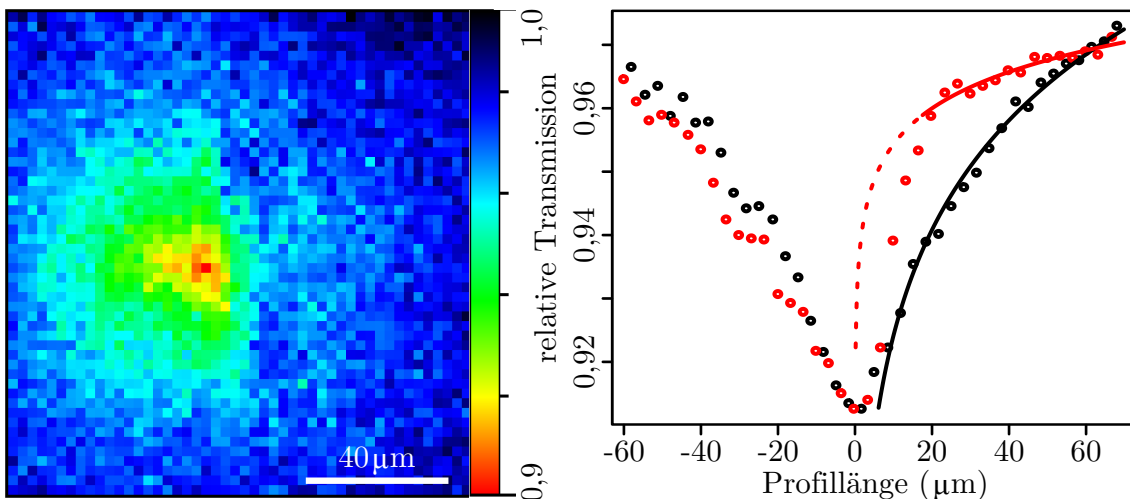


Abbildung A.2.: Messung der Diodenstruktur in Sperrrichtung bei 120 K Substrattemperatur (links). Aus der Temperaturverteilung (rechts) ergibt sich ein Gleichrichtwert von 3,1 im Vergleich zur Durchlassrichtung.

Literaturverzeichnis

- [AKKG02] ASHEGHI, M. ; KURABAYASHI, K. ; KASNAVI, R. ; GOODSON, K.E.:
Thermal conduction in doped single-crystal silicon films.
In: *Journal of Applied Physics* 91 (2002), Nr. 8, S. 5079
- [ALWG97] ASHEGHI, M. ; LEUNG, YK ; WONG, SS ; GOODSON, KE:
Phonon-boundary scattering in thin silicon layers.
In: *Applied Physics Letters* 71 (1997), S. 1798
- [AS83] ASPNES, D. E. ; STUDNA, A. A.:
Dielectric functions and optical parameters of Si, Ge, GaP, GaAs, GaSb,
InP, InAs, and InSb from 1.5 to 6.0 eV.
In: *Physical Review B* 27 (1983), S. 985
- [ATG⁺98] ASHEGHI, M. ; TOUZELBAEV, MN ; GOODSON, KE ; LEUNG, YK ; WONG,
SS:
Temperature-dependent thermal conductivity of single-crystal silicon layers
in SOI substrates.
In: *Journal of Heat Transfer* 120 (1998), S. 30
- [Aul73] AULD, B.A.:
Acoustic fields and waves in solids.
Wiley, 1973
- [BFL90] BJORKMAN, C. H. ; FITCH, J. T. ; LUCOVSKY, G.:
Correlation between midgap interface state density and thickness-averaged
oxide stress and strain at Si/SiO₂ interfaces formed by thermal oxidation
of Si.
In: *Applied Physics Letters* 56 (1990), Nr. 20, S. 1983
- [Bis96] BISCHOF, J.:
*Metallische Dünnschichten nach Pulslaser-Bestrahlung: Phasenum-
wandlungen und Instabilitäten*.
Universität Konstanz, Dissertation, 1996
- [BSM⁺97] BURMEISTER, F. ; SCHÄFLE, C. ; MATTHES, T. ; BÖHMISCH, M. ; BONE-
BERG, J. ; LEIDERER, P.:
Colloid monolayers as versatile lithographic masks.
In: *Langmuir* 13 (1997), Nr. 11, S. 2983
- [Cas38] CASIMIR, H.B.G.:
Note on the conduction of heat in crystals.
In: *Physica* 5 (1938), Nr. 6, S. 495
- [Chl87] CHLADNI, E.F.F.:
Entdeckungen über die Theorie des Klanges.
Weidmanns Erben und Reich, 1787

- [COMZ06] CHANG, C. W. ; OKAWA, D. ; MAJUMDAR, A. ; ZETTL, A.:
Solid-State Thermal Rectifier.
In: *Science* 314 (2006), Nr. 5802, S. 1121
- [Dem06] DEMTRÖDER, W.:
Experimentalphysik 2: Elektrizität und Optik. Bd. 4. Auflage.
Springer, 2006
- [DLASS03] DE LIMA, M.M. ; ALSINA, F. ; SEIDEL, W. ; SANTOS, P.V.:
Focusing of surface-acoustic-wave fields on (100) GaAs surfaces.
In: *Journal of Applied Physics* 94 (2003), Nr. 12, S. 7848
- [DLS05] DE LIMA, M.M. ; SANTOS, P.V.:
Modulation of photonic structures by surface acoustic waves.
In: *Reports on Progress in Physics* 68 (2005), S. 1639
- [DWFC⁺06] DE WILDE, Y. ; FORMANEK, F. ; CARMINATI, R. ; GRALAK, B. ; LEMOINE,
P.A. ; JOULAIN, K. ; MULET, J.P. ; CHEN, Y. ; GREFFET, J.J.:
Thermal radiation scanning tunnelling microscopy.
In: *Nature* 444 (2006), Nr. 7120, S. 740
- [Eis81] EISENMENGER, W.:
Phonon Imaging.
In: *Journal de Physique Colloques* 42 (1981), S. C6–201
- [EMB⁺87] EICHLER, HJ ; MASSMANN, F. ; BISELLI, E. ; RICHTER, K. ; GLOTZ, M. ;
KONETZKE, L. ; YANG, X.:
Laser-induced free-carrier and temperature gratings in silicon.
In: *Physical Review B* 36 (1987), Nr. 6, S. 3247
- [Eve92] EVERY, AG:
Phonon focusing in reflection and transmission.
In: *Physical Review B* 45 (1992), Nr. 10, S. 5270
- [FBL⁺89] FITCH, JT ; BJORKMAN, CH ; LUCOVSKY, G. ; POLLAK, FH ; YIN, X.:
Intrinsic stress and stress gradients at the SiO₂/Si interface in structures
prepared by thermal oxidation of Si and subjected to rapid thermal an-
nealing.
In: *Journal of Vacuum Science & Technology B* 7 (1989), Nr. 4, S. 775
- [FBS⁺10] FRANKE, T. ; BRAUNMÜLLER, S. ; SCHMID, L. ; WIXFORTH, A. ; WEITZ,
DA:
Surface acoustic wave actuated cell sorting (SAWACS).
In: *Lab Chip* 10 (2010), Nr. 6, S. 789
- [GS64] GLASSBRENNER, C. J. ; SLACK, Glen A.:
Thermal Conductivity of Silicon and Germanium from 3K to the Melting
Point.
In: *Physical Review* 134 (1964), S. A1058
- [HD07] HAGEDORN, P. ; DASGUPTA, A.:
Vibrations and waves in continuous mechanical systems.
Wiley, 2007

- [IBS⁺10] ISARAKORN, D. ; BRIAND, D. ; SAMBRI, A. ; GARIGLIO, S. ; TRISCONE, J.M. ; GUY, F. ; REINER, JW ; AHN, CH ; ROOLJ, NF de:
Finite element analysis and experiments on a silicon membrane actuated by an epitaxial PZT thin film for localized-mass sensing applications.
In: *Sensors and Actuators B: Chemical* 153 (2010), Nr. 1, S. 54
- [JB86] JELLISON, G.E.Jr. ; BURKE, H.H.:
The temperature dependence of the refractive index of silicon at elevated temperatures at several laser wavelengths.
In: *Journal of Applied Physics* 60 (1986), S. 841
- [Jen11] JENNE, T.:
Thermische Effekte an strukturierten Siliziummembranen.
Bachelorarbeit, Universität Konstanz, 2011
- [JJWM08] JOANNOPOULOS, J.D. ; JOHNSON, S.G. ; WINN, J.N. ; MEADE, R.D.:
Photonic crystals: molding the flow of light.
Princeton University Press, 2nd Edition, 2008
- [Ker00] KERFOOT, D. G. E.:
Ullmann's Encyclopedia of Industrial Chemistry: Nickel.
Wiley, 2000
- [KGU⁺11] KOLLOCH, A. ; GELDHAUSER, T. ; UENO, K. ; MISAWA, H. ; BONEBERG, J. ; PLECH, A. ; LEIDERER, P.:
Femtosecond and picosecond near-field ablation of gold nanotriangles: nanostructuring and nanomelting.
In: *Applied Physics A* 104 (2011), S. 793
- [Kit86] KITTEL, C.:
Introduction to Solid State Physics.
Wiley, 1986
- [KKC⁺04] KOSIOREK, A. ; KANDULSKI, W. ; CHUDZINSKI, P. ; KEMPA, K. ; GIERSIG, M.:
Shadow nanosphere lithography: Simulation and experiment.
In: *Nano Letters* 4 (2004), S. 1359
- [KM93] KOLOMENSKII, A.A. ; MAZNEV, AA:
Phonon-focusing effect with laser-generated ultrasonic surface waves.
In: *Physical Review B* 48 (1993), Nr. 19, S. 14502
- [KP87] KLITSNER, T. ; POHL, RO:
Phonon scattering at silicon crystal surfaces.
In: *Physical Review B* 36 (1987), Nr. 12, S. 6551
- [KTT09] KOBAYASHI, W. ; TERAOKA, Y. ; TERASAKI, I.:
An oxide thermal rectifier.
In: *Applied Physics Letters* 95 (2009), S. 171905
- [LGGL⁺08] LEÓN-GUTIERREZ, E. ; GARCIA, G. ; LOPEANDÍA, A.F. ; FRAXEDAS, J. ; CLAVAGUERA-MORA, M.T. ; RODRÍGUEZ-VIEJO, J.:
In situ nanocalorimetry of thin glassy organic films.
In: *The Journal of Chemical Physics* 129 (2008), Nr. 18, S. 181101

- [LGT⁺10] LIANG, B. ; GUO, XS ; TU, J. ; ZHANG, D. ; CHENG, JC:
An acoustic rectifier.
In: *Nature Materials* 9 (2010), Nr. 12, S. 989
- [LL70] LANDAU, L. ; LIFSHITZ, LD:
Theory of elasticity.
Pergamon Press, 2nd edition, 1970
- [LLKZ10] LANGHAMMER, C. ; LARSSON, E.M. ; KASEMO, B. ; ZORIC, I.:
Indirect Nanoplasmonic Sensing: Ultrasensitive Experimental Platform for
Nanomaterials Science and Optical Nanocalorimetry.
In: *Nano letters* 10 (2010), S. 3529
- [LWC04] LI, B. ; WANG, L. ; CASATI, G.:
Thermal diode: Rectification of heat flux.
In: *Physical Review Letters* 93 (2004), Nr. 18, S. 184301
- [LWK⁺03] LI, D. ; WU, Y. ; KIM, P. ; SHI, L. ; YANG, P. ; MAJUMDAR, A.:
Thermal conductivity of individual silicon nanowires.
In: *Applied Physics Letters* 83 (2003), S. 2934
- [Mas70] MASON, W.P.:
Physical Acoustics: Principles and Methods. Bd. VII.
Academic Press, 1970
- [MEKM01] MICHALSKI, L. ; ECKERSDORF, K. ; KUCHARSKI, J. ; MCGHEE, J.:
Temperature measurement.
Wiley, 2001
- [MG05] MCCONNELL, AD ; GOODSON, KE:
Thermal conduction in silicon micro-and nanostructures.
In: *Annual Review of Heat Transfer* 14 (2005), Nr. 14, S. 129
- [MOH⁺90] MORITA, M. ; OHMI, T. ; HASEGAWA, E. ; KAWAKAMI, M. ; OHWADA, M.:
Growth of native oxide on a silicon surface.
In: *Journal of Applied Physics* 68 (1990), Nr. 3, S. 1272
- [MPM01] MCCAFFREY, JP ; PHANEUF, MW ; MADSEN, LD:
Surface damage formation during ion-beam thinning of samples for trans-
mission electron microscopy.
In: *Ultramicroscopy* 87 (2001), Nr. 3, S. 97
- [MR02] MAXWELL, J.C. ; RAYLEIGH, L.:
Theory of Heat.
Longmans, 10th edition, 1902
- [MS07] MINAKOV, A.A. ; SCHICK, C.:
Ultrafast thermal processing and nanocalorimetry at heating and cooling
rates up to 1 MK/s.
In: *Review of Scientific Instruments* 78 (2007), Nr. 7, S. 073902
- [NH92] NEUBRAND, A. ; HESS, P.:
Laser generation and detection of surface acoustic waves: Elastic properties
of surface layers.
In: *Journal of applied physics* 71 (1992), Nr. 1, S. 227

- [NKMS00] NIEHUS, M. ; KOYNOV, S. ; MÚRIAS, T. ; SCHWARZ, R.:
Transient thermal gratings and carrier-induced gratings in diffusion experiments.
In: *Journal of Non-Crystalline Solids* 266-269 (2000), Nr. 1, S. 357
- [NOM04] NAKATA, Y. ; OKADA, T. ; MAEDA, M.:
Lithographical laser ablation using femtosecond laser.
In: *Applied Physics A* 79 (2004), Nr. 4, S. 1481
- [PC00] PROSEN, T. ; CAMPBELL, D.K.:
Momentum Conservation Implies Anomalous Energy Transport in 1D Classical Lattices.
In: *Physical Review Letters* 84 (2000), S. 2857
- [Pey06] PEYRARD, M.:
The design of a thermal rectifier.
In: *Europhysics Letters* 76 (2006), S. 49
- [QWW06] QIAO, D.H. ; WANG, C.H. ; WANG, Z.Q.:
Focusing of Surface Acoustic Wave on a Piezoelectric Crystal. \pounds .
In: *Chinese Physics Letters* 23 (2006), Nr. 7, S. 1834
- [Ray85] RAYLEIGH, L.:
On waves propagated along the plane surface of an elastic solid.
In: *Proceedings of the London Mathematical Society* 1 (1885), Nr. 1, S. 4
- [RBGG⁺10] ROHR, C. ; BALBAS GAMBRA, M. ; GRUBER, K. ; CONSTABLE, E. C. ;
FREY, E. ; FRANOSCH, T. ; HERMANN, B. A.:
Molecular Jigsaw: Pattern Diversity Encoded by Elementary Geometrical Features.
In: *Nano Letters* 10 (2010), Nr. 3, S. 833
- [RM04] RUBANOV, S. ; MUNROE, PR:
FIB-induced damage in silicon.
In: *Journal of Microscopy* 214 (2004), Nr. 3, S. 213
- [RN35] RAMAN, CV ; NATH, N.S.N.:
The diffraction of light by high frequency sound waves.
In: *Proc. Indian Acad. Sci.* Bd. 2, 1935, S. 413
- [RSLB10] RIEDEL, S. ; SCHMOTZ, M. ; LEIDERER, P. ; BONEBERG, J.:
Nanostructuring of thin films by ns pulsed laser interference.
In: *Applied Physics A* 101 (2010), Nr. 2, S. 309
- [SBH⁺12] SCHMOTZ, M. ; BOOKJANS, P. ; HABEL, F. ; SCHEER, E. ; LEIDERER, P.:
Laser-based detection of oscillating silicon membranes.
(2012). –
in Vorbereitung
- [SBSL10] SCHMOTZ, M. ; BOOKJANS, P. ; SCHEER, E. ; LEIDERER, P.:
Optical temperature measurements on thin freestanding silicon membranes.
In: *Review of Scientific Instruments* 81 (2010), S. 114903
- [SD90] SCRUBY, C.B. ; DRAIN, L.E.:

- Laser ultrasonics: techniques and applications.*
Hilger, 1990
- [SGH⁺11] SCHMOTZ, M. ; GOLLMER, D. ; HABEL, F. ; RIEDEL, S. ; LEIDERER, P.:
Laser-induced Surface Phonons and Their Excitation of Nanostructures.
In: *Chinese Journal of Physics* 49 (2011), Nr. 1, S. 527
- [SKR⁺08] SCHEIBNER, R. ; KÖNIG, M. ; REUTER, D. ; WIECK, AD ; GOULD, C. ;
BUHMANN, H. ; MOLENKAMP, LW:
Quantum dot as thermal rectifier.
In: *New Journal of Physics* 10 (2008), S. 083016
- [SMSL11] SCHMOTZ, M. ; MAIER, J. ; SCHEER, E. ; LEIDERER, P.:
A thermal diode using phonon rectification.
In: *New Journal of Physics* 13 (2011), S. 113027
- [SP87] SWARTZ, E. T. ; POHL, R. O.:
Thermal resistance at interfaces.
In: *Applied Physics Letters* 51 (1987), Nr. 26, S. 2200
- [SW69] SALZMANN, E. ; WEISMANN, D.:
Optical Detection of Rayleigh Waves.
In: *Journal of Applied Physics* 40 (1969), Nr. 8, S. 3408
- [TASH99] TABIB-AZAR, M. ; SUTAPUN, B. ; HUFF, M.:
Applications of TiNi thin film shape memory alloys in micro-opto-electro-
mechanical systems.
In: *Sensors and Actuators A: Physical* 77 (1999), Nr. 1, S. 34
- [The01] THEISS, M.:
Scout2.
www.mtheiss.com, 2001. –
Lizenz des Forschungszentrum Rossendorf
- [TPC02] TERRANEO, M. ; PEYRARD, M. ; CASATI, G.:
Controlling the Energy Flow in Nonlinear Lattices: A Model for a Thermal
Rectifier.
In: *Physical Review Letters* 88 (2002), Nr. 9, S. 094302
- [Tro11] TROCHA, P.:
Optical research on silicon membranes: novel sensors.
Bachelorarbeit, Swineburne/Australia, 2011
- [Vin05] VINEIS, C. J.:
Complex dielectric function of biaxial tensile strained silicon by spectroscopic
ellipsometry.
In: *Physical Review B* 71 (2005), S. 245205
- [VOP95] VU, PD ; OLSON, JR ; POHL, RO:
Phonon diffraction gratings.
In: *Annalen der Physik* 507 (1995), Nr. 1, S. 9
- [VT67] VIKTOROV, I.A. ; THURSTON, R.N.:
Rayleigh and Lamb waves: physical theory and applications.
Plenum press, 1967

- [VTW95] VINES, R. E. ; TAMURA, Shin-ichiro ; WOLFE, J. P.:
Surface Acoustic Wave Focusing and Induced Rayleigh Waves.
In: *Physical Review Letters* 74 (1995), S. 2729
- [WG91] WEBER, L. ; GMELIN, E.:
Transport properties of silicon.
In: *Applied Physics A* 53 (1991), S. 136
- [WHC06] WU, MJ ; HUANG, WM ; CHOLLET, F.:
In situ characterization of NiTi based shape memory thin films by optical measurement.
In: *Smart materials and structures* 15 (2006), S. N29
- [WL07] WANG, Lei ; LI, Baowen:
Thermal Logic Gates: Computation with Phonons.
In: *Physical Review Letters* 99 (2007), Nr. 17, S. 177208
- [WL08] WANG, Lei ; LI, Baowen:
Thermal Memory: A Storage of Phononic Information.
In: *Physical Review Letters* 101 (2008), Nr. 26, S. 267203
- [WNH⁺12] WAITZ, R. ; NÖSSNER, S. ; HERTKORN, M. ; SCHECKER, O. ; SCHEER, E.:
Mode shape and dispersion relation of bending waves in thin silicon membranes.
In: *Physical Review B* 85 (2012), S. 035324
- [WSM⁺02] WANG, G. M. ; SEVICK, E. M. ; MITTAG, Emil ; SEARLES, Debra J. ; EVANS, Denis J.:
Experimental Demonstration of Violations of the Second Law of Thermodynamics for Small Systems and Short Time Scales.
In: *Physical Review Letters* 89 (2002), S. 050601
- [WSS08] WAITZ, R. ; SCHECKER, O. ; SCHEER, E.:
Nanofabricated adjustable multicontact devices on membranes.
In: *Review of Scientific Instruments* 79 (2008), S. 093901
- [WV65] WHITE, RM ; VOLTMER, FW:
Direct piezoelectric coupling to surface elastic waves.
In: *Applied Physics Letters* 7 (1965), Nr. 12, S. 314
- [WYO04] WATANABE, H. ; YAMADA, N. ; OKAJI, M.:
Linear thermal expansion coefficient of silicon from 293 to 1000 K.
In: *International Journal of Thermophysics* 25 (2004), Nr. 1, S. 221
- [YAY05] YAOITA, A. ; ADACHI, T. ; YAMAJI, A.:
Determination of elastic moduli for a spherical specimen by resonant ultrasound spectroscopy.
In: *Ndt & E International* 38 (2005), Nr. 7, S. 554

Danksagung

All denen, die mich in den letzten Jahren begleitet haben und deren Weg ich ein Stück teilen durfte. Ein besonderes „Danke“:

Paul Leiderer für die großartige Chance bei ihm zu promovieren, das Vertrauen in meine Arbeit, die unzähligen Diskussionen morgens um 8 Uhr und nicht zuletzt den Enthusiasmus an der Physik.

Thomas Dekorsy für die Übernahme des Zweitgutachtens und angeregte Gespräche auf und neben dem Tennisplatz.

Matthias Fuchs für den Vorsitz der mündlichen Prüfung.

Johannes Boneberg für die endlose Geduld im Labor und das vermittelte Laserwissen.

Elke Scheer wurde im 2. Semester meine Mentorin und blieb bis zur Promotion eine der wichtigsten Ansprechpartner innerhalb der Universität.

Kimitoshi Kono für die Einladung nach Riken/Tokio und die wertvollen Diskussionen während seiner Besuche in Konstanz.

Meinen pflegeleichten Hiwis, Diplomanden, Staatsexamens- und Bachelorkandidaten **Patrick, Florian, Dominik, Roman, Judith, Tobias und Philipp**, für die tatkräftige Unterstützung in den verschiedensten Projekten. Ohne diese sieben wäre meine Promotion nur halb so interessant gewesen.

Meinen treuen Kollegen **Pascal, Daniel, Stephen, Andreas, Christian, Tobias, Gregor, Matthias**, mit denen ich in und außerhalb der Uni nicht nur sehr viele ernste Themen besprochen habe, sondern auch sehr, sehr viel Lachen durfte.

Reimar und Matthias für die Unterstützung bei so manchem Experiment.

Louis für die tatkräftige Hilfe in der Lehrstuhlwerkstatt und allzeit „Petri Heil!“

Nicole und Letizia für die administrative Hilfe innerhalb des Lehrstuhls und des SFBs.

Marlies und Adolf für die die Unterstützung, wie nur Eltern sie geben können.

Meiner Frau **Carina**: Speck mit Bohnen!