

Wechselspiel von Vielteilchen-Transport und Ladungseffekten in supraleitenden Einzelelektronentransistoren

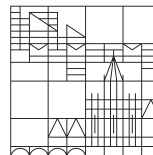
**Dissertation zur Erlangung des
akademischen Grades eines Doktors der
Naturwissenschaften (Dr.rer.nat.)**

vorgelegt von

Thomas Lorenz

an der

Universität
Konstanz



Mathematisch-Naturwissenschaftliche Sektion
Fachbereich Physik

Konstanz, 2018

Tag der mündlichen Prüfung: 12. Juni 2018

1. Referentin: Prof. Dr. Elke Scheer

2. Referent: Prof. Dr. Jens Siewert

Kurzzusammenfassung

Diese Arbeit widmet sich der Untersuchung von Einzelelektronentransistoren (SETs) mit spezieller Bauweise. SETs bestehen aus einer metallischen Insel, die durch zwei Tunnelkontakte mit den Zuleitungen schwach gekoppelt ist, und einer kapazitiv gekoppelten Gate-Elektrode. Die Ladungseffekte der Insel sorgen für eine unterdrückte Leitfähigkeit des SETs bei kleinen Transportspannungen, was als Coulomb-Blockade bekannt ist. Um wohldefinierte Ladungszustände der Insel zu beobachten, muss die Kopplung von dieser an ihre Zuleitungen schwach sein. Die Transportphänomene können dann mit der orthodoxen Theorie beschrieben werden.

In den hier untersuchten SETs aus Aluminium wurde einer der beiden Tunnelkontakte durch einen mechanisch kontrollierten Bruchkontakt ersetzt. Mit dem Bruchkontakt können *in situ* unterschiedliche Kopplungen realisiert werden. Damit kann das Verhalten der Coulomb-Blockade in unterschiedlichen Kopplungsbereichen untersucht werden. Durch die Verwendung von Aluminium kann der Transport durch den SET auch im supraleitenden Zustand beobachtet werden. Hierbei konkurriert die Coulomb-Blockade mit dem supraleitenden Zustand, wodurch neue Transportzyklen entstehen.

Bildet der Bruchkontakt einen mesoskopischen Kontakt, wird der Transport im supraleitenden Zustand für kleine Transportspannungen durch die multiple Andreev-Reflexion getragen. Diese transportiert jeweils mehrere Ladungen. In dieser Arbeit kann zum ersten Mal über einen Beitrag der multiplen Andreev-Reflexionen an den Transportphänomenen im supraleitenden SET berichtet werden.

Für die Beschreibung der Transportphänomene wird eine Erweiterung der orthodoxen Theorie um die Transporte der multiplen Andreev Reflexion genutzt. Während sich bei schwachen Kopplungen alle Transportphänomene mit der erweiterten orthodoxen Theorie beschreiben lassen, tauchen bei mittlerer Kopplung neue nicht beschreibbare Transportprozesse auf. Im Bereich starker Kopplung versagt die erweiterte orthodoxe Theorie. Zudem wird eine Renormalisierung der Ladungsenergie festgestellt, wenn die Kopplung der Insel durch den Bruchkontakt erhöht wird.

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis	1
1 Einleitung	3
2 Grundlagen	5
2.1 Mesoskopischer Transport	5
2.2 Supraleitender Transport	7
2.2.1 Der Josephson-Kontakt	8
2.2.2 Multiple Andreev-Reflexionen	10
2.3 Der Einzelektronentransistor	12
2.3.1 Normalleitende Einzelektronentransistoren	12
2.3.2 Supraleitende Einzelektronentransistoren	16
2.3.3 Stand der Forschung	17
3 Experimentelle Techniken	19
3.1 Die Proben	19
3.1.1 Herstellung der Proben	19
3.1.2 Der Oxidkontakt	21
3.1.3 Das Probenlayout	23
3.2 Der mechanische Versuchsaufbau	24
3.2.1 Das Kühlsystem	25
3.2.2 Bruchmechanik	26
3.2.3 Mechanischer Antrieb	27
3.3 Der elektrische Versuchsaufbau	28
3.3.1 Verkabelung und Filterung	30
3.3.2 Messelektronik	33
3.3.3 Einfluss und Reduktion von Störungen	34
3.4 Datenerfassung und Prozessierung	36
3.4.1 Einstellungen der Datenerfassung	37
3.4.2 Messsteuerung und Speicherung	37
Widerstände am Einzelektronentransistor	38
Behandlung von Offsets	40
3.5 Digitale Datenverarbeitung	41
3.5.1 Konvertierung in Strom-Spannungs-Kennlinien	41
3.5.2 Digitale Filterung und Differenzierung	43

4	Transport im supraleitenden Einzelektronentransistor	45
4.1	Modellierung der Probe	45
4.2	Supraleitender Transport	47
4.3	Transportdiagramm	47
4.4	Supraleitende Stromzyklen	49
4.5	Simulationen	55
4.5.1	Quasiteilchen-Rate	55
4.5.2	Cooper-Paar-Rate	56
4.5.3	Raten der multiplen Andreev-Reflexion	57
4.5.4	Die Mastergleichung	58
5	Experimentelle Ergebnisse	61
5.1	Der Bruchkontakt	61
5.2	Vorüberlegungen	64
5.2.1	Einteilung der Regime	64
5.2.2	Darstellung und Bezeichnungen	65
5.2.3	Unsicherheiten	66
5.3	Orthodoxes Regime	67
5.3.1	Normalleitende Messungen	67
5.3.2	Supraleitende Messungen	70
5.3.3	Simulationen	74
5.3.4	Kopplung durch den Bruchkontakt	78
5.4	Mesoskopisches Regime	80
5.4.1	Normalleitende Messungen	81
5.4.2	Supraleitende Messungen	82
5.4.3	Negativer Bias	86
5.4.4	Transportprozesse bei kleinen Bias-Spannungen	88
5.4.5	Der unbekannte Transportprozess	89
5.4.6	Eigenschaften des Transports über den Tunnelkontakt	94
5.5	Atomares Regime	96
5.5.1	Normalleitende Messungen	97
5.5.2	Supraleitende Messungen	98
5.5.3	Negativer Bias	100
5.5.4	Starke Kopplung	101
5.5.5	Renormalisierung der Ladungsenergie	104
6	Zusammenfassung	107
	Literaturverzeichnis	111

Einleitung

Mit der Entwicklung der Fabrikationsmöglichkeiten mikroskopischer Leiterstrukturen Mitte des 20. Jahrhunderts rückten Ladungseffekte durch einzelne Elektronen in den Fokus der Forschung. Eines der Systeme, in denen sich diese Ladungseffekte gut untersuchen lassen, ist der von Fulton und Dolan [FD87] entwickelte Einzelelektronentransistor (SET von Single Electron Transistor). Auf einer durch Tunnelkontakte abgetrennten Insel führen einzelne Elektronen zu einer Blockade des elektrischen Transports. Diese sogenannte Coulomb-Blockade kann durch eine kapazitiv an die Insel gekoppelte Elektrode moduliert werden, womit sich die Namensgebung des Bauteils begründen lässt.

Als hochsensible Bauteile werden SETs heute hauptsächlich als Sensoren einzelner Ladungen in vielen unterschiedlichen Bereichen eingesetzt. Zudem kommen die an SETs erforschten Grundlagen der Coulomb-Blockade in vielen anderen mikroskopischen Bauteilen zum Einsatz.

Dabei wurde der SET als vergleichsweise einfaches Modellsystem verwendet, um den Einfluss unterschiedlichster Transportphänomene auf die Coulomb-Blockade theoretisch und experimentell zu untersuchen. Großes Augenmerk lag dabei auf den Ladungsfluktuationen, die sich durch eine erhöhte Kopplung der Tunnelkontakte ergeben. Untersuchungen von SETs definiert in zweidimensionalen Elektronengasen zeigen, dass die Coulomb-Blockade sensitiv auf die mikroskopischen Transporteigenschaften der dort genutzten Quantenpunktkontakte ist.

Als zweites großes Feld der Forschung wurde die Interaktion von Coulomb-Blockade und Supraleitung untersucht. Im supraleitenden Zustand sind Cooper-Paare mit der doppelten Elektronenladung für die Transporteigenschaften verantwortlich. Natürlicherweise sind die Coulomb-Blockade und die Supraleitung damit konkurrierende Effekte. In supraleitenden SETs zeigt sich eine Reihe an Transportphänomenen, die auf die Interaktion der beiden konkurrierenden Effekte zurückzuführen sind.

Bislang beschränkte sich die experimentelle Forschung an supra- und normalleitenden metallischen SETs nur auf Kopplungen durch Oxid-Tunnelkontakte. Dies bedingt, dass der Einfluss der Kopplung auf die Coulomb-Blockade nur durch den Vergleich mehrerer Proben untersucht werden kann.

In dieser Arbeit wird eine spezielle Form eines Aluminium-SETs untersucht. Während einer der Kontakte durch einen gewöhnlichen Oxid-Kontakt realisiert ist, besteht der zweite aus einem mechanisch kontrollierten Bruchkontakt. Mit dem Bruchkontakt kann die Kopplung in situ verändert und somit der Einfluss der Kopplung eines der beiden Kontakte auf den

Transport durch den SET sowohl im normalleitenden als auch im supraleitenden Zustand systematisch untersucht werden. Zusätzlich kann mit dem Bruchkontakt ein mesoskopischer Kontakt realisiert werden, dessen Transport von nur wenigen Transportkanälen bestimmt wird.

Als mesoskopischer Kontakt zeigt der Bruchkontakt im supraleitenden Zustand mit der multiplen Andreev-Reflexion eine weitere supraleitende Transportmöglichkeit. Die multiple Andreev-Reflexion beschreibt den gleichzeitigen Transport mehrerer Ladungen über den mesoskopischen Kontakt bei Energien unterhalb der supraleitenden Energielücke und außerhalb der Resonanz für Cooper-Paar-Transport. Bislang konnten in supraleitenden SETs nur die Beiträge von Andreev-Reflexionen mit zwei transportierten Ladungen experimentell nachgewiesen werden.

Durch den mesoskopischen Bruchkontakt spielen die multiplen Andreev-Reflexionen für den in dieser Arbeit untersuchten SET eine große Rolle. Je nach Einstellung des Bruchkontakts sind die Einflüsse der multiplen Andreev-Reflexionen nur schwach in den Transporteigenschaften des SETs vorhanden oder werden zu einem dominanten Effekt.

Durch die multiplen Andreev-Reflexionen erscheinen im SET neue Transportprozesse, die sich teilweise mit einer Erweiterung der bekannten Theorie für Einzelelektronentransistoren qualitativ beschreiben lassen. Eine vollständige theoretische Beschreibung, die das vollständige Modell der multiplen Andreev-Reflexion berücksichtigt, gibt es bislang nicht. Mit dem einstellbaren Bruchkontakt ist der vorgestellte SET aber geeignet, um mögliche theoretische Ansätze experimentell zu überprüfen.

Die Arbeit gliedert sich wie folgt:

In Kapitel 2 werden einige der Grundlagen zu den in dieser Arbeit untersuchten SETs und den beteiligten Transportphänomenen erläutert. Zudem wird ein Überblick über die bisherige Forschung gegeben.

Die experimentellen Techniken, die bei den Untersuchungen des SETs zum Einsatz kommen, werden in Kapitel 3 beschrieben. Dies umfasst die Gestaltung und Herstellung der verwendeten SET-Proben ebenso wie die wichtigsten Grundzüge des Versuchsaufbaus. Größeres Augenmerk wird auf das angewandte Messprinzip, dessen elektronische Umsetzung und die analoge sowie digitale Datenerfassung und Weiterverarbeitung gelegt.

Die Grundzüge der orthodoxen Theorie werden ebenso wie die zur Auswertung genutzte Erweiterung in Kapitel 4 dargelegt.

Kapitel 5 widmet sich den experimentellen Ergebnissen dieser Arbeit. Nach der Charakterisierung des verwendeten Bruchkontakts und einigen Vorüberlegungen folgt die Vorstellung und Diskussion der experimentellen Ergebnisse. Anhand der beobachteten Transportphänomene können unterschiedliche Regime mit jeweils charakteristischem Verhalten unterschieden werden. Diese werden jeweils einzeln diskutiert.

Die Arbeit schließt mit einer Zusammenfassung in Kapitel 6.

Grundlagen

2.1 Mesoskopischer Transport

Im Gegensatz zu makroskopischen metallischen Leitern, in denen der Stromtransport durch das ohmsche Gesetz beschrieben werden kann, kommt es bei der Betrachtung von mesoskopischen Leitern zu einer Vielzahl von unterschiedlichen Phänomenen. Je nach Größe des mesoskopischen Systems im Verhältnis zur Fermi-Wellenlänge oder der mittleren freien Weglänge der Elektronen können unterschiedliche Transportarten beobachtet werden. Ist die Ausdehnung des mesoskopischen Leiters kleiner als die mittlere freie Weglänge, wird dieser als ballistischer Transport bezeichnet. Bei deutlich kleineren Dimensionen des mesoskopischen Leiters in der Größenordnung der Fermi-Wellenlänge wird häufig von einem Quantenpunktkontakt gesprochen.

Sowohl in Quantenpunktkontakten als auch teilweise in ballistischen Leitern stehen in der Regel nur wenige diskrete Zustände als Transportmoden zur Verfügung. Der elektrische Transport durch den mesoskopischen Leiter ist nur möglich, wenn sich zwischen dem von der Transportspannung erzeugten Ungleichgewicht der Fermi-Energien der Zuleitung eines oder mehrere dieser Transportmoden befinden. Die Landauer-Formel [Lan57]

$$G = \frac{2e^2}{h} \sum_n^N \tau_n \quad (2.1)$$

beschreibt dann den Leitwert durch den mesoskopischen Leiter, wobei die Summe über alle zwischen den Fermi-Energien der Zuleitungen liegenden Moden auszuführen ist. Der Vorfaktor wird als Leitwertquantum $G_0 = 2e^2/h$ bezeichnet. Bildlich gesprochen trägt dabei jede Transportmode den Leitwert $\tau_n G_0$ bei, wobei die Transmission τ_n durch die unterschiedliche Kopplung der Moden an die Zuleitungen bestimmt wird.

Eine Möglichkeit zur Herstellung mesoskopischer Kontakte ist durch räumliche Einschränkung eines zweidimensionalen Elektronengases (2DEG) in Halbleiter-Heterostrukturen gegeben [vWee+88; Wha+88]. Eine variable Spannung angelegt an einer Doppel-Gate-Struktur schränkt das 2DEG derart ein, dass sich zwischen zwei makroskopischen Zuleitungen ein mesoskopischer Kontakt als Quantenpunktkontakt ausbildet. Hierbei stellte sich heraus, dass sich der Leitwert des Kontakts wie dargestellt in Abbildung 2.1 in Schritten des Leitwertquantums mit der angelegten Gate-Spannung ändert. Dies wird als das Auftauchen bzw. Verschwinden von Transportmoden im Energiefenster des Kontakts interpretiert, wobei die einzelnen Moden

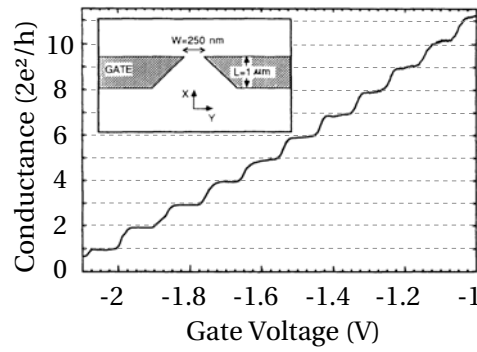


Abbildung 2.1: Leitwertquantisierung in einem Quantenpunkt. Der Quantenpunkt wurde in einem zweidimensionalen Elektronengas durch die im Ausschnitt dargestellten Gate-Elektroden definiert. Bei Erhöhung der Gate-Spannung wurde eine stufenartige Erhöhung des Leitwerts durch den Quantenpunkt festgestellt. Die Höhe der Stufen entsprechen dem Leitwertquantum G_0 und werden als das Auftauchen neuer Transportmoden mit perfekter Transmission interpretiert. Aus [vWee+88].

jeweils perfekt an die Zuleitung gekoppelt sind und somit jeweils eine Transmission von $\tau_n = 1$ aufweisen. Dieses Phänomen wird als Quantisierung des Leitwerts bezeichnet.

Ein anderes System mit ähnlichen Eigenschaften ist der atomare Punktkontakt. Eine Möglichkeit, einen atomaren Punktkontakt herzustellen, stellt die mechanische Dehnung einer metallisch leitenden Verbindung dar. Die Dehnung lässt sich in einem Rastertunnelmikroskop [ARV93; Ole+94; Pas+93a] oder durch einen mechanisch kontrollierten Bruchkontakt [Kra+95; MvRdJ92] realisieren. Unter kontinuierlichem Zug verringert sich der Durchmesser des Kontakts, bis letztendlich ein einzelnes Atom vor dem Abreißen der Verbindung verbleibt. Eine

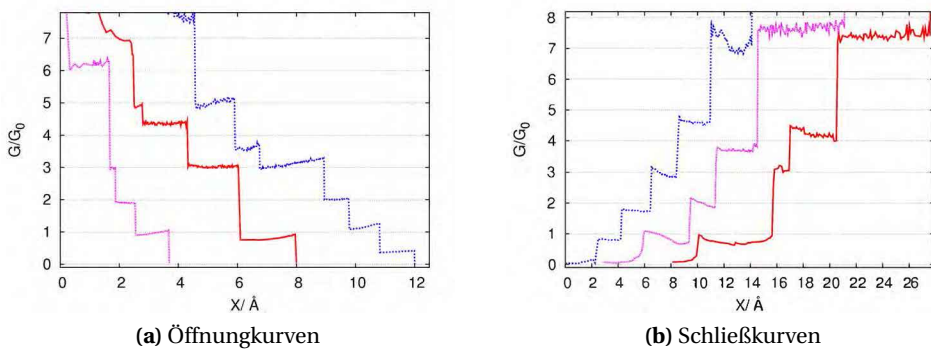


Abbildung 2.2: Öffnungs- und Schließkurven eines Aluminium Bruchkontakts bei $T = 200$ mK. Dargestellt ist jeweils der Leitwert einer Bruchkontaktprobe in Abhängigkeit des Versatzes der Elektroden aus reinem Aluminium. Der vergleichsweise geringe Versatz wurde mit der Technik der mechanisch kontrollierten Bruchkontakte auf einer nanostrukturierten Probe mit freistehender Brücke erreicht. Sowohl in den Öffnungs- als auch in den Schließkurven zeigen sich Plateaus des Leitwerts mit einer für Aluminium typischen Biegung. Für das Auftreten von Niveaus werden unterschiedliche geometrische Anordnungen des Kontakts verantwortlich gemacht. Aus [Sch10].

kontinuierliche Messung des Leitwerts in Abhängigkeit des Versatzes des so manipulierten Kontakts wird als Öffnungskurve bezeichnet. Analog dazu entsteht eine Schließkurve beim

Herstellen einer leitenden Verbindung aus einem Tunnelkontakt und dem weiteren mechanischen Schließen des Kontakts. Wie in Abbildung 2.2 dargestellt, sind sowohl die Öffnungs- als auch die Schließkurven nicht stetig, sondern zeigen Sprünge des Leitwerts mit teilweise ausgeprägten Niveaus dazwischen.

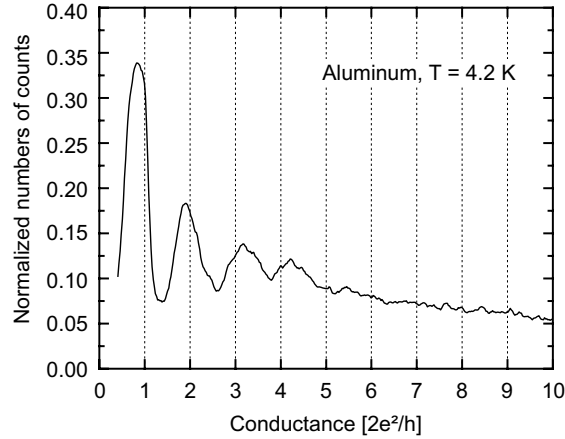


Abbildung 2.3: Histogramm der Leitwerte eines Bruchkontakts aus Aluminium. Das Histogramm wurde aus 30000 Öffnungskurven zusammengesetzt. Die Messungen hierzu wurden an zwei Bruchkontakt-Proben mit hochreinem Aluminium bei $T = 4,2\text{ K}$ durchgeführt. Im Histogramm sind die für Aluminium typischen Häufungspunkte des Leitwertes bei $0.8G_0$, $1.9G_0$ und $3.1G_0$ deutlich zu erkennen. Diese werden ein-, zwei- und dreiatomaren Kontakten zugeordnet. Aus [YvR97].

Obwohl in der Regel keine zwei Öffnungs- oder Schließkurven gleich aussehen, lassen sich für die auftretenden Niveaus statistische Aussagen treffen. Es bietet sich an, die Leitwerte aus vielen Öffnungs- bzw. Schließkurven in einem Histogramm darzustellen. Wie in Abbildung 2.3 dargestellt, zeigen sich für Aluminium mehrere Häufungspunkte des Leitwertes, bei nicht ganzzahligen Vielfachen des Leitwertquantums G_0 . Während für das Auftreten mehrerer Häufungspunkte unter anderem die geometrische Umordnung der Kontakte unter mechanischer Belastung verantwortlich ist [Kra+95], sind für die eigentlichen Werte der Häufungspunkte die atomare und die kristalline Struktur ausschlaggebend [Yan+08].

In supraleitenden Materialien können die am Leitwert beteiligten Transportkanäle und deren Transmissionen experimentell bestimmt werden [Sch+97]. Für Aluminium zeigen die Ergebnisse aus Abbildung 2.4, dass deutlich mehr Transportkanäle zum Leitwert beitragen als von der Anzahl der Atome im Kontakt zu erwarten wäre. Für den Einzel-Atom-Kontakt konnte gezeigt werden, dass die Anzahl der Transportkanäle durch die Anzahl der Valenzelektronen des verwendeten Materials gegeben ist [Sch+98]. Für Aluminium sind demnach drei Transportkanäle für den Leitwert in atomaren Kontakten ausschlaggebend.

2.2 Supraleitender Transport

In einigen Materialien fällt beim Abkühlen der elektrische Widerstand abrupt auf null ab, der Körper befindet sich im supraleitenden Zustand. Mit der quantenmechanischen BCS-

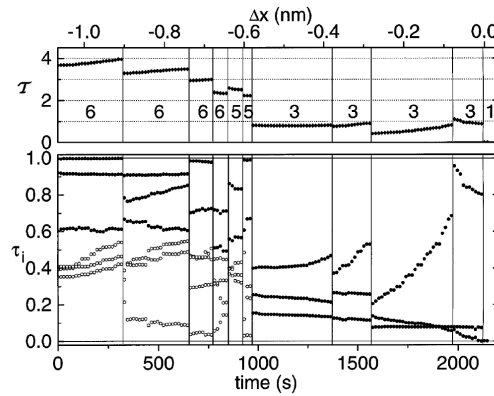


Abbildung 2.4: Öffnungskurve eines Aluminium-Bruchkontakts mit der Bestimmung der am Leitwert beteiligten Transportkanäle und deren Transmissionen. Im oberen Teil ist der Leitwert als Transmission T beim Öffnen des Bruchkontakts in Einheiten von G_0 dargestellt. Der Versatz der Elektroden als unabhängige Achse wird über den stetigen Antrieb und die Zeit berechnet. Im unteren Teil sind die Transmissionen der beteiligten Transportkanäle τ_i für den jeweiligen Gesamtleitwert $T = \sum \tau_i$ dargestellt. Im Bereich des atomaren Kontakts $T \approx 1$ tragen zum Leitwert hauptsächlich drei Transportkanäle bei, deren Transmissionen stark variieren. Aus [Sch+97].

Theorie [BCS57], benannt nach ihren Autoren Bardeen, Cooper und Schrieffer, lässt sich die Supraleitung in Metallen durch die Bildung von Cooper-Paaren mit bosonischen Eigenschaften erklären. Die Cooper-Paare lassen sich, anders als die fermionischen Elektronen, mit einer makroskopischen Wellenfunktion beschreiben. Bei der Bildung von Cooper-Paaren wird die für den Supraleiter charakteristische Kondensationsenergie Δ frei. Im Bändermodell der Supraleitung findet sich Δ als sogenanntes Gap um die Fermi-Energie wieder. Obwohl die Supraleitung eine Fülle an Effekten zeigt¹, soll hier nur auf einige Aspekte des supraleitenden Transports eingegangen werden.

2.2.1 Der Josephson-Kontakt

In einem Supraleiter/Isolator/Supraleiter-Kontakt kann es, vorausgesetzt die isolierende Schicht besitzt eine genügend kleine Ausdehnung und stellt damit eine nicht zu hohe Tunnelbarriere dar, zu einer Überlappung der Wellenfunktion der beiden beteiligten Supraleiter kommen. Die Phänomene, die aus der schwachen Kopplung der beiden Supraleiter durch den Isolator hervorgehen, werden als Josephson-Effekt bezeichnet [Jos62]. Die supraleitende Kopplung durch die Tunnelbarriere sorgt (neben vielen anderen Effekten, siehe [BP82]) dafür, dass bis zu einem kritischen Strom I_c ein widerstandsfreier Transport durch die Barriere möglich ist. Der Suprastrom kann als das Tunneln von Cooper-Paaren angesehen werden.

Der Josephson-Kontakt lässt sich durch zwei Gleichungen beschreiben. Die erste Josephson-Gleichung

$$I_S = I_c \sin(\phi) \quad (2.2)$$

¹Eine Einführung in die Physik der Supraleitung findet sich in [ST99] oder in diversen Lehrbüchern [Tin04; BK13]

stellt einen Zusammenhang zwischen dem Suprastrom I_S und dem kritischen Strom der Barriere I_c in Abhängigkeit von der supraleitenden Phasendifferenz Φ her. Die zweite Josephson-Gleichung beschreibt das Verhalten der supraleitenden Phase bei einer endlichen Spannung V über den Kontakt

$$\dot{\phi} = \frac{2eV}{\hbar}. \quad (2.3)$$

Mit den Josephson-Gleichungen lässt sich die potenzielle Energie, die beim Treiben eines Suprastroms durch den Kontakt gespeichert wird, als $E \propto E_J \cos(\phi)$ mit der Josephson-Energie

$$E_J = \frac{\hbar I_C}{2e} \quad (2.4)$$

als Vorfaktor berechnen. Die Josephson-Energie ist dabei ein Maß für die Kopplung durch den Josephson-Kontakt. Experimentell ist der kritische Strom nicht unbedingt einfach zu bestimmen, da die gemessenen maximalen Ströme von vielen unterschiedlichen Faktoren (z. B. der äußeren Beschaltung der Barriere) abhängen. Für eine isolierende Tunnelbarriere ohne inelastische Effekte ist I_c mit dem normalleitenden Widerstand R_N der Barriere verknüpft. Ambegaokar und Baratoff [AB63] fanden

$$I_c R_N = \frac{\pi \Delta}{2e} \tanh\left(\frac{\Delta}{2k_B T}\right) \quad (2.5)$$

als vollständige Beschreibung des Temperaturverhaltens des $I_c R_N$ Produkts.

Neben dem rein supraleitenden Transport des Josephson-Effekts können auch angeregte Quasiteilchen zum Strom durch den Josephson-Kontakt beitragen. Die Anregung der Quasiteilchen kann dabei thermisch oder elektrisch erfolgen. Für die elektrische Anregung der Quasiteilchen ist eine Transportspannung von mindestens $eV \geq 2\Delta$ erforderlich. Zur genauen Beschreibung der Strom-Spannungs-Kennlinie eines Josephson-Kontakts, wie dargestellt in Abbildung 2.5, muss zusätzlich noch die elektrische Kapazität des Kontakts beachtet werden. Dies wird im RCSJ Modell² berücksichtigt [McC68; Ste68]. Aus dem Modell lassen sich abhän-

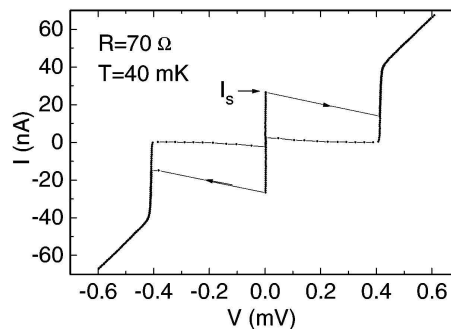


Abbildung 2.5: Strom-Spannungs-Kennlinie eines Josephson-Kontakts aufgezeichnet mit einem Strom-bias. Der Suprastrom bei $V = 0 \text{ V}$ kann bis zu einem bestimmten Sprungstrom I_S widerstandsfrei fließen. Danach fällt eine Spannung am Kontakt ab und der Transport wird ab $V = 2\Delta/e \approx 0,4 \text{ mV}$ durch Quasiteilchen getragen. Der Josephson-Kontakt zeigt ein dort ein resistives Verhalten. Der Wert des Sprungstroms I_S wird von der äußeren Beschaltung des Kontakts und von Fluktuationen beeinflusst. Im Bereich $0 < eV \leq 2\Delta$ ist der Strom stark unterdrückt. Aus [Vio+96]

gig von der Kopplung des Kontakts, seines Widerstands und seiner Kapazität unterschiedliche Formen und Eigenschaften der Strom-Spannungs-Kennlinien bei endlichen Potenzialdifferenzen ableiten. Allen gemeinsam bleibt allerdings ein Einsetzen des Quasiteilchen-Transports ab Transportspannungen $eV \geq 2\Delta$ und ein unterdrückter Strom bei kleineren Transportspannungen.

2.2.2 Multiple Andreev-Reflexionen

In supraleitenden mesoskopischen Kontakten, wie atomaren Kontakten oder sehr transparenten Tunnelbarrieren zwischen zwei Supraleitern, zeigen sich neben dem Josephson-Effekt und dem Quasiteilchenstrom ab 2Δ kleinere Strombeiträge innerhalb des supraleitenden Gaps. Die Ursache dieser Strombeiträge sind die multiplen Andreev-Reflexionen [KBT82; Oct+83]. Eine anschauliche Erklärung ist innerhalb des Halbleitermodells der Supraleitung möglich (siehe Abbildung 2.6). Unterhalb der Potenzialdifferenz von 2Δ können keine einzelnen Quasiteilchen durch den Kontakt tunneln. Ist allerdings die Potenzialdifferenz ausreichend ($eV \geq \Delta$), so kann durch das Tunneln von zwei Quasiteilchen und deren Zusammenschluss zu einem Cooper-Paar die notwendige Energie aufgebracht werden. Analog können für $eV \geq 2\Delta/3$ drei Quasiteilchen, eines aus dem Leitungsband und zwei aus der Vernichtung eines Cooper-Paares, die Barriere durchtunneln und die für den Transport notwendige Energie gewinnen. Für den n -Teilchen-Prozess wird als Energieschwelle $eV \geq 2\Delta/n$ gefunden.

Obwohl beim Transport durch die multiplen Andreev-Reflexionen jeweils mehr als eine Ladung über den Kontakt transportiert wird, nimmt der absolute Strombeitrag der höheren Ordnung ab. Dies liegt darin begründet, dass für einen einzelnen, nicht perfekt transmittierenden Kanal (mit der Transmission τ) die Wahrscheinlichkeit P für n transportierte Ladungen mit $P \propto \tau^n$ skaliert und damit die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten von Andreev-Reflexionen höherer Ordnung stark reduziert ist. Die in Abbildung 2.7 dargestellten Strom-Spannungs-Kennlinien wurden unter der Annahme eines einzelnen transportierenden Kanals für unterschiedliche Transmission berechnet [CML96]. In allen Kennlinien zeigen sich die einzelnen Ordnungen der multiplen Andreev-Reflexionen als Unstetigkeit der Krümmung bei Spannungen $eV = 2\Delta/n$.

Der Verlauf der Kennlinie einer bestimmten Transmission ist charakteristisch, das heißt, der Verlauf kann nicht durch eine Summe beliebiger Kennlinien mit anderen Transmissionen reproduziert werden. Damit können die multiplen Andreev-Reflexionen genutzt werden, um in einem mesoskopischen Kontakt die Anzahl und die Transmissionen der beteiligten Transportkanäle zu ermitteln [Sch+97; Sch+00]. Dieses Verfahren wurde für die Bestimmung der Leitwertkanäle in Abbildung 2.4 genutzt.

²RCSJ steht für Resistively and Capacitively Shunted Junction

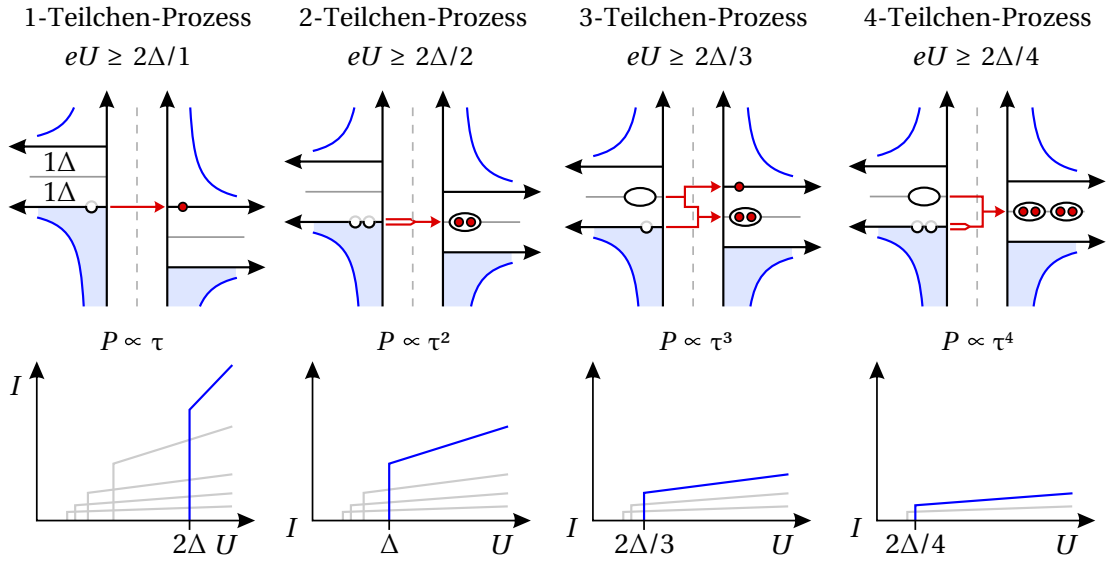


Abbildung 2.6: Die multiplen Andreev-Reflexionen im Halbleiterbild der Supraleitung. Oben: Schwellen der Transportspannung, Ausrichtung der supraleitenden Zustandsdichten mit den transportierten Quasiteilchen und Wahrscheinlichkeit für den Prozess. Dargestellt sind die Prozesse des Quasiteilchen-Tunnelns (1-Teilchen-Prozess) und die multiplen Andreev-Reflexionen bis zur dritten Ordnung. Die erste Ordnung (2-Teilchen-Prozess) überträgt zwei Quasiteilchen und bildet ein Cooper-Paar. Bei der zweiten Ordnung (3-Teilchen-Prozess) wird ein angeregtes Quasiteilchen und ein Cooper-Paar übertragen. Die dritte Ordnung (4-Teilchen-Prozess) erzeugt zwei Cooper-Paare. Unten: Schematischer Verlauf der Kennlinie durch den entsprechenden n -Teilchen-Prozess. Die Prozesse höherer Ordnung übertragen mehr Quasiteilchen, erzeugen aber wegen $P \propto \tau^n$ einen kleineren Strombeitrag. Aus [Sch09].

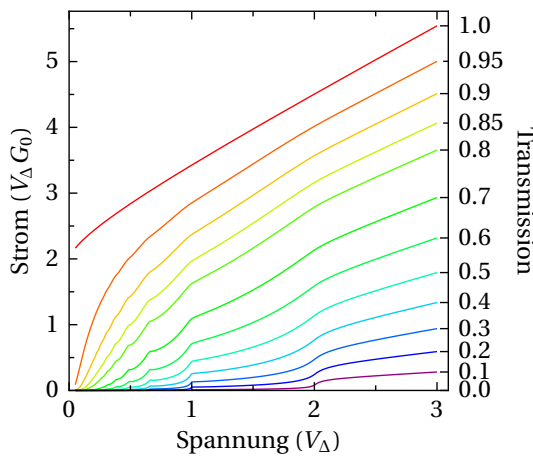


Abbildung 2.7: Normierte Kennlinien der multiplen Andreev-Reflexion für unterschiedliche Transmission τ eines Kontakts mit nur einem transportierenden Kanal. In den Kennlinien zeigt sich das Einsetzen der neuen Ordnung bei jeweils $eV_n = 2\Delta/n$ als Unstetigkeit der Krümmung. Mit dem charakteristischen Verlauf der Kennlinien lässt sich die Anzahl und Transmission der Transportkanäle von mesoskopischen Kontakten bestimmen. Aus [Sch09] nach [CML96].

2.3 Der Einzelelektronentransistor

In einer Reihenschaltung von zwei Tunnelkontakten kann es zum Phänomen der Coulomb-Blockade kommen. Durch die elektrostatische Abstoßung von Ladungen können dabei einzelne Ladungen auf der Insel zwischen den Tunnelkontakten die Leitfähigkeit durch die Reihenschaltung unterdrücken. Mit einer zusätzlichen kapazitiv an die Insel gekoppelten Elektrode, der sogenannten Gate-Elektrode, kann die effektive Ladung der Insel verändert und die Coulomb-Blockade moduliert werden. Aufgrund der Möglichkeit einer Modulation des Stroms durch eine Gate-Elektrode und der Sensitivität auf einzelne Elektronen wird dieses Bauteil als Einzelelektronentransistor (SET von Single Electron Transistor) bezeichnet. Die erste Realisierung des SETs erfolgte durch Fulton und Dolan [FD87].

Die charakteristische Energie des SETs ist die Ladungsenergie

$$E_C = \frac{e^2}{2C_\Sigma}. \quad (2.6)$$

Sie kann aus der Gesamtkapazität C_Σ der Insel gegenüber der gesamten Umgebung berechnet werden. Die Ladungsenergie muss beim Tunneln eines einzelnen Elektrons auf die Insel aufgebracht werden. Für das Auftreten der Coulomb-Blockade müssen die einzelnen Ladungszustände der Insel energetisch klar getrennt sein. Dies bedingt, dass die thermischen Fluktuationen kleiner als die Ladungsenergie sein müssen und somit

$$E_C \ll k_B T \quad (2.7)$$

gelten muss. Um dies zu erreichen, sind kleine Kapazitäten C_Σ und tiefe Temperaturen notwendig. Ebenso muss die Kopplung der Insel an die Zuleitung gering gehalten werden. Mit der Argumentation über die Energieunschärfe bezüglich der Verweildauer tunnelnder Elektronen auf der Insel finden Fulton und Dolan [FD87] die Bedingung

$$R > \frac{\hbar}{e^2} \approx 4,11 \text{ k}\Omega \quad (2.8)$$

an die Widerstände der Tunnelkontakte. In neueren Veröffentlichungen wird, teils mit einer ähnlichen Argumentation,

$$R > R_K = \frac{h}{e^2} \approx 25,8 \text{ k}\Omega \quad (2.9)$$

als minimal nötiger Widerstand der eingesetzten Tunnelkontakte angegeben [GD92; Sch98].

2.3.1 Normalleitende Einzelelektronentransistoren

Im Bereich der schwachen Kopplung ($R \gg R_K$) lässt sich der SET durch die sogenannte orthodoxe Theorie [AL91; FD87] vollständig beschreiben. Diese beschreibt den Stromtransport am SET durch einzelne sequenzielle Tunnelvorgänge, sodass die Anzahl der Elektronen auf der Insel wohldefiniert ist.

Mit dem in Abbildung 2.8 dargestellten Banddiagramm des chemischen Potentials im SET lassen sich erste qualitative Aussagen über den Stromtransport machen. Das chemische Potenzial auf der Insel ist von der Anzahl der Elektronen n abhängig, wobei der Unterschied benachbarter Ladungszustände gerade durch $\mu(n) - \mu(n-1) = e^2/C_\Sigma = 2E_C$ gegeben ist.

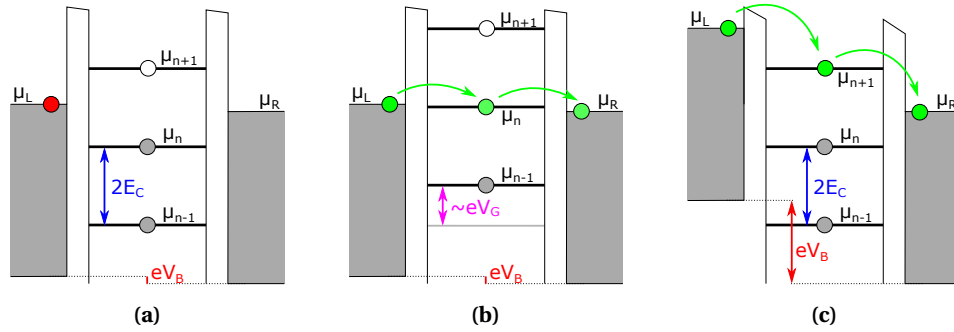


Abbildung 2.8: Banddiagramme des chemischen Potentials eines normalleitenden SETs bei unterschiedlichen angelegten Spannungen. Das chemische Potenzial der Insel ist abhängig von der Anzahl der Elektronen n . Für zwei benachbarte Ladungszustände gilt $\Delta\mu = 2E_C$. (a) Für kleine Bias-Spannungen V_B liegen die chemischen Potentiale der Zuleitung μ_L und μ_R über allen besetzten und unter allen unbesetzten Ladungszuständen der Insel. Ein Transport durch elastisches Tunneln ist nicht möglich. Der Strom durch den SET wird durch die Coulomb-Blockade unterdrückt. (b) Durch eine geeignete Gate-Spannung V_G kann die Leiter des chemischen Potentials der Insel so verschoben werden, dass für kleine Bias-Spannungen V_B elastisches Tunneln von der linken Zuleitung auf die Insel und von der Insel auf die rechte Zuleitung möglich wird. Durch sequenzielle Tunnelvorgänge kann ein Strom durch den SET fließen. (c) Die Coulomb-Blockade kann auch durch höhere Bias-Spannungen überwunden werden. Spätestens ab $eV_B > 2E_C$ befindet sich das chemische Potenzial eines Leitungszustandes zwischen den Potentialen der Zuleitung. Sequenzielles Tunneln von Elektronen trägt den Strom durch den SET.

Bei nur kleinen Bias-Spannungen können keine Elektronen von der oder auf die Insel elastisch tunneln (Abbildung 2.8a). Der Strom durch den SET wird vollständig unterdrückt. Dieser Zustand wird als Coulomb-Blockade bezeichnet.

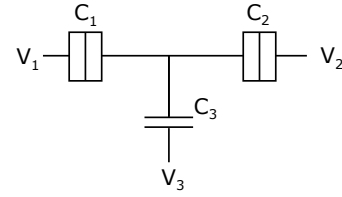
Durch eine an die Gate-Elektrode angelegte Spannung kann die Leiter des chemischen Potentials der Insel verschoben werden (Abbildung 2.8b). Mit einer geeigneten Gate-Spannung wird das chemische Potenzial eines Ladungszustandes zwischen die Potentiale der Zuleitungen gebracht. In diesem Fall ist sowohl ein Tunneln von Elektronen von der linken Zuleitung auf die Insel ($\mu_L > \mu(n)$) als auch von der Insel auf die rechte Zuleitung ($\mu(n) > \mu_R$) möglich. Durch sequenzielles Tunneln kann auch bei kleinen Bias-Spannungen ein Strom durch den SET fließen. Wird die Gate-Spannung in einem größeren Bereich variiert, so zeigt sich ein Stromfluss bei mehreren periodischen Gate-Spannungen. Dieser Effekt wird als Coulomb-Blockade-Oszillationen bezeichnet (siehe auch Abbildung 2.11b).

Als zweite Möglichkeit, die Blockade zu beenden, kann die Bias-Spannung auf $eV_B > e^2/C_\Sigma = 2E_C$ erhöht werden (Abbildung 2.8c). Ab dieser Bias-Spannung befindet sich immer mindestens ein Ladungszustand energetisch zwischen den Potentialen der Zuleitungen. Auch hier kann durch sequenzielles Tunneln von Elektronen ein Strom durch den SET fließen. Für größere Bias-Spannung können so mehr und mehr Ladungszustände zum elektrischen Transport beitragen. Die Erhöhung der am Transport teilnehmenden Ladungszustände kann sich als

eine Abweichung der IV-Kennlinie vom linearen Verlauf bei hohen Bias-Spannungen manifestieren. Diese Abweichung tritt bei stark unterschiedlichen Tunnelraten auf und wird als Coulomb-Staircase bezeichnet (siehe auch Abbildung 2.10a). Die genaue Form des Coulomb-Staircase und bei welchen Energiebedingungen dieser sichtbar wird, ist in [IN92, Kapitel 6.7] dargestellt.

Für die genauere Beschreibung der Transportvorgänge im SET in Abhängigkeit der angelegten Spannungen kann die freie Energie des SETs genutzt werden. Es soll nun auf die Berechnung der freien Energie nach [Poh99] und [Her95] eingegangen werden.

Abbildung 2.9: Ersatzschaubild des SET mit den Bezeichnungen zur Berechnung der freien Energie. Die Insel wird durch zwei Tunnelkontakte mit den Kapazitäten C_1 und C_2 definiert. An die Zuleitungen sind die Spannungen V_1 und V_2 bezüglich einer nicht abgebildeten einheitlichen Masse angelegt. Eine dritte Spannung V_3 koppelt durch die Kapazität C_3 an die Insel.



Im elektrostatischen Gleichgewicht können die Tunnelkontakte allein durch ihre Kapazitäten beschrieben werden. Mit den Bezeichnungen aus Abbildung 2.9 lässt sich das elektrostatische Potenzial der Insel als

$$\varphi = \frac{1}{C_\Sigma} \left(\sum_{i=1}^3 C_i V_i - en \right) \quad (2.10)$$

mit n der Anzahl der überschüssigen Elektronen auf der Insel sowie $C_\Sigma = \sum C_i$ angeben. Die elektrostatische Energie ergibt sich dann als Summe der elektrostatischen Energien aller beteiligten Kapazitäten.

$$E_Q = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 C_i (V_i - \varphi)^2 \propto \frac{(-ne)^2}{2C_\Sigma} \quad (2.11)$$

Für die Berechnung der freien Energie ist es nötig, neben der Änderung der potenziellen elektrostatischen Energie der Insel auch die elektrische Arbeit, die beim Tunneln von Ladungen auf die Insel durch die Spannungsquellen verrichtet wird, zu berücksichtigen. Beim Tunneln eines Elektrons durch den Kontakt j lässt sich die Arbeit der Spannungsquellen durch

$$W_j = e \sum_{i=1}^3 (V_i - V_j) \frac{C_i}{C_\Sigma} \quad (2.12)$$

berechnen. Für den Fall des symmetrischen Bias, also $V_1 = V_B/2$, $V_2 = -V_B/2$, $V_3 = V_G$, ergeben sich damit

$$W_1 = \frac{e}{C_\Sigma} \left[C_G V_G - \left(C_2 + \frac{C_G}{2} \right) V_B \right], \quad W_2 = \frac{e}{C_\Sigma} \left[C_G V_G - \left(C_1 + \frac{C_G}{2} \right) V_B \right]. \quad (2.13)$$

Betrachtet man nun das Tunneln von n_1 bzw. n_2 Ladungen entlang des durch den Bias vorgegebenen Potenzialgradienten durch den ersten bzw. zweiten Kontakt, wird die freie Energie des Systems durch

$$F(n, n_1, n_2) = E_Q(n) + n_1 W_1 - n_2 W_2 \quad (2.14)$$

gegeben und lässt sich in den Ausdruck

$$F(n, n_1, n_2) = \frac{(Q - en)^2}{2C_\Sigma} - \left[n_1 + n_2 + n \frac{C_1 - C_2}{C_\Sigma} \right] \frac{eV_B}{2} \quad (2.15)$$

überführen. Der von der Bias-Spannung unabhängige Teil der freien Energie wird als Ladungsenergie der Insel E_Q identifiziert, wobei in dieser neben der Anzahl der Elektronen n auch die von der Gate-Spannung induzierte Ladung $Q = C_G V_G$ berücksichtigt wird. Die induzierte Ladung Q kann kontinuierlich variiert werden.

Für $T = 0\text{K}$ sind nur Tunnelereignisse erlaubt, die zu einer Reduzierung der Gesamtenergie $\Delta F < 0$ führen. Im normalleitenden Fall sind als Tunnelereignisse nur das Laden ($n \rightarrow n + 1$, $n_1 = 1$, $n_2 = 0$) sowie das Entladen ($n \rightarrow n - 1$, $n_1 = 0$, $n_2 = 1$) durch einzelne Elektronen möglich. Hiermit werden für den SET Spannungsbereiche festgelegt, in denen es zu keinem Tunnelevent kommen kann, und die Anzahl der Elektronen auf der Insel stabil ist. In der grafischen Auftragung dieser Bedingungen entsteht das rautenförmige Stabilitätsdiagramm aus Abbildung 2.10b. Innerhalb der mittleren Rauten sind Zustände mit einer bestimmten Anzahl

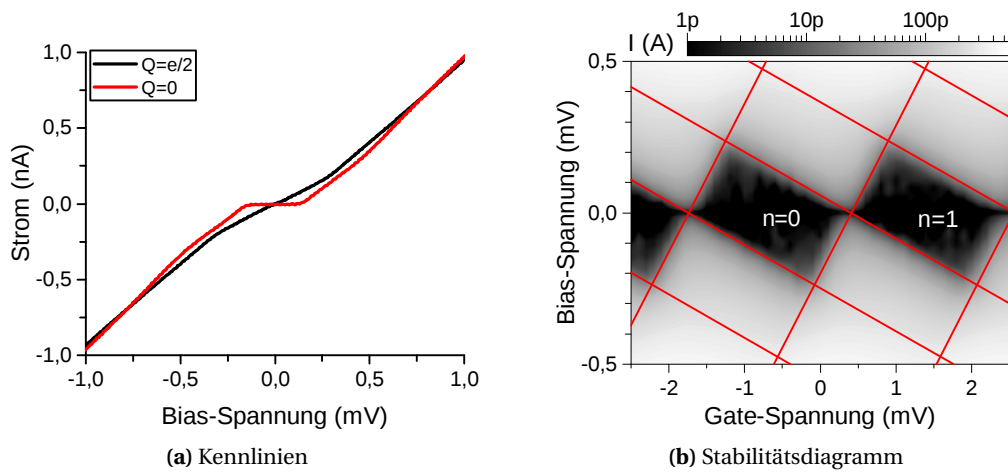


Abbildung 2.10: Experimentelle Kennlinien und Stabilitätsdiagramm eines SET mit asymmetrischen Kontaktkapazitäten. (a) IV-Kennlinien eines SET bei unterschiedlichen Offsetladung. Für $Q = 0$ wird der Strom bei kleinen Bias-Spannungen durch die Coulomb-Blockade vollständig unterdrückt. Durch eine Gate-Spannung kann die Offsetladung auf $Q = e/2$ verschoben werden. Der SET wird für alle Bias-Spannungen leitend. Ab $|V_B| \gtrsim 0,25\text{mV}$ ist ein leichter Coulomb-Staircase zu erkennen. (b) Farbdigramm des absoluten Stroms durch einen SET in Abhängigkeit der Bias- und Gate-Spannung. Die eingezeichneten Linien entstehen durch die Bedingungen $\Delta F = 0$ an die freie Energie beim Tunneln einzelner Elektronen. Innerhalb der zentralen Rauten der Coulomb-Blockade ist der Ladungszustand n der Insel stabil. Außerhalb der zentralen Rauten sind energetisch mehrere Zustände möglich, ein Strom kann durch sequenzielles Tunneln von Elektronen fließen.

an Elektronen n auf der Insel stabil und es kann kein Strom durch den SET fließen. Außerhalb der zentralen Rauten können durch Laden der Insel über einen Kontakt und Entladen der Insel über den anderen Kontakt mehrere Ladungszustände eingenommen werden. Mit dem Transport über beide Kontakte kann ein Strom durch den Einzelelektronentransistor fließen. Der genaue Verlauf der IV-Kennlinien (siehe Abbildung 2.10a) kann bei Kenntnis der Tunnel-

raten im Rahmen der orthodoxen Theorie berechnet werden. Hierauf wird im Abschnitt 4.5 näher eingegangen.

2.3.2 Supraleitende Einzelelektronentransistoren

Wird ein Einzelelektronentransistor aus supra- und normalleitenden Materialien hergestellt, so zeigt sich eine Vielzahl an unterschiedlichen Effekten. Einem Teil der Effekte liegt zugrunde, dass die Supraleitung durch die Paarung von Elektronen zu Cooper-Paaren Energie gewinnen kann, die Coulomb-Blockade diese Paarung aber energetisch teuer werden lässt.

So kommt es bei einer supraleitenden Insel je nach Verhältnis zwischen Δ und E_C zum sogenannten Paritätseffekt (siehe u.A. [Sch98]). Im supraleitenden Zustand können einzelne Ladungen nur als angeregte Quasiteilchen existieren. Wie in Abbildung 2.11a verdeutlicht wird die freie Energie von Ladungszuständen mit einer ungeraden Parität um die Energie Δ angehoben. Die supraleitende Insel ist sensitiv auf die Parität der Anzahl der Elektronen.

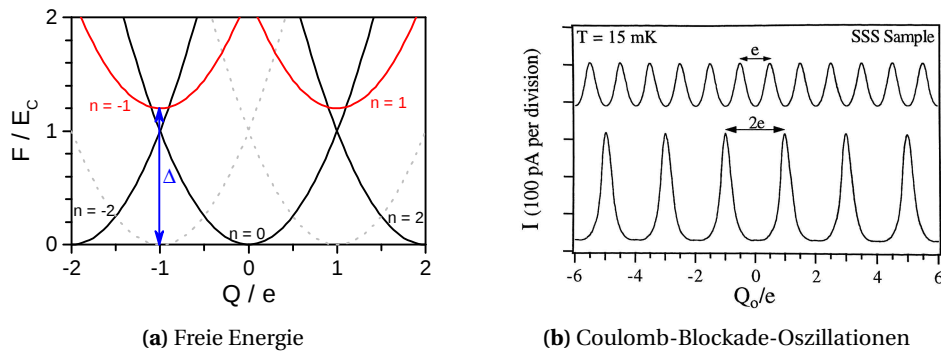


Abbildung 2.11: Der Paritätseffekt in supraleitenden SETs. (a) Darstellung der freien Energie der Insel in Abhängigkeit der Gate-induzierten Offsetladung Q für verschiedene Ladungszustände n . Zustände mit ungerader Parität in n erfordern im Supraleiter angeregte Quasiteilchen und sind deshalb um Δ zu höheren Energien verschoben. Die freie Energie geht von einer 1e-Periodizität (normalleitend, schwarz und grau) in eine 2e-Periodizität (supraleitend, schwarz und rot) bezüglich der Offsetladung über. (b) Paritätseffekt in den Coulomb-Blockade-Oszillationen eines vollständig supraleitenden SETs. Im normalleitenden Zustand (oben) ist eine 1e-Periodizität im Strom zu finden. Im supraleitenden Zustand (unten) zeigt sich in der gleichen Probe eine 2e-Periodizität des Stroms.

Als Folge des Paritätseffekts ändert sich, wie dargestellt in Abbildung 2.11b, die Periodizität der Coulomb-Blockade-Oszillationen von einer 1e-Periodizität zu einer 2e-Periodizität (siehe z. B. [Her95; Tuo+92]). In der Regel führen schon kleine energetische Störungen, wie der Effekt des Cotunnelns, eine erhöhte Temperatur oder eine endliche Bias-Spannung, zum vermehrten Auftreten von Quasiteilchen und damit zum Verschwinden der Paritätseffekte.

In dieser Arbeit liegt der Fokus auf vollständig supraleitenden SETs, bei denen sowohl die Zuleitungen als auch die Insel supraleitend ist. In diesem Fall lassen sich drei vom Verhältnis der charakteristischen Energien E_J , E_C und Δ bestimmten Regime unterscheiden. Für $\Delta \ll E_C$ bestimmen hauptsächlich Einzelelektronen den Transport, die Coulomb-Blockade ist der vorherrschende Effekt. Im Regime $E_J > E_C$ sind die Ladungseffekte relativ klein und der

Transport wird hauptsächlich vom Josephson-Effekt bestimmt. Das interessanteste Regime ist durch $E_J < E_C < \Delta$ gekennzeichnet. Hier sind durch die schwache Kopplung die Ladungszustände der Insel klar getrennt und die Anzahl der Ladung auf der Insel ist wohl definiert. Die Ladungsenergie ist klein genug, dass zuerst Ladungseffekte auftreten, bevor die Supraleitung gebrochen werden kann. Dementsprechend müssen die supraleitenden Transporte der Coulomb-Blockade folgen. Die genauere Beschreibung dieser Transportphänomene ist in Kapitel 4 zu finden.

2.3.3 Stand der Forschung

Seit den wegweisenden Arbeiten von Fulton und Dolan [FD87] und Likharev [Lik87] wurden viele Fragestellungen in Bezug auf SETs betrachtet. Großes Augenmerk lag dabei auf der Untersuchung der energetischen Stabilität der Ladungseffekte.

Nach [Wal+02] sorgt der Effekt endlicher Temperaturen rasch für ein Verschwinden der Coulomb-Blockade. Spätestens ab $E_C/k_B T \lesssim 0,1$ wird eine Verschmierung und ab $E_C/k_B T \approx 1$ das vollständige Verschwinden der Coulomb-Blockade erwartet. Anders verhält es sich mit der Bedingung an die Kopplung zwischen Insel und Zuleitungen $R \gg R_K$. Eine Vielzahl von experimentellen Arbeiten weisen das Auftreten einer Coulomb-Blockade in SETs mit deutlich kleineren Widerständen nach [Cho+99; Joy+97; Wal02; Wal+02]. Abhängig von der Kopplungsstärke lassen sich unterschiedliche theoretische Ansätze zur Beschreibung der experimentellen Ergebnisse finden [Göp00; GG00; KSS97]. Im Hinblick auf diese Ergebnisse stellt sich die Frage, ob der ohmsche Widerstand als Maß für die Kopplung ausreichend ist. Vielmehr haben Untersuchungen an SETs in zweidimensionalen Elektronengasen gezeigt, dass das Zusammenbrechen der Ladungseffekte vielmehr von der Transmission einzelner Kanäle bestimmt ist [Jez+16; Pas+93b]. Dies wurde auch für metallische SETs diskutiert [JED98].

Abgesehen von den normalleitenden SETs erwachte schon früh das Interesse an dem Zusammenspiel von Ladungseffekten und Supraleitung [Ful+89]. Viele Experimente befassten sich mit dem Paritätseffekt in vollständig supraleitenden SETs [Joy95; SS96; Tuo+92]. Dieser wurde auch in Normalleiter-Supraleiter-Normalleiter SETs für die Andreev-Reflexion beobachtet [EDM94; EMD93; Hek+93; HTT94]. Der Paritätseffekt basiert auf der Tatsache, dass einzelne Ladungen im Supraleiter nur als angeregte Quasiteilchen existieren können. Neben dem Paritätseffekt wurden auch die Transporteigenschaften von vollständig supraleitenden SETs bei endlichen Bias-Spannungen weiter untersucht. Viele der experimentell gefundenen Transporteigenschaften konnten auf Kombinationen aus Josephson-Effekt und Quasiteilchen-Tunneln zurückgeführt werden [Had+98; Joy95; NCT96]. Fitzgerald et. al. [FPT98] und Pohlen [Poh99] erbrachten den experimentellen Nachweis von Transportprozessen mit der Beteiligung der Andreev-Reflexion [KBT82; Oct+83] in vollständig supraleitenden SETs. Über die Beteiligung multipler Andreev-Reflexionen am Transport gab es, bis auf die zu dieser Arbeit gehörenden Veröffentlichung [LSS17], keine experimentellen Berichte.

Kapitel 3

Experimentelle Techniken

In dieser Arbeit werden elektrische Transportmessungen an vollständig supraleitenden Einzel-elektrontransistoren (SET) aus Aluminium vorgestellt. Dabei besteht einer der Tunnelkontakte aus einer Oxidbarriere, der andere wird durch einen atomaren Bruchkontakt realisiert. In diesem Kapitel sollen die experimentellen Techniken, die bei der Herstellung der Proben und den Messungen zum Einsatz kommen, vorgestellt werden.

3.1 Die Proben

Die untersuchten supraleitenden SETs bestehen aus einer quadratischen Insel aus Aluminium, die durch einen Al-AlO_x-Al-Tunnelkontakt und einem Bruchkontakt an die Zuleitungen angekoppelt ist.

Bei der Probenherstellung kommen die Verfahren der Elektronenstrahlolithographie mit einem Doppellacksystem und die Lift-Off-Technik zum Einsatz. Die SET-Strukturen werden auf einer nicht leitenden Opferschicht aus Polyimid auf einem mechanisch biegbaren Substrat aufgebracht. Durch Reaktives-Ionen-Ätzen werden Teile der Opferschicht entfernt, um eine freistehende Brücke als Bruchkontakt zu erhalten. Diese Verfahren ([Sch09; Sch02]) zur Herstellung von mechanisch kontrollierten Bruchkontakten aus Aluminium sind in der Arbeitsgruppe gut etabliert und liefern verlässlich gute Resultate. Zur Herstellung der Al-AlO_x-Al-Tunnelbarriere muss zusätzlich die Technik der Schattenbedampfung und ein Oxidationsschritt während der Herstellung der Proben angewendet werden.

3.1.1 Herstellung der Proben

Da die genauen Prozessschritte zur Herstellung des Substrats in [Sch09] und die der verwendeten SET-Proben in [Spr16] beschrieben werden, wird an dieser Stelle nur ein kurzer Abriss des Herstellungsprozesses gegeben. Besonderes Augenmerk wird dabei auf die Bedeutung der einzelnen Prozessschritte und/oder Probeneigenschaften für die Eigenschaften des SETs gelegt. Die Prozessschritte der Probenherstellung werden in Abbildung 3.1 grafisch verdeutlicht.

Als Grundlage des Substrats wird ein 300 µm dickes Plättchen (Maße 18 mm × 3 mm, später 22 mm × 3 mm) aus Federbronze benutzt (Abbildung 3.1a). Die Wahl von Federbronze hat

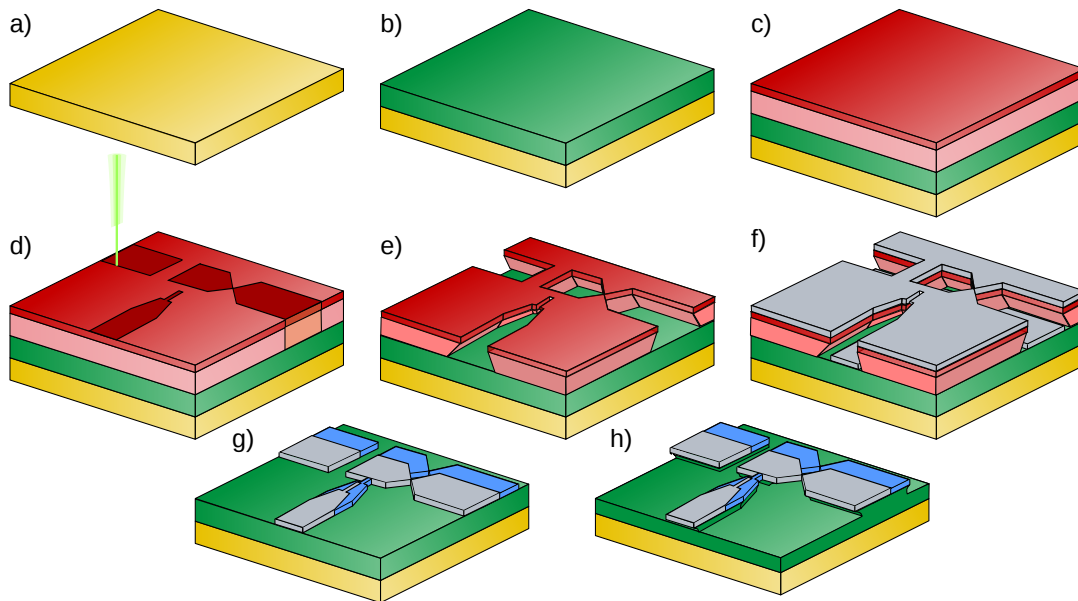


Abbildung 3.1: Graphische Darstellung der Herstellungsschritte von SET-Proben. a) Als metallisches biegsames Substrat kommt Federbronze zum Einsatz. b) Auf das Substrat wird eine isolierende Opferschicht aus Polyimid aufgebracht. c) Die Opferschicht bildet die Grundlage für ein Doppellacksystem aus MMA-MAA und PMMA. d) Die Struktur des SETs wird durch die Elektronenstrahlolithographie im Doppellacksystem definiert. e) Bei der Entwicklung entsteht durch den Doppellack eine freistehende Maske der SET-Struktur. f) Es folgt die Schattenbedampfung mit Oxidationsschritt zwischen den zwei Aufdampfschritten. g) Der überschüssige Lack wird in einem Lift-Off-Prozess in Aceton entfernt. h) Durch Reaktives-Ionen-Ätzen werden Teile der Opferschicht entfernt, sodass eine freistehende Brücke als Bruchkontakt zurückbleibt. Aus [Spr16]

mehrere Gründe. Zum einen besitzt sie auch bei tiefen Temperaturen noch genügend Rückstellkräfte, um den geöffneten Bruchkontakt wieder zu schließen, zum anderen ist sie aber stabil genug, um längere Messungen an einem Kontakt durchführen zu können. Andere metallische Substrate mit ähnlichen mechanischen Eigenschaften haben oft das Problem von deutlich größeren magnetischen Verunreinigungen, die sich schädlich auf die Supraleitung auswirken können.

Auf dem Federbronze-Substrat wird eine Polyimid-Schicht aufgebracht (Abbildung 3.1b). Diese dient zur elektrischen Isolierung der später aufgedampften Aluminiumschichten gegenüber dem Substrat und als Opferschicht beim Herstellen der freitragenden Brücke des Bruchkontakts. Zu beachten ist, dass die verwendete Polyimid-Schicht und das metallische Substrat zusammen als zusätzliche Kapazität auf den Einzelelektronentransistor wirken.

Es folgt das Aufbringen des Doppellacksystems aus MMA-MAA-Copolymer sowie der PMMA-Lackschicht (Abbildung 3.1c). Bei der Elektronenstrahlolithographie mit typischerweise 10 kV und Flächendosen von $90\text{--}150\text{ }\mu\text{A}/\text{cm}^2$ wird die gewünschte Struktur in der PMMA-Lackschicht direkt berichtet (Abbildung 3.1d). Die Belichtung des Copolymers erfolgt diffus durch den divergenten Elektronenstrahl und Elektronenrückstreuung des metallischen Substrats.

Die Entwicklung der Proben erfolgt für 20–25 s in einer 1 : 3 MIBK:Isopropanol-Lösung mit anschließendem Spülen in Isopropanol für 5 min. Bei der Entwicklung bildet die PMMA-Schicht eine scharfkantige Maske der belichteten Strukturen. Das Copolymer wird dabei in einem

breiteren Bereich ausgewaschen, sodass die Maske teilweise freitragend ist, sich auf dem Polyimid-Substrat genügend Platz für die Schattenbedampfung bietet und der Lift-Off-Prozess vereinfacht wird.

Die so belichteten und entwickelten Proben werden anschließend unter einem Winkel von -10° mit 45 nm Aluminium in einer Hochvakuum-Aufdampfanlage bedampft, das ohne Brechen des Vakuums kontrolliert oxidiert wird. Im zweiten Aufdampfschritt werden ca. 60 nm Aluminium im Winkel von 20° auf die Probe aufgebracht. Die angegebenen Winkel beschreiben eine Drehung der Probe um eine Achse senkrecht zur Lage Zuleitung des Oxidkontakts und werden zwischen Lot der Probenoberfläche und Aufdampfrichtung angegeben (zu den Bezeichnungen siehe Abschnitt 3.1.3 und Abbildung 3.2). Mit den gewählten Winkeln wird für den Tunnelkontakt die Insel vor der Zuleitung aufgedampft. Diese Schritte sind essenziell für die Qualität der Tunnelbarrieren und werden deshalb im nächsten Abschnitt 3.1.2 separat diskutiert.

Der unbelichtete Lack und die Aluminiumfilme auf der Maske werden in einem Lift-Off-Prozess in reinem Aceton von der Probe gelöst. Es verbleibt nur die gewünschte Struktur auf der Polyimid-Schicht.

Um schließlich einen freitragenden Bruchkontakt zu erhalten, werden ca. 500 nm der Polyimid-Schicht in einem Reaktiven-Ionen-Ätzprozess von der Probe entfernt. Für den Ätzprozess wird als Prozessgas ein Gemisch von 50 Volumenanteilen O_2 und 1 Volumenanteil SF_6 verwendet und das 1 mbar Niederdruckplasma mit 45 W Leistung gezündet und versorgt.

3.1.2 Der Oxidkontakt

Die Herstellung von geeigneten Aluminium-Oxidkontakten erwies sich im Laufe dieser Arbeit als wichtigster und zugleich am schwersten kontrollierbarer Schritt in der Probenherstellung. Hierbei stellt sich natürlich die Frage, welche Eigenschaften die Oxidkontakte haben sollten. Als erstes Kriterium kann der elektrische Widerstand der Barrieren angeführt werden. Wie in Abschnitt 2.3 dargelegt, bestimmt der elektrische Widerstand der Tunnelbarrieren maßgeblich die Effekte am SET. Eine möglichst harmlose Tunnelbarriere bezüglich der einzubeziehenden Prozesse bedingt einen Widerstand $R \gg R_K$. Demgegenüber steht der Wunsch nach möglichst symmetrischen Kontakten im Transistor. Da mit dem Bruchkontakt hauptsächlich Widerstände im Bereich R_K eingestellt werden können, erscheint als sinnvoller Widerstand der Tunnelbarriere der Bereich um 100 k Ω .

Die Qualität der Oxidkontakte ist ein weiteres Kriterium. Unter die Qualität fällt beispielsweise die Homogenität der Oxidbarrieren bzw. das Auftreten oder Fehlen von mikroskopischen Kurzschlüssen ([Gre+11]). Aber auch das Auftreten von 2-Niveau-Systemen (siehe u. a. [Gra+12; Lis+15; Pou+14]) im Oxid spielt eine Rolle. Eine schlechte Qualität des Oxids zeigt sich meistens erst durch zusätzliche Phänomene in den Transportmessungen bei tiefen Temperaturen.

Die Herstellung der verwendeten SET-Proben mit speziellem Augenmerk auf den Schritten zur Herstellung der Tunnelbarrieren wurden von Sprenger [Spr16] untersucht. Da Limbach [Lim98] und Briechle [Bri04] über ein vermehrtes Auftreten von Kurzschlüssen bei der Verwendung von reinem Sauerstoff zur Oxidation berichten, wird hier ein 1:9 Sauerstoff-Argon-

Gemisch genutzt. Die Dicke des entstehenden Oxids und damit der ohmsche Widerstand lässt sich durch den Partialdruck von Sauerstoff im Oxidationsschritt beeinflussen. Bei der Verwendung von geringeren Partialdrücken entstehen so Tunnelbarrieren mit geringeren Widerständen. Allerdings kommt es, sogar auf einer einzelnen Probe, zu einer großen Streuung der Widerstände bei gleichen Oxidationsparametern. Als mögliche Quelle dieser Streuung wird die Oberflächenrauigkeit der verwendeten Aluminiumfilme angeführt. Neuere Messungen von Conzelmann [Con16] zeigen, dass die Aufdampfrate eine Möglichkeit darstellt, die Rauigkeit der Oberflächen der aufgedampften Filme zu variieren. Für die verwendete Anlage liefern Raten im Bereich von 6 Å/s die geringsten Rauigkeiten. Zudem wurde festgestellt, dass geringere Rauigkeiten der Aluminiumoberflächen tendenziell zu kleineren elektrischen Widerständen, nicht aber zu einer Verkleinerung der relativen Streuung führt. Zusätzlich wurde die Abhängigkeit der Widerstände von der Auflagefläche untersucht, wobei sich ein nahezu linearer Zusammenhang nachweisen ließ.

Bei der Probenherstellung zu dieser Arbeit und den Arbeiten von Sprenger [Spr16] und Conzelmann [Con16] wurde festgestellt, dass nur ein kleiner Teil (etwa 2 aus 10) der vollständig prozessierten SET-Proben überhaupt einen elektrischen Widerstand im gewünschten Bereich zeigen. Die defekten Proben zeigen mehrheitlich einen leitenden elektrischen Kontakt, der auf das vermehrte Auftreten von mikroskopischen Kurzschlüssen oder größere Defekte im Oxid zurückzuführen ist. Ab Juli 2016 konnten von Conzelmann gar keine Oxidkontakte mehr hergestellt werden, und auch die Ausbeute an funktionierenden SET-Proben ließ drastisch nach (etwa 1 in 20). Die genaue Ursache hierfür ist nicht bekannt.

Verschiedene Ansätze zur Verbesserung der Ausbeute und der entstehenden Oxide wurden ausprobiert, allerdings bisher nicht in einer statistischen Art untersucht. Die Verwendung von reinem Sauerstoff bei der Oxidation führte zu keiner Verbesserung der Ausbeute.

Nach [Pop+12] können Verunreinigungen des Substrats, wie beispielsweise Reste des Elektronenstrahlacks, in das Oxid eingebaut werden und größere Defekte verursachen. Das Spülen der Proben unter einem steten Strahl von Isopropanol bei der Entwicklung der Proben führte zu einer leichten Verbesserung, aber nicht zu der zu Beginn dieser Arbeit erreichten Ausbeute der Proben. Auf aggressivere Techniken der Reinigung, wie das in [Pop+12] vorgeschlagene Ätzen in einem Sauerstoff-Plasma, wurde bislang nicht zurückgegriffen. An der verwendeten Aufdampfanlage ist zwar ein Gerät zur Kathodenzerstäubung mit Argon als Prozessgas vorhanden, der Betrieb mit Sauerstoff oder die volle Funktionstüchtigkeit wurden bislang nicht überprüft. Ein Transfer zu anderen Anlagen ist nur unter Brechen des Vakuums mit erneuter Verunreinigung möglich. Zudem ist ein Einfluss des Reinigens auf die PMMA-Lackmaske und die Rauigkeit des verwendeten Polyimid-Substrats nicht bekannt.

Der in [HMP08] beschriebene Ansatz der Doppeloxidation führte letztendlich zu einer größeren Anzahl an Tunnelkontakten ohne elektrische Kurzschlüsse. Auf die bereits oxidierte erste Schicht wird, bei der Herstellung der SETs unter dem gleichen Winkel, eine zweite sehr viel dünnere Schicht ($1\text{--}10 \text{ Å}$) Aluminium aufgedampft, die in einem zweiten Oxidationsprozess vollständig oxidiert wird. Die wesentlich dickere Doppeloxid-Barriere zeigt nach momentanem Stand nur noch sehr selten einen elektrischen Kurzschluss und Widerstände im gewünschten Bereich. Erste Messungen an SET-Proben zeigen allerdings, dass die Wahl der Dicke der zweiten Oxidschicht bislang noch nicht optimiert ist. Wird diese zu dick, so kann es innerhalb

des Oxids zu nicht oxidierten Bereichen kommen, die als supraleitende Inseln die am SET auftretenden Transportphänomene stark verkomplizieren.

Die Herstellung geeigneter Oxidbarrieren, die den gewünschten Widerstand und möglichst wenig eigene Transporteffekte zeigen, ist am Ende dieser Arbeit immer noch mit etwas Glück verbunden. Zwar gibt es gute Ansätze, dieses Ziel zu erreichen, die genaue Umsetzung auf die verwendeten SET-Proben bedarf weiterer Untersuchungen. Zum einen sind Ergebnisse sowie Parameter von anderen Arbeiten nicht oder nur bedingt auf die verwendeten Aufbauten übertragbar. Zum anderen gestalten sich die mit der Charakterisierung der Barrieren verbundenen Messungen bei tiefen Temperaturen langwierig.

3.1.3 Das Probenlayout

Nachdem die wesentlichen Schritte der Herstellung der Proben erläutert wurden, soll in diesem Abschnitt auf die geometrische Form der verwendeten Aluminium-SET-Proben eingegangen werden. Der in Abbildung 3.2 als Belichtungsmaske sowie als vollständig prozessierte

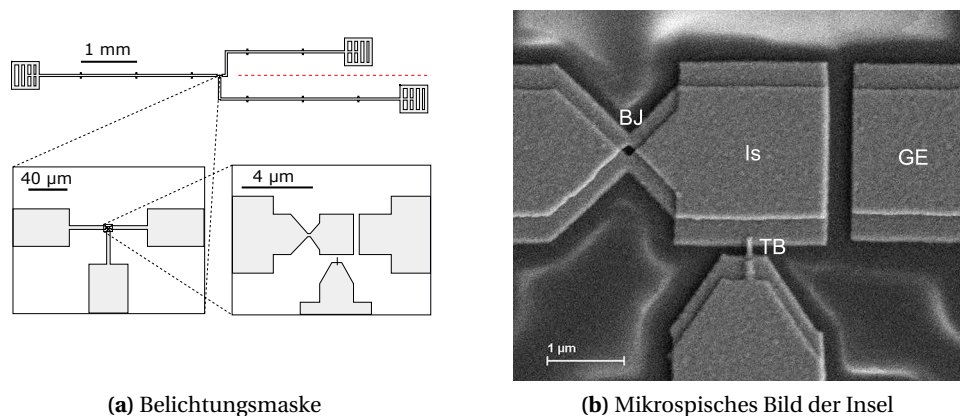


Abbildung 3.2: Schematische Darstellung und rasterelektronenmikroskopisches Bild der SET-Proben. (a) Schema der SET-Probe, wie sie bei der Elektronenstrahlolithographie geschrieben werden. In der großen Darstellung (oben) sind die großen Zuleitungen und die Strukturen zum elektrischen Kontaktieren des SETs dargestellt. Die gestrichelte rote Linie liegt parallel zur Achse, um die die Probe bei der Schattenbedampfung gedreht wird (siehe Abschnitt 3.1.1). In der Vergrößerung (unten links) sind die kleineren Zuleitungen klar zu erkennen. Bei weiterer Vergrößerung (unten rechts) erscheint die Insel (Is), die Gate-Elektrode (GE) und die Einschnürung des Bruchkontakts (BJ). Der Tunnelkontakt (TB) hat in der Maske keine direkte Verbindung, diese entsteht erst durch die Schattenbedampfung. (b) Rasterelektronenmikroskopisches Bild der SET Probe mit Insel (Is), Gate-Elektrode (GE) und Bruchkontakt (BJ). Der Tunnelkontakt (TB) wird durch einen kleinen Finger in der Zuleitung gebildet, der auf der oxidierten Fläche der Insel aufliegt. Durch die zwei Aufdamfschritte der Schattenbedampfung sind alle Strukturen der Maske versetzt und doppelt auf der SET-Probe vorhanden.

Probe dargestellte SET besteht aus der zentral gelegenen, $2 \times 2 \mu\text{m}^2$ großen Insel (In), einem $\text{Al-AIO}_x\text{-Al}$ Tunnelkontakt (TB), sowie der Einschnürung (BJ), die den Bruchkontakt darstellt. Im rechten Teil des dargestellten Ausschnitts ist die Gate-Elektrode (GE) zu erkennen. Dieses Layout weicht von dem in Vormessungen zu dieser Arbeit benutzten Layout [Sch10] sowie vom

Layout gewöhnlicher Einzelelektronentransistoren aus Aluminium (z. B.: [Her+93; Poh99]) in einigen Punkten ab.

Die hier definierte Insel ist im Vergleich zu den normalerweise verwendeten Inseln sehr groß. Dies liegt darin begründet, dass die Insel nur allein durch die Haftung an der Polyimid-Schicht die Kraft zum Brechen des Bruchkontakts aufbringen muss. Hierbei ist zu beachten, dass durch das Unterätzen der Struktur nicht die vollständige Fläche zum Aufnehmen der Kraft zur Verfügung steht.

Der Grund für die reguläre Verwendung von kleineren Inseln ist für gewöhnlich der Wunsch, die Gesamtkapazität der Insel zu reduzieren und damit die Ladungsenergie zu vergrößern. Die im Vergleich zu den sonst üblicherweise verwendeten Oxiden dicke Polyimid-Schicht als Unterlage des SETs wirkt in diesem Fall der kapazitiven Wirkung des leitenden Substrats entgegen. Die später vorgestellten Ergebnisse zeigen, dass die kapazitive Kopplung des Substrats zwar nicht vernachlässigbar, aber auch nicht dominant ist.

Die mechanische Stabilisierung der Insel durch den Oxidkontakt, wie beschrieben in [Sch10], würde bedeuten, dass der Oxidkontakt eine deutlich größere Fläche haben und entlang der Zugrichtung des Bruchkontakts orientiert sein müsste. Die später präsentierten Ergebnisse zeigen, dass die Gesamtkapazität maßgeblich durch die Kapazität des Oxidkontakts bestimmt wird. Größere Kontaktflächen würden die Ladungsenergie deutlich verringern und so den Nachweis der Transportprozesse erschweren. Zudem könnten größere Kontaktflächen zum vermehrten Auftreten von Defekten der Oxidbarrieren führen.

Die Orientierung des Tunnelkontakts senkrecht zur Biegerichtung des Bruchkontakts sorgt zudem noch dafür, dass beim Brechen der Proben dieser möglichst wenig mechanische Belastung erfährt. Ursprünglich aus der Befürchtung des Brechens des Oxidkontakts heraus entstanden, erweist sich diese Geometrie auch in anderer Hinsicht als hilfreich. Grabovskij et al. [Gra+12] und Lisenfeld et al. [Lis+15] berichten von 2-Niveau-Systemen in Oxiden, die sich durch mechanische Belastung energetisch beeinflussen lassen. Da diese sowohl auf die Ladungseffekte des SETs als auch auf die Transportprozesse einen Einfluss haben, hilft die Nichtbelastung der Oxidbarriere, diese Einflüsse gering bzw. konstant zu halten.

Die Ausrichtung der Gate-Elektrode entlang der Biegerichtung des Substrats wurde in den ersten Entwürfen des SETs aus praktischen Gründen gewählt. Da die Messungen unterschiedlicher Proben keine statistisch signifikante Abhängigkeit der Gate-Kapazität von der Biegung des Substrats zeigen, wurde die Ausrichtung bis zum jetzigen Zeitpunkt beibehalten.

Bedingt durch die Schattenbedampfung ist die Einschnürung des Bruchkontakts doppelt auf dem Substrat vorhanden. Um einen Einfluss der doppelten Brücke zu bestimmen, wurde eine Bruchkontakt-Probe ohne Tunnelkontakt untersucht. Die Ergebnisse werden in Abschnitt 5.1 diskutiert.

3.2 Der mechanische Versuchsaufbau

Für die Messungen an supraleitenden Einzelelektronentransistoren werden tiefe Temperaturen benötigt. Zum einen bedingt die Verwendung von Aluminium als supraleitendes Material

und der Wunsch, die Supraleitung mit der BCS-Theorie zu beschreiben, eine Temperatur deutlich unterhalb der Sprungtemperatur von Aluminium $T_c = 1,2\text{ K}$. Zum anderen sollen die Ladungseffekte am SET möglichst einfach beschreibbar bleiben, was ebenfalls tiefe Temperaturen voraussetzt. Die in dieser Arbeit untersuchten SETs haben eine Ladungsenergie im Bereich von $100\text{ }\mu\text{eV}$, was in etwa der Temperatur $E_C / k_b = 1,15\text{ K}$ entspricht. Um nicht zu viele Effekte höherer Ordnung berücksichtigen zu müssen, sind Temperaturen im Bereich 100 mK angebracht.

3.2.1 Das Kühlsystem

Als Kühlsystem wird der kommerziell erhältliche Entmischungskryostat “AirLiquide Maxidil 100” (siehe Abbildung 3.3) verwendet. Die genaue Funktionsweise und der technische Aufbau von Entmischungskryostaten wird vielfach in Fachbüchern (z. B. [Pob07]) beschrieben. An dieser Stelle sollen nur auf einige Eckdaten und Besonderheiten des verwendeten Systems eingegangen werden.

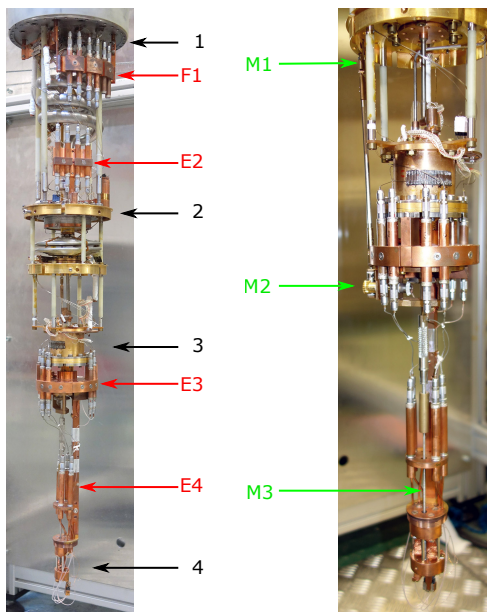


Abbildung 3.3: Fotografische Darstellung des Kryostaten. In der Übersichtsdarstellung (links) sind die unterschiedlichen Stufen zu erkennen. Die obere Platte der IVC (1) befindet sich im Heliumbad bei $4,2\text{ K}$. An der Destille (2) werden 700 mK erreicht. Die Mischkammer (3) ist mit $\leq 35\text{ mK}$ der kälteste Bereich des Kryostaten. An der Probenkammer (4) werden $\leq 50\text{ mK}$ erreicht. In der Übersichtsdarstellung sind die Filter der elektrischen Verkabelung (siehe Abschnitt 3.3.1) zu erkennen. Eingesetzt werden einfache RC -Filter (E1) bei $4,2\text{ K}$ und Kupferpulverfilter an der Destille (E2), an der Mischkammer (E3) und kurz vor der Probenkammer (E4). In der Detaildarstellung (rechts) des unteren Aufbaus sind die Komponenten des mechanischen Antriebs zu erkennen (siehe Abschnitt 3.2.3). Zwischen der Führung der Welle an der Cold-Plate (M1) und dem Versatzgetriebe (M2) ist eine miniaturisierte Kardanwelle angebracht. Das Versatzgetriebe versetzt die Achse der Drehbewegung auf die Achse der differentiellen Gewindestange (M3).

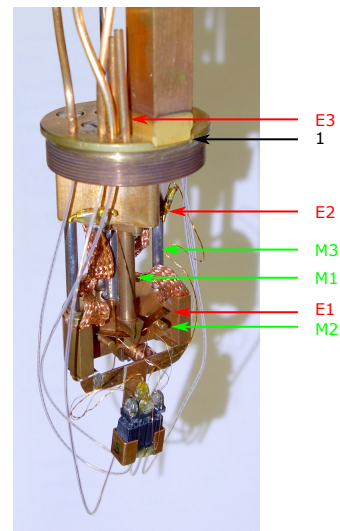
Innerhalb des Kryostaten unterteilt sich das System in Bereiche unterschiedlicher Temperatur, die bei den Versuchen durch Kälteschilde voneinander getrennt werden. Die IVC (englisch von Inner Vacuum Chamber) befindet sich im Heliumbad bei $4,2\text{ K}$. Im nächst kälteren Bereich der Destille (Still) werden ca. 700 mK erreicht. Im kältesten Bereich des Aufbaus, der Mischkammer, erreicht der Aufbau momentan regelmäßig $\leq 35\text{ mK}$. Unterhalb der Mischkammer und somit innerhalb des Zentralfeldes des supraleitenden Magneten im Dewar ist die Probenkammer an einer Halterung aus sauerstofffreiem Kupfer befestigt. Im Laufe dieser Arbeit konnte durch

Verbessern des thermischen Kontakts zwischen Proben- und Mischkammer sowie dem Reduzieren der thermischen Last die Temperatur der Probenkammer von 80 mK auf regelmäßig ≤ 50 mK gesenkt werden. Zur besseren thermischen Ankopplung wurden unter anderem die Kontaktflächen der einzelnen Bauteile überarbeitet, teilweise neu gestaltet und mit einer Goldbeschichtung versehen. Als weiches und edles Metall bildet die Goldbeschichtung keine Oxide und hilft, die mikroskopischen Kontaktflächen zu vergrößern.

3.2.2 Bruchmechanik

Innerhalb der in Abbildung 3.4 dargestellten Probenkammer befindet sich die Bruchmechanik. Mit dieser kann die Probe, gehalten von zwei Gegenlagern, mit einem Stempel gebogen

Abbildung 3.4: Fotografische Darstellung der Probenkammer. Dargestellt sind der Stempel (M1) und die Gegenlager (M2) der Bruchmechanik. Die Gegenlager (M2) sind an einem Probentisch befestigt, der mit der differentiellen Gewindestange (verdeckt) entlang der Führungsstangen (M3) bewegt werden kann. Als elektrische Komponente (siehe Abschnitt 3.3) sind neben einigen Teilen der Verkabelung die Probe (E1) und die Referenzwiderstände (E2) zu erkennen. Alle Messleitungen werden durch dünne Röhrchen (E3) in die Probenkammer geführt. Zusammen mit dem nicht dargestellten Becher stellt die Probenkammer einen faradayschen Käfig dar und reduziert die Einstrahlung von Störungen. Der termische Kontakt zwischen Probenkammer und Halterung im Kryostaten (1) konnte mit vergoldeten Kontaktflächen verbessert werden.



werden, indem Stempel und Gegenlager mechanisch gegeneinander bewegt werden. Mit der Gestaltung des Bruchkontakts als freistehende Brücke wird die Biegung der Probe auf eine Dehnung des Bruchkontakts mit einem Untersetzungsverhältnis im Bereich $1 : 10^4$ übertragen (vgl. [vRui+96]). Durch kontrolliertes Biegen der Probe kann der Bruchkontakt gebrochen und eingestellt werden. Obwohl die Probe allein schon sehr große Untersetzungsverhältnisse gestattet, müssen Stempel und Gegenlager möglichst stetig und präzise gegeneinander bewegt werden können. In diesem Fall wird eine differentieller Gewindestange mit zwei Gewinden unterschiedlicher Ganghöhe genutzt (Abbildung 3.3, M3). Obwohl sich die Gewindestange bei einer Umdrehung durch eines der Gewinde 0,7 mm gegenüber des an der Probenkammer befestigten Stempels bewegt, sorgt das zweite Gewinde am beweglichen Probentisch (mit Gegenlagern) für 0,8 mm Bewegung des Probentisches bezüglich der Gewindestange. Insgesamt ergeben sich so 100 μ m Verstellweg bei einer Umdrehung der differentieller Gewindestange. Die mechanische Führung des 1 cm dicken Probentisches erfolgt durch vier Edelstahlstifte verteilt um die Gewindebuchse.

3.2.3 Mechanischer Antrieb

Als eine der Herausforderungen dieser Arbeit stellte sich die Aufgabe heraus, die mechanische Drehbewegung von einem Motor außerhalb des Kryostaten an die differenzielle Gewindestange zu bringen. Das Kühlsystem nimmt viel Raum im Kryostaten ein und es gibt keine gerade Verbindung zwischen der Drehdurchführung ins Vakuumsystem des Kryostaten und der differenziellen Gewindestange an der Probenkammer (siehe Abbildung 3.3). Die Achse der Drehbewegung muss an zwei Stellen versetzt werden. An der Basisplatte der IVC wird ein schon im Aufbau vorhandenes Stirnradgetriebe ohne Untersetzung genutzt, um die Drehachse an den Aufbauten des Mischsystems vorbeizuführen.

Der zweite Versatz der Drehachse erfolgt direkt unterhalb der Mischkammer (Abbildung 3.3, M2) durch ein neu entwickeltes Versatzgetriebe. Die Bestandteile des Versatzgetriebes (siehe

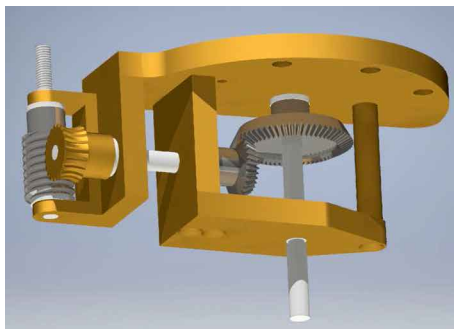


Abbildung 3.5: Gerenderte Darstellung des neu entwickelten Versatzgetriebes. Dargestellt sind das Schneckengetriebe (links) mit einer Untersetzung 1 : 20 und das Winkelgetriebe mit einer Untersetzung 1 : 2. Alle Flächen mit mechanischer Belastung werden durch Teflonscheiben geschützt. Alle Wellen wurden aus Edelstahl produziert und werden in der Messinghalterung geführt.

Abbildung 3.5) sind ein Schneckengetriebe mit einer Untersetzung 1 : 20 sowie ein Winkelgetriebe mit einer Untersetzung 1 : 2. Bei der Konzeptionierung des Versatzgetriebes wurde spezielles Augenmerk auf die Tieftemperatureigenschaften gelegt. Alle Führungen der Edelstahlachsen sind daher aus Messing hergestellt und an allen Kontaktflächen mit zu erwartender Krafteinwirkung Unterlegscheiben aus Teflon eingebaut. Dies ermöglicht den reibungsarmen und damit dissipationsarmen Betrieb.

Im Zuge der Arbeiten am Antrieb stellte sich zusätzlich heraus, dass die an der Bruchmechanik messbare Drehbewegung keine konstante Winkelgeschwindigkeit aufwies. Der Grund hierfür war ein ungleiches Drehmoment in Abhängigkeit der Ausrichtung der Wellen zwischen IVC und Mischkammer. Altersbedingte Ermüdung der Aufhängung des Kryostaten ist dafür verantwortlich, dass die mechanischen Führungen auf den unterschiedlichen Ebenen des Kryostaten nicht mehr vollständig fluchtend ausgerichtet sind. Dies hat zur Folge, dass bei der Drehbewegung unterschiedliche laterale Kräfte auf die Führungen wirken. Die Reibung an den Führungen der Wellen erzeugen schließlich ein ausrichtungsabhängiges Drehmoment. Der Einbau von einer miniaturisierten Kardanwelle (Abbildung 3.3, zwischen M1 und M2) mit nur zwei Führungspunkten und der Möglichkeit, laterale Bewegungen auszugleichen, führte letztendlich zu einem kontinuierlich laufenden Antrieb. Zusätzlich wurde durch Verwendung einer extrem dünnwandigen Stahlwelle (Wandstärke 0,1 mm) die thermische Last auf die Mischkammer deutlich reduziert.

Mit der zusätzlichen Untersetzung 1 : 40 der Drehbewegung durch das beschriebene Versatzgetriebe und der soliden Führung der Bruchmechanik ist das mechanische System des

Aufbaus zur Untersuchung langzeitstabiler Bruchkontakte sehr gut geeignet. Thermische Verformungen oder Entlastung von Spannungen im oberen Teil des Antriebs wirken sich, einmal angehalten, nicht mehr auf die Bruchmechanik und den Kontakt aus. Als Motor wird der bürstenlose DC Motor Faulhaber 2232G mit einer Encoderauflösung von 1024/Umdr sowie einer nachgeschalteten Untersetzung 1: 548 gesteuert von einem MCDC3006 Motorcontroller genutzt. Zusammen erlauben der mechanische Antrieb, die Bruchmechanik und die hochpräzise Regelung des Motors ein langsames kontinuierliches Biegen der Probe.

Die Stabilität der Bruchmechanik und des Antriebs geht natürlich auch mit einer Einschränkung einher. Durch die vielen mechanischen Bauteile ist der Wärmeeintrag durch Reibung beim Bewegen der Bruchmechanik verhältnismäßig groß. Soll ein Kontakt bei einkondensiertem Mischsystem verändert werden, kann eine maximale Versatzgeschwindigkeit von Stempel und Gegenlager von $14\text{ }\mu\text{m/h}$ genutzt, wenn Probe und Mischkammer nicht über 200 mK erwärmt werden sollen. Zum Vergleich wird zum erstmaligen Brechen des Kontakts ein Versatz von $2\text{--}5\text{ mm}$ benötigt. Einmal gebrochen kann mit einem Versatz von $100\text{--}300\text{ }\mu\text{m}$ der Tunnelkontakt wieder vollständig geschlossen werden. Ist die Erwärmung des Aufbaus nicht limitierend, ermöglicht der verwendete Motor eine maximale Versatzgeschwindigkeit von $1,6\text{ mm/h}$.

3.3 Der elektrische Versuchsaufbau

In diesem Abschnitt soll auf den elektrischen Versuchsaufbau eingegangen werden. Mit dem Ziel die einzelnen Transportphänomene am SET zu messen, müssen einige Vorüberlegungen zum Konzept und der Umsetzung der elektrischen Messungen getätigt werden.

Für die Messung von Transportprozessen im Blockadebereich (hierunter fallen sowohl Coulomb-Blockade als auch die supraleitende Energielücke) muss der Bias in Form einer Spannung angelegt werden. Ein Strombias hätte einen sofortigen Sprung der Transportspannung auf einen Bereich außerhalb des Blockadebereichs zur Folge.

Zur Erklärung, Berechnung und Einordnung der Transportprozesse am Einzelelektronentransistor in Abhängigkeit der Gate-Spannung muss klar sein, gegen welches Potenzial die Gate-Spannung definiert und angelegt wird.

Durch den Bruchkontakt lässt sich der normalleitende Widerstand einer einzelnen Probe während der Messung in einem großen Bereich (von $100\text{ k}\Omega$ bis $> 5\text{ M}\Omega$) verändern. Zusätzlich sollen für einen eingestellten Kontakt Effekte innerhalb und außerhalb des Blockadebereichs gleichzeitig gemessen werden. Als Beispiel hierfür finden sich in den Strom-Spannungskennlinien des SETs Strombeiträge im Bereich von 100 pA im Blockadebereich sowie einem Maximalstrom von 100 nA außerhalb der Blockade. Dementsprechend muss die Messung eine möglichst hohe Dynamik in vielen Widerstandsbereichen unterstützen.

Um die Auflösung nicht zu beeinträchtigen, müssen äußere Störeinflüsse gering gehalten werden. Unter anderem fallen thermisches Rauschen, die Einkopplung von externen Störsignalen sowie Thermospannungen unter die äußeren Störeinflüsse.

Bei den Messungen zu dieser Arbeit wurde ausschließlich ein zum Erdpotenzial symmetrischer Gleichspannungsbias verwendet. Wie in Abbildung 3.6 dargestellt, sind zwei Referenzwider-

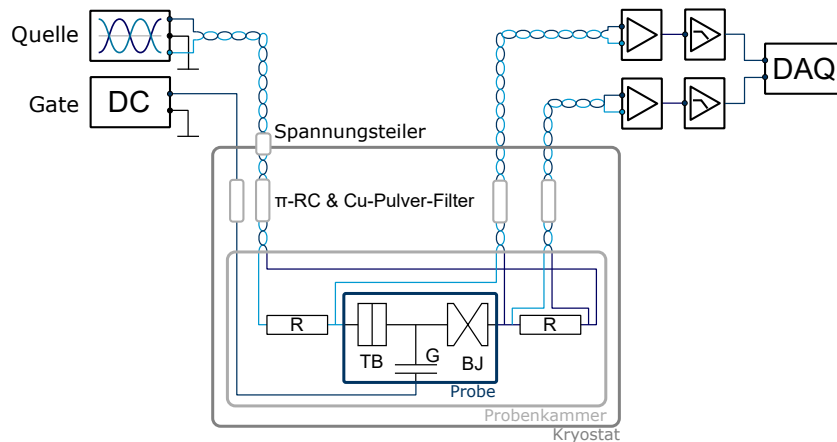


Abbildung 3.6: Schematische Darstellung des elektrischen Versuchsaufbaus. Die Probe, bestehend aus Bruchkontakt (BJ), Tunnelkontakt (TB) und Gate-Elektrode (G), ist im Bias-Stromkreis in Reihe mit zwei Referenzwiderständen (R) geschaltet. Durch die zwei Referenzwiderständen wird die Symmetrie der genutzten Spannungsquelle erhalten. An der Durchführung in den Kryostaten wird die Quellspannung durch einen symmetrischen Spannungsteiler reduziert. Die Gate-Spannung wird gegen die gemeinsame Masse und damit relativ zur Common-Mode-Spannung an der Probe angelegt. Der Spannungsabfall über der Probe (Bias-Spannung) wird direkt gemessen. Der Strom durch die Probe wird indirekt über den Spannungsabfall über einen der Referenzwiderstände bestimmt. Die Spannungs-Signale werden in jeweils zwei hintereinander geschalteten Verstärkern für die Digitalisierung vorbereitet (siehe Abschnitt 3.3.2). Die zweiten Verstärker besitzen eine anpassbare Verstärkung und optionale Tiefpassfilter. Alle symmetrischen bzw. differenziellen Signale werden außerhalb der Probenkammer als Twisted-Pair geführt (siehe Abschnitt 3.3.1). In allen Mess- und Bias-Leitungen kommen mehrere Kupferpulver-Filter und π -RC-Filter zum Einsatz.

stände symmetrisch um die Probe in einer Reihenschaltung im Bias-Stromkreis verteilt. Diese dienen zum Schutz der Probe gegen Überspannungen aus der Spannungsquelle des Bias und begrenzen den Strom durch die Probe in Bereichen mit niedrigem differentiellen Widerstand. Zusätzlich lässt sich mit einem der Widerstände der Strom durch die Probe mit einer Spannungsmessung bestimmen. Sowohl die Probenspannung als auch der zum Strom durch die Probe proportionale Spannungsabfall am Referenzwiderstand werden differentiell gemessen. Die Gate-Spannung wird gegenüber des Erdpotenzials angelegt. Zum Aufzeichnen der Strom-Spannungs-Kennlinie des SETs wird die an den Bias-Stromkreis angelegte Spannung bei konstanter Gate-Spannung zeitlich langsam ($f_{\text{Bias}} < 1 \text{ Hz}$) variiert und kann als Quasi-DC-Bias bezeichnet werden. Auf eine direkte Messung der differentiellen Größen dI und dV mit einem Lock-In-Verstärker wird verzichtet. Für die Lock-In Messung müsste neben der Quasi-DC-Spannung auch ein Wechselspannungsanteil an den Bias-Stromkreis angelegt werden. Dieser Wechselspannungsanteil würde die Spannungs- und Stromauflösung der Quasi-DC-Messung reduzieren.

Als Referenzwiderstände kommen hochpräzise Metalldünnschichtwiderstände mit einem Widerstand von $R = 50 \text{ k}\Omega$ zum Einsatz. Diese müssen ein möglichst geringes Temperaturverhalten (typisch 10 % Erhöhung zwischen RT und 50 mK) aufweisen. Die Referenzwiderstände sind

im Kryostat direkt in der Probenkammer montiert. Wegen des Temperaturverhaltens muss auf eine gute thermische Ankopplung der Metallfilme in den Referenzwiderständen geachtet werden. Vor dem Einbau in den Kryostaten wird die Plastik- bzw. Porzellan-Verpackung der Widerstände entfernt und so der Metallfilm freigelegt. Nach der elektrischen Isolierung des Metallfilms mit Tieftemperaturlack (GE-Varnish) wird der Widerstand in ein dünnes flexibles Silberband fest eingeschlagen. Das Silberband erleichtert die mechanische Installation des Widerstands und sorgt für eine gute thermische Ankopplung des Metallfilms. Bei fabrikneuen Widerständen ändert sich der bei den ersten Abkühlvorgängen erreichte Widerstand. Erst nach Altern des Widerstands durch einige thermische Zyklen zwischen Raum- und Tieftemperatur ist der erreichte Tieftemperaturwiderstand stabil. Hierzu reicht das Abkühlen auf die Siedetemperatur von flüssigem Stickstoff ($T = 77\text{ K}$) aus. In der Regel müssen mehrere Widerstände hergestellt und gealtert werden, bis ein Paar mit passenden Widerständen zur Aufrechterhaltung der Symmetrie des Bias gefunden wird.

3.3.1 Verkabelung und Filterung

Der Verkabelung kommen als Schnittstelle von Messelektronik und Probe viele verschiedene Aufgaben zu. Neben der Übertragung der zu messenden Signale hat die Verkabelung die Aufgabe, die oben angesprochenen äußeren Störeinflüsse zu verringern oder ganz zu vermeiden. Zusätzlich soll durch die Verkabelung möglichst wenig thermische Last ins System eingebracht werden. Als weitere wichtige Bedingung muss durch die Verkabelung die elektronische Temperatur an der Probe möglichst klein gehalten werden.

Die symmetrische bzw. differenzielle Auslegung der Bias- und Messleitung unterdrückt den Einfluss eventueller Thermospannungen, sofern die Paare die gleichen Kontakte zwischen unterschiedlichen Metallen durchlaufen und gleichen Temperaturgradienten ausgesetzt sind. Thermospannungen auf der Gate-Leitung können nicht unterdrückt werden, wirken aber nur als konstanter Offset. Zusätzlich bewirkt die als Paar geführte Verkabelung durch die hohe Gleichtaktunterdrückung eine starke Dämpfung für elektrisch eingekoppelte Störungen. Der magnetischen Einkopplung von Störungen wird durch die Auslegung der Verkabelung als Twisted-Pair entgegengewirkt.

Als thermische Anker und zur Senkung der elektronischen Temperatur werden mehrere Stufen von zweiadrigen Kupferpulver-Filtern genutzt. Dieses Konzept wurde in der Vorgängerarbeit [Sch10] erarbeitet. Die Filter besitzen eine durch den Skin-Effekt hervorgerufene breitbandige Dämpfung im Bereich hoher Frequenzen (-80 dB bei $> 1\text{ GHz}$), die zur Senkung der elektronischen Temperatur bei tiefen Temperaturen benötigt wird. Messungen zu Transmissionscharakteristik baugleicher Filter von [Tha+17] zeigen, dass das in den Filtern verwendete Leitermaterial einen Einfluss auf die Filtercharakteristik hat. Für alle untersuchten Leitermaterialien gibt es oberhalb der Grenzfrequenz materialabhängige Bereiche mit reduzierter Filterleistung. Um eine gleichmäßige Dämpfung zu erhalten, bietet es sich an, unterschiedliche Leitermaterialien in mehreren Filterstufen zu nutzen. Im Aufbau werden daher Kupferpulver-Filter mit Kupferkabeln ($\varnothing 50\mu\text{m}$) an der Destille und kurz vor der Probenkammer sowie Kupferpulver-Filter mit Manganinkabeln ($\varnothing 45\mu\text{m}$) an der Mischkammer eingesetzt.

Zwischen den Filterstufen werden unterhalb von 4,2 K jeweils zwei 45 μm Manganinkabel als Twisted-Pair in einer Edelstahl-Kapillare (Innendurchmesser: 120 μm) geführt. Mit der vergleichsweise geringen Wärmeleitung von Manganin und Edelstahl lässt sich auch schon bei der Verwendung von eher kurzen Kabeln (20–30 cm) der thermische Eintrag durch die Kabel in das System verringern. Als Bonus besitzen die verwendeten Kapillarkabel zusätzlich eine elektrische Filterwirkung für höhere Frequenzen (gemessen –20 dB bei > 1 GHz, –80 dB bei > 10 GHz), die mit dem Widerstand, der Kapazität und den Induktivitäten der Kapillaren begründet werden kann [Tha+17].

Mit Kapillarkabeln und Filtern zusammen ergibt sich beim Vergleich der Messung von supra-leitenden Tunnelkontakten mit den Ergebnissen aus [Sch10] eine genügend große Dämpfung, um von einer elektronischen Temperatur von unter 100 mK auszugehen. Bei Versuchen mit regulären Aluminiumbruchkontakten im Einatomkontakt-Bereich fiel allerdings auf, dass nur wenige Ordnungen der multiplen Andreev-Reflexion klar zu erkennen sind (siehe Abbildung 3.7), obwohl höhere Ordnungen und eventuell der Suprastrom erkennbar sein müssten. Als mögliche Ursachen konnten Verunreinigung des benutzten Aluminiums oder magnetische

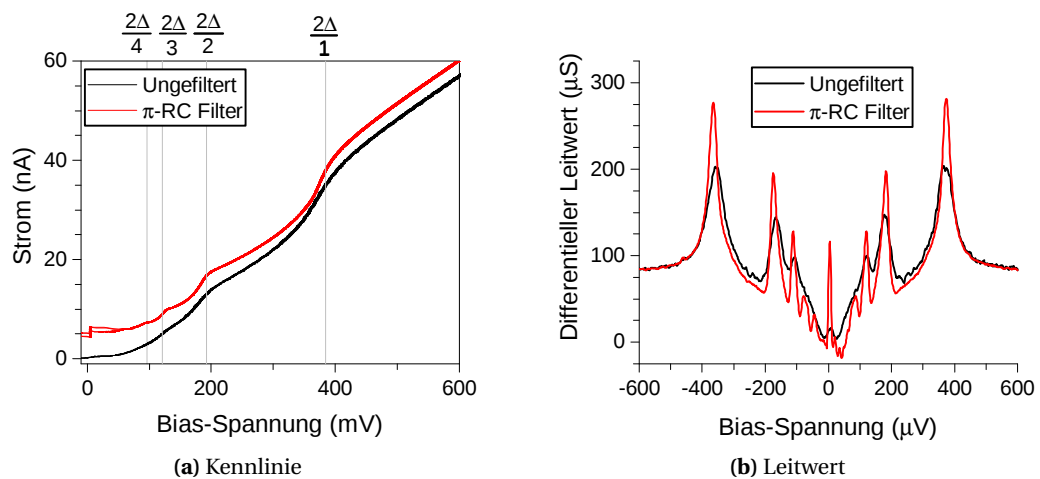


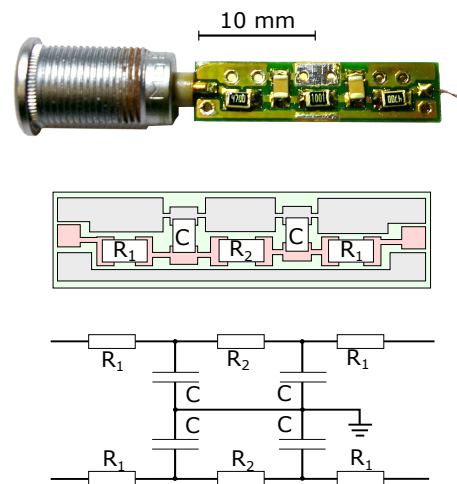
Abbildung 3.7: Kennlinie und daraus berechneter differentieller Leitwert eines Aluminium-Bruchkontakts mit $R = 12 \text{ k}\Omega$. Dargestellt sind jeweils eine Messung ohne Filterung und mit einem π -RC-Filter mit Abschneidefrequenz 100 kHz. Als Kennlinien (a) sind die gemessenen Daten mit einem künstlichen Versatz von 5 nA direkt dargestellt. Mit π -RC-Filter sind in der Kennlinie mehr Ordnungen der multiplen Andreev-Reflexion klarer erkennbar. Zusätzlich ist in der Messung mit Filterung ein Suprastrom klar vorhanden. Die Verbesserung der Auflösung zeigt sich auch im differentiellen Leitwert (a). Die Leitwertmaxima durch die multiplen Andreev-Reflexionen sind mit Filterung schärfer und höhere Ordnungen sind erkennbar.

Restfelder in ferromagnetischen Materialien nahe der Probe ausgeschlossen werden. Letztendlich führte der Einsatz von einfachen RC-Tiefpässen mit einer Grenzfrequenz um 100 kHz in der Bias- und den Messleitungen zu einer merklichen Verbesserung der Auflösung (siehe Abbildung 3.7). Welcher physikalische Mechanismus ohne Filter zu einer Verschlechterung der Auflösung führt, bleibt bislang unklar. Die Tatsache, dass sich ein Tiefpassfilter in der Bias-Leitung positiver als eine Tiefpass in den Messleitungen auswirkt, lässt allerdings darauf schließen, dass Störungen im Bereich einiger hundert Kilohertz auf dem Bias verantwortlich

waren. Dagegen spricht, dass die Verwendung unterschiedlicher Spannungsquellen keine Verbesserung brachte.

Für die Messung an den Einzelelektronentransistor wurde deshalb als erste Filterstufe bei 4,2 K ein symmetrischer RC -Tiefpass entwickelt. Die für den Tiefpass benötigten Widerstände und Kondensatoren in SMD-Bauweise werden auf eine speziell für diesen Zweck entwickelte Leiterplatte angelötet. Die Auslegung der Leiterplatte erlaubt zum einen den Einbau der Filter in vorhandene Halterungen im Kryostat und zum anderen die Implementierung anderer Schaltungen, wie einem symmetrischen Spannungsteiler mit Tiefpass. Die RC -Tiefpassfilter sind nach dem π Prinzip ausgelegt. Dieses Layout zeigte in Simulationen¹ steilere Flanken als andere Schaltungen mit vergleichbaren Kapazitäten. Zudem besitzt der Filter aus beiden Richtungen die gleiche Impedanz. In der praktischen Handhabung der Filter muss so nicht auf die Einbaurichtung geachtet werden.

Abbildung 3.8: Leiterplatte (oben), Bestückungs- (mitte) und Schaltplan (unten) der symmetrischen RC -Tiefpass-Filter. Die Leiterplatte ist zweiseitig gestaltet, wobei jede der Seiten für eine der symmetrischen geführten Signalleitungen genutzt wird. Die abgebildete Leiterplatte ist bereits mit Bauteilen bestückt und durch GE-Varnish elektrisch isoliert. Die kleine Dimension der Leiterplatte erlaubt den Einbau in die normalerweise genutzten Filtergehäuse (Kupferröhrchen mit 8 mm Außendurchmesser). Im Bestückungsplan sind Masseflächen (grau) und signalführende Leiterbahnen (rot) gekennzeichnet. Die Leiterplatte kann durch Ersetzen einzelner Bauteile auch für andere Schaltungen (z. B. Spannungsteiler mit Tiefpass) genutzt werden. Mit der im Schaltplan dargestellten Bestückung besitzt der RC -Filter eine Impedanz, die unabhängig von der Einbaurichtung ist.



Die thermische Ankopplung der Bauteile erfolgt durch Kupferpulver, mit welchem der Raum zwischen Leiterplatte und Filtergehäuse aufgefüllt wird. Zuvor werden die Leiterplatte und Bauteile mit GE-Varnish elektrisch isoliert. Spätere Messungen von Thalmann [Tha+17] zeigen eine gute Filtercharakteristik im vorgesehenen Frequenzbereich bis 10 MHz.

Für den wie hier vorgesehenen Einsatz bei tiefen Temperaturen müssen entsprechende elektrische Bauteile genutzt werden. In diesem Fall wurden mit Metallschicht-Widerständen sowie NP0/COG-Kondensatoren² Bauteile mit möglichst geringerem Temperaturverhalten gewählt. Unter Verwendung der Charakterisierung der Filter bei 77 K lässt sich dennoch eine Erhöhung der Grenzfrequenz (bei Raumtemperatur 150 kHz) um bis zu 40 % bei 4,2 K abschätzen. Spätere Messung mit den eingebauten kalten RC -Filtern zeigen keinen Unterschied zu Messungen mit den Filtern bei Raumtemperatur.

¹Für die Simulationen der Schaltung wurde die frei verfügbare Software LTSpice genutzt.

²NP0 und COG sind Bezeichnungen nach EN und EIA Norm für Kondensatoren ohne Änderung der Kapazität im Temperaturbereich -55 °C to 125 °C . Bei der Auswahl passender Kondensatoren muss allerdings zusätzlich auf die Toleranzen des Temperaturverhaltens geachtet werden.

Die Verkabelung, das Messkonzept und die eingesetzten Filter beschränken die für Messungen zur Verfügung stehende Bandbreite. Obwohl die Grenzfrequenz der eingesetzten RC -Filter mit 150 kHz hoch gewählt wurde, wirkten vor allem bei einer vollständig geöffneten hochresistiven Probe, die Referenzwiderstände und die eingesetzten Kapazitäten als Tiefpass mit einer Grenzfrequenz von ungefähr 200 Hz. Zusätzlich erzeugt die Messverkabelung eine verhältnismäßig große kapazitive sowie induktive Kopplung zwischen den als Paaren geführten Signalen. Beide Effekte spielen bei echten DC-Messungen keine Rolle, müssen aber bei der zeitlichen Variation des Bias in der Quasi-DC-Messung berücksichtigt werden.

3.3.2 Messelektronik

Bei der technischen Realisierung des Messkonzepts muss vor allem bei Messungen von mesoskopischen Transportphänomenen großes Augenmerk auf die an der Messung beteiligten Geräte und deren Verschaltung gelegt werden. In diesem Abschnitt werden die einzelnen Geräte mit ihren für den Versuch wichtigen Eigenschaften vorgestellt.

Als Spannungsquelle des Quasi-DC-Bias kommt der Stanford Research Systems Funktionsgenerator DS360 zum Einsatz. Der Funktionsgenerator unterstützt die Generierung einer rauscharmen, sinusförmigen Wechselspannung mit variabler Frequenz ($10\text{ mHz} < f < 10\text{ kHz}$) und Amplitude ($20\mu\text{V}_{\text{pp}} < V < 40\text{ V}_{\text{pp}}$). Besonders interessant für das gewählte Messkonzept ist die Ausgabe als symmetrisches Signal, wobei die Common-Mode-Spannung durch ein von außen definierbares Potenzial (der Messerde) festgelegt werden kann. Dies bedeutet, dass der Ausgang des Gerätes potenzialfrei bzw. nur hochohmig mit der Schutz Erde verbunden ist.

Die Verstärkung der an Referenzwiderstand und Probe gemessenen Spannungssignale erfolgt jeweils durch zwei hintereinandergeschaltete separate Messverstärker. Als erster Verstärker der Kette wird ein NF LI-75A mit differenziellem Eingang und einer konstanten Verstärkung (100-fach) genutzt. Als zweite Verstärkerstufe mit variabler Verstärkung und der zusätzlichen Möglichkeit analoger Filter kommt der Stanford Research Systems SR560 zum Einsatz. Die Auslegung der Verstärkung als Kette von zwei Verstärker ist mehreren Gegebenheiten geschuldet.

Die als Vorverstärker eingesetzten LI-75A haben für diesen Einsatz bessere Charakteristiken der Eingänge, wie etwas weniger Rauschen und geringere differenzielle Spannungsoffsets am Eingang. Zusätzlich können sie als Geräte ohne eingebautes Netzteil nahe an der Durchführung der Messleitungen am Kryostat positioniert werden.

Bei der Messung unterschiedlicher Probenwiderstände muss allerdings die Verstärkung auf die danach folgende Datenerfassung angepasst werden können. Dies bedingt die Benutzung der SR560 mit variabler Verstärkung als zweite Stufe. Die manchmal beim Schalten der Einstellungen auftretenden Spannungsspitzen am Eingang gelangen durch das Zwei-Stufen-Prinzip nicht direkt an die Proben. Kritische Schaltvorgänge sind dabei das Umschalten von Batterie und Netzbetrieb, die Wahl der Eingangskopplung und das Hinzuschalten der dynamischen Reserve. Sehr selten wurden Spannungsspitzen beim Umschalten der Verstärkung oder der Filtereinstellungen beobachtet. Die in den Messungen oft genutzte Möglichkeit der analogen Filterung der Signale vor der Digitalisierung erleichtert die spätere Auswertung.

Als ein Nachteil der Verstärkerkette ist das Verhalten bezüglich Gleichspannungsoffsets und deren Drift anzusehen. Mit zwei statt einem Verstärker in der Messung erhöht sich die Anzahl möglicher Quellen für Offsets und Drifts. Viel gravierender wirkt sich die Verstärkerkette allerdings bei der Messung kleiner Signale aus. Gerade hier sind hohe Verstärkungsfaktoren der SR560-Verstärker wünschenswert, um die Signale auf den Bereich der Datenerfassung zu skalieren. Mit zunehmender Verstärkung reduziert sich der zulässige Bereich der Eingangssignale an den SR560-Verstärkern. Neben dem eigentlichen Nutzsignal sind alle Offsets der LI-75A-Verstärker Bestandteil des Eingangssignals der nachgeschalteten SR560. Werden die Offsets zu groß, wird der Eingang der SR560 überlastet.

Abhilfe schafft hier nur ein regelmäßiges Ausgleichen des Offsets der LI-75A mit dem im Verstärker vorhandenen Trimpotentiometer. Mit diesem kann der Offset bis auf eine Genauigkeit von ca. $100\text{ }\mu\text{V}$ am Ausgang der LI75-A ausgeglichen werden. Soll bei Messungen die absolute Spannung bestimmt werden, müssen der nicht ausgeglichene Restoffset und eventuelle Drifts des Offsets anders berücksichtigt werden.

Den letzten Schritt der analogen Messung stellt die Digitalisierung der Spannungssignale dar. Hierfür wird die Datenerfassungskarte USB-6218BNC von National Instruments genutzt. Die Datenerfassungskarte unterstützt unter anderem die in dieser Arbeit genutzte Abtastung beider Kanäle mit jeweils 50 kHz Samplingrate und 16bit Datentiefe bei $\pm 5\text{ V}$ Messbereich. Ein wesentlicher Vorteil des USB-6218BNC sind die potenzialfreien Eingänge sowie die Isolierung gegenüber der Masse des PCs.

Ein Nachteil ergibt sich aus dem von der Karte durchgeführten Multiplexen der Kanäle auf einen Analog-Digital-Wandler. Beim Durchschalten der Kanäle kann es zum kurzzeitigen Übersprechen zwischen den Kanälen kommen. In den digitalisierten Daten taucht das Übersprechen durch geschickt gewähltes Timing nicht mehr auf. Die Verstärkerkette verhindert einen physikalischen Einfluss des Übersprechens auf die Probe.

Die Temperaturmessbrücke TRMC2 mit acht Kanälen für resistive Temperatursensoren wird zum Auslesen der Thermometer benutzt. Als Stromquelle für den supraleitenden Magneten ($0,1\text{ T/A}$) ist eine Twickenham SMC 80-10 vorhanden. Mit dieser können Magnetfelder bis zu 8 T an der Probe erzeugt werden. Wichtiger als die größeren Felder ist allerdings die Auflösung von ungefähr $0,2\text{ mT}$ im Feldbereich bis 100 mT . Zur Überwachung des Kryostaten werden zudem ein Helium-Füllstandsmesser und ein Durchflusssensor im Mischsystem eingesetzt.

3.3.3 Einfluss und Reduktion von Störungen

Ein wichtiger Aspekt für die Messung kleiner Spannungen und Ströme ist das Verhalten des Versuchsaufbaus bei und die ergriffenen Maßnahmen gegen elektrische Störung. Mittel- und hochfrequente Störungen lassen sich bei der Datenerfassung mit einem Quasi-DC-Bias verhältnismäßig einfach unterdrücken, haben aber einen großen Einfluss auf die physikalischen Transportphänomene an der Probe.

Glücklicherweise sind für die Übertragung in diesen Frequenzbereichen hauptsächlich elektrische Felder ausschlaggebend. Bei genügender Filterung der elektrischen Zuleitung wirken die

ohnehin im Aufbau vorhandenen leitfähigen thermischen Schilde als Faraday'scher Käfig und reduzieren damit eingestrahlte Störungen. Als letzte Abschirmung wirkt die Probenkammer, wobei in dieser das Eindringen von elektromagnetischer Strahlung durch den Einsatz von langen Kupferröhrchen mit geringem Innendurchmesser als Durchführung nach außen auch im höheren Frequenzbereich weiter vermindert wird (siehe Abbildung 3.4).

Niederfrequente Störungen, vor allem die Störungen durch die 50 Hz-Netzfrequenz, wirken sich weniger auf die Transportprozesse, sondern mehr auf die Auflösung der Datenerfassung aus. Mitunter können die Störeinflüsse deutlich größere Amplituden als die beobachteten Effekte haben. Mit der Entscheidung gegen eine schmalbandige Lock-In-Messung verbleibt nur die Methode der Mittelung, wie etwa durch den Einsatz der analogen Tiefpassfilter in den eingesetzten Verstärkern oder der weiter unten beschriebenen digitalen Datennachverarbeitung, um den Einfluss von im Messsignal vorhandenen Störungen zu begegnen. Umso wichtiger ist es, die Einkopplung der Störungen auf die Messsignale zu reduzieren.

In den Messungen werden verschiedene Maßnahmen zur Reduktion niederfrequenter Störungen umgesetzt, die im Folgenden erläutert werden.

Massentrennung In fast allen mit Netzspannungen versorgten Geräten befinden sich Netzfilter, die Störungen des Netzes und Wechselströme mit Netzfrequenz auf die Schutz-Erde ableiten. Die Auftrennung zwischen der Mess-Erde des Kryostat und der Schutz-Erde der am Aufbau befindlichen Geräte mit Netzanschluss sorgt für eine Reduktion der Störungen im Messsignal. Hierfür werden unter anderem die potenzialfreie Auslegung der Bias- und Gate-Spannungsquellen, die mit Gleichspannung versorgten Verstärker und die erdungsfreie Datenerfassung benötigt. Zusätzlich wurden spezielle Geräte zur galvanischen Trennung von Steuersignalen zwischen der Mess- und Schutz Erde eingeführt.

Masseschleifen In Masseschleifen können Ringströme durch magnetische Störungen induziert werden. Die Ringströme bewirken kleine Potenzialdifferenzen, die letztendlich in den Signalen wiederzufinden sind. Gerade an den direkt mit der Messung beteiligten Geräten wurde die Anzahl der Masseschleifen reduziert. Bei dringend benötigten Schleifen durch beispielsweise Kabelschirmungen wurde auf eine Reduzierung der umschlossenen Fläche Wert gelegt. Auch hier sind die potenzialfreien Ein- bzw. Ausgänge der Verstärker und Spannungsquellen unentbehrlich.

Phasentrennung Geräte mit größerer elektrischer Leistung sowie Schaltnetzteile können Störungen in das Stromnetz zurückspeisen. Die Auftrennung der Netzspannungsversorgung am Aufbau (sowie im ganzen Labor) in eine saubere Phase für Messgeräte, eine leicht verunreinigte für beispielsweise PCs oder andere nicht direkt an der Messung beteiligten Geräten sowie eine schmutzige Phase für Pumpen und Hochleistungsgeräte sorgte für eine weitere Reduktion von niederfrequenten Störungen in den Messergebnissen.

Großes Signal Es stellte sich als unerlässlich heraus, außerhalb des Kryostaten mit möglichst hohen Spannungssignalen zu arbeiten. Hierfür wurden die ersten Vorverstärker direkt

an der Durchführung der Signalleitungen zu Raumtemperatur positioniert. Der Spannungsbias wird an der Durchführung in einem Spannungsteiler reduziert. Damit wird der Einfluss von eingekoppelten Störungen reduziert und das Signal/Rausch-Verhältnis verbessert.

Räumliche Anordnung Die Anordnung der unterschiedlichen Geräte um den Versuchsaufbau trägt ebenfalls zum Erscheinen oder zur Reduktion von Störungen bei. Alle Geräte mit Netzanschluss wurden möglichst weit von den unverstärkten Messsignalen entfernt. Zwar müssen durch den räumlichen Abstand teilweise längere Signalleitungen mit mehr Angriffsfläche für Störungen verwendet werden, aber die Einkopplung von Störungen durch interne Netzteile stellte sich als wesentliche Störungsquelle heraus. Zusammen mit der Vorverstärkung bzw. Teilung der Signale am Kryostaten konnte das Rauschniveau um einen Faktor zwei bis drei gesenkt werden.

Letztendlich tragen alle oben genannten Maßnahmen zwar zu einer Reduktion von Störungen bei, können den Eintrag aber nicht vollständig verhindern. Mit dem gewählten Konzept der Quasi-DC-Messungen sind vor allem die niederfrequenten Störungen ein Problem, das sich auch mit dem Einsatz der Tiefpassfilter (mit Grenzfrequenz 30 Hz) in der zweiten Verstärkerstufe nicht ganz unterdrücken lässt. Durch die Forderung nach akzeptablen Messdauern kann auch der Quasi-DC-Bias nicht beliebig langsam variiert und die Abschneidefrequenzen der Filter weiter gesenkt werden. Dennoch ist es möglich, die Störungen auf ein Maß zu reduzieren, dass eine geschickte Art der Nachbearbeitung der digitalisierten Daten verlässliche und rauscharme Ergebnisse entstehen lässt.

3.4 Datenerfassung und Prozessierung

Nach der Einführung des generellen Messkonzepts im vorangegangenen Abschnitt soll im Folgenden auf die Art und Weise der Datenerfassung und der digitalen Weiterverarbeitung der Daten eingegangen werden.

Die Transporteigenschaften der untersuchten SETs zeigen sich in den Strom-Spannungskennlinien und hängen von der an der Gate-Elektrode angelegten Spannung ab. Bedingt durch die eingesetzte Spannungsquelle lässt der Bias sinusförmig variieren. Die Gate-Spannung kann zeitlich konstant eingestellt werden.

Die grundlegende Idee besteht nun darin, jeweils mehrere Perioden des Bias als Quelle für eine Strom-Spannung-Kennlinie bei konstanter Gate-Spannung aufzuzeichnen. Diese Erfassung wird für unterschiedliche Einstellungen der Gate-Spannung wiederholt. Während der Datenverarbeitung werden die aufgezeichneten Verläufe von Strom und Spannung in eine Strom-Spannung-Kennlinie konvertiert. Die Darstellung und Auswertung erfolgt dann in einem Konturdiagramm oder in Farbdarstellung des Stroms oder Leitwerts als Funktion der Bias-Spannung an der Probe und der angelegten Gate-Spannung.

In manchen Fällen ist nicht der genaue Verlauf der Kennlinie, sondern nur der Leitwert der Probe von Interesse. Dies ist beispielsweise beim Aufzeichnen von Öffnungs- oder Schließkurven sowie beim Einstellen des Kontakts der Fall. Auch in diesem Fall wird der sinusförmige Bias genutzt und der Leitwert direkt von der Messsteuerung aus den Verläufen von Strom und Spannung an der Probe ermittelt.

3.4.1 Einstellungen der Datenerfassung

Die durch die Verkabelung begrenzte Bandbreite des Messaufbaus von 200 Hz sowie die eingesetzten Tiefpassfilter der Verstärker mit Grenzfrequenz 30 Hz bedingen eine langsame Variation des Bias. Hinzu kommt, dass die zeitliche Änderung des sinusförmigen Bias gerade im Blockadebereich betragsmäßig am größten ist. Um möglichst wenige der Effekte im Blockadebereich durch die eingesetzten Tiefpässe herauszufiltern, wurden deshalb geringe Bias-Frequenzen im Bereich $20\text{ mHz} \leq f \leq 250\text{ mHz}$ für die Erfassung der Kennlinien eingesetzt. Damit ist die Bias-Frequenz einen Faktor 100 kleiner als die Abschneidefrequenz der Tiefpassfilter. Beim Erstellen von Öffnungs- oder Schließkurven und beim Einstellen des Kontakts werden auch höhere Frequenzen im Bereich $1\text{ Hz} \leq f \leq 5\text{ Hz}$ eingesetzt. Bei der Wahl der Amplitude des Bias muss immer ein Kompromiss zwischen einem breiten Bereich der Kennlinie außerhalb der Blockade und einer akzeptablen Auflösung innerhalb der Blockade eingegangen werden.

Mit dem Argument, keine Effekte durch die Digitalisierung der Messdaten zu verlieren, sollte die Datenerfassung mit einer zeitlichen Auflösung von 3 kHz (Faktor 100 größer als die Abschneidefrequenz der Tiefpassfilter) arbeiten. Die deutlich höhere Abtastfrequenz der Datenerfassung von 50 kHz pro Kanal wurde aus folgendem Grund gewählt:

Die eingesetzte Datenerfassung besitzt nur einen DAC mit vorgesetztem Multiplexer. Auch bei kleineren Erfassungsraten wird dadurch die Integrationszeit des DAC nur unerheblich vergrößert. Der Einfluss von analogem und digitalem Rauschen kann nicht durch eine niedrigere Abtastrate verringert werden. Diesem Effekt kann durch sogenannten Übersampling und anschließender zeitlicher Mittelung des erfassten Signals entgegengewirkt werden. Die zeitliche Mittelung bewirkt eine Reduzierung des Rauschens und eine Reduktion der Datenrate. In der Datenerfassung für diese Arbeit werden die digitalisierten Signale vor der weiteren Verarbeitung oder Speicherung auf eine Zeitbasis von 5 kHz heruntergerechnet.

3.4.2 Messsteuerung und Speicherung

Die grundlegende Idee der Messung wird durch eine im Zuge dieser Arbeit entwickelte Messsteuerung umgesetzt. Der auf LabVIEW basierenden modularen Softwarelösung fallen dabei viele unterschiedliche Aufgaben zu. Die schnell und kontinuierlich abgetasteten Daten der Spannungsmessungen an Probe und Referenzwiderstand werden heruntergerechnet, in einzelne Perioden aufgeteilt und vorevaluiert. Die Vorevaluation umfasst unter anderem die Behandlung von Offsets sowie die Berechnung von Widerständen aus der aktuellen Kennlinie

(siehe unten). Zusätzlich wird die Erfassung und Steuerung von allen äußeren Parametern, wie Verstärkungsfaktoren, Gate-Spannung, angelegtem Magnetfeld oder Temperaturen, von der Messsteuerung übernommen. Bei der vollständig automatisierten Messung wird das Aufzeichnen mehrerer Perioden des Bias und die Einstellung aller äußeren Parameter von der Messsteuerung übernommen. Die Messsignale für Strom und Spannung werden dabei mit den anderen eingestellten und erfassten Parametern in einem binären Datenformat für die Datenverarbeitung gespeichert. Durch die Automatisierung lassen sich beispielsweise die Transporteigenschaften für fein variierte Gate-Spannungen aufzeichnen.

Widerstände am Einzelelektronentransistor

Der normalleitende elektrische Widerstand (bzw. Leitwert) der Probe ist während der Durchführung und der späteren Auswertung der Messungen zur Einordnung des gerade vorliegenden Regimes unverzichtbar. Daher wird dieser schon während der Datenerfassung von der Messsteuerung aus den während einer Periode des Bias erfassten Strom- und Spannungssignalen mit unterschiedlichen Methoden abgeschätzt bzw. berechnet. Erschwert wird die Widerstandsberechnung durch die Coulomb-Blockade und der Nichtlinearität der Kennlinie des Transistors. Auch wenn der äußere Bias sinusförmig angelegt wurde, hat das erfasste Spannungs- und Stromsignal nicht mehr unbedingt einen sinusförmigen Zeitverlauf.

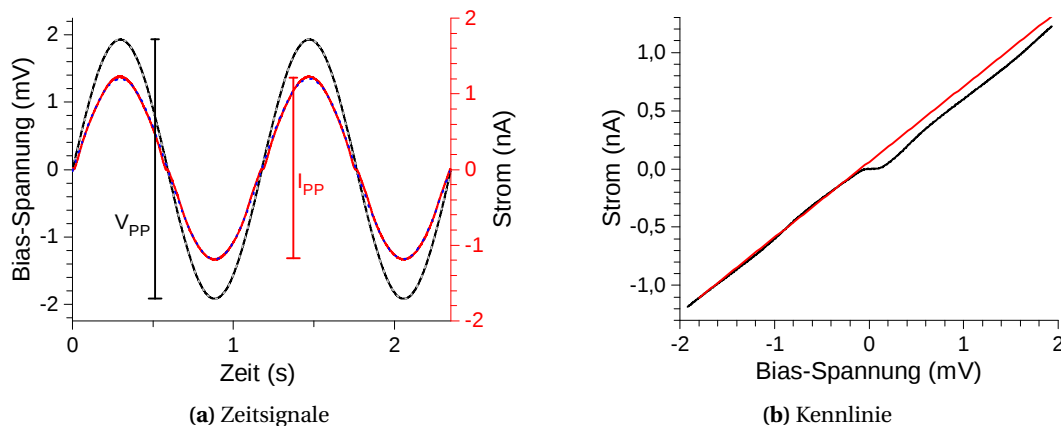


Abbildung 3.9: Experimentelles Spannungs- Stromsignal einer SETs mit Coulomb-Blockade dargestellt als (a) Zeitverlauf und (b) Kennlinie. Für die Widerstandsberechnung können die Amplituden von Strom I_{PP} und Spannung V_{PP} genutzt werden. Durch die Coulomb-Blockade haben Strom und Spannung keinen perfekt sinusförmigen Zeitverlauf. Trotzdem können die Amplituden durch eine nichtlineare Regression (gepunktet grau für Spannung und gepunktet blau für Strom) ermittelt werden. In der Kennlinie (b) kann der Widerstand durch eine lineare Regression (rot) ermittelt werden. Für die dargestellten Spannungs- und Stromsignale ergeben sich die Widerstände $1,596\text{ M}\Omega$ mit den Peak-To-Peak-Amplituden, $1,623\text{ M}\Omega$ mit den RMS-Amplituden, $1,617\text{ M}\Omega$ mit den Amplituden der nichtlinearen Sinus-Regression und $1,543\text{ M}\Omega$ durch die lineare Regression der Kennlinie.

Als einfachste Abschätzung des Widerstands bietet es sich an, die Amplituden der gemessenen Spannung und des gemessenen Stroms zu nutzen (siehe Abbildung 3.9). Hierbei ist zu beachten, dass sich Störungen oder Rauschen auf den Signalen bei der Verwendung der

Peak-To-Peak-Amplituden auf den gemessenen Widerstand auswirken. Weniger anfällig gegen Störungen auf den Messsignalen ist die RMS-Amplitude und der damit bestimmte Widerstand. Die Verwendung der Peak-To-Peak- und RMS-Amplituden zur Widerstandsbestimmung hat den Vorteil, dass die Berechnung relativ einfach und numerisch stabil ist und damit immer durchgeführt werden kann. Bei genügend großer Amplitude sind die so berechneten Widerstände auch beim Vorliegen einer Coulomb-Blockade eine gute Abschätzung des normalleitenden Widerstands.

Um den Widerstand der Probe auch bei kleineren Bias-Amplituden bestimmen zu können, bietet sich die Methode der linearen Regression der Kennlinien außerhalb der Blockade für beide Polaritäten des Bias an. Der so bestimmte Widerstand ist der normalleitende Widerstand der Probe. Ein Nachteil der Methode der linearen Regression ist, dass die Stützstellen aufgrund des sinusförmigen Bias ungleich verteilt sind und das Ergebnis der Regression stark von der gewählten unteren Grenze abhängt. Die Abhängigkeit des Ergebnisses von der Wahl der Grenzen der Regression verstärkt sich, wenn außerhalb des zentralen Blockadebereichs ausgeprägter Coulomb-Staircase zu erkennen ist.

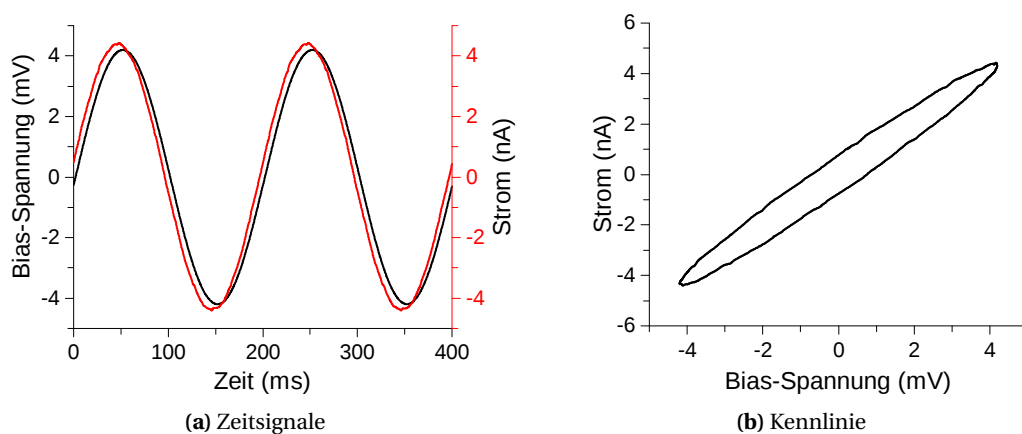


Abbildung 3.10: Widerstandsbestimmung mit Hystere. Spannungs- und Stromsignal eines ohmschen Widerstands mit $R = 1 \text{ M}\Omega$ als Testprobe dargestellt als (a) Zeitverlauf und (b) Kennlinie. Der Bias wurde mit einer Frequenz $f_{\text{Bias}} = 5 \text{ Hz}$ moduliert. Durch die Kapazitäten in den Messleitungen und den hohen Widerstand der Testprobe sind der gemessene Strom und Spannung phasenverschoben. Die Kennlinie weist eine Hystere auf. Mit den Amplituden wird der Widerstand der Testprobe auf $953 \text{ k}\Omega$ bestimmt. Unter Einbezug der Phasenverschiebung der Signale, die mit der nicht linearen Regression bestimmt wurde, ergibt sich ein Widerstand von $969 \text{ k}\Omega$.

Bedingt durch die Kapazitäten in den Messleitungen kann es vor allem bei größeren Frequenzen des angelegten Bias und/oder bei großen Probenwiderständen³ zu einer nicht unerheblichen Phasenverschiebung zwischen Strom- und Spannungssignal kommen (siehe Abbildung 3.10). Diese führt zu einer Hystere in der Kennlinie und macht so den durch lineare Regression berechneten Widerstand unbrauchbar. Auch die über die Amplituden berechneten Widerstände charakterisieren in diesem Fall nicht den ohmschen Probenwider-

³Benötigt wird dieser Fall hauptsächlich bei der Überwachung des Probenwiderstands beim Einstellen des Bruchkontakts oder bei der Aufzeichnung von Öffnungs- und Schließkurven, da hier die Bias-Frequenz direkt die Abtastfrequenz des Widerstands darstellt.

stand, sondern hauptsächlich den Blindwiderstand der Messverkabelung. Die Phasenlage von Strom und Spannungssignal lässt sich durch die nichtlineare Regression von beiden Signalen unter Annahme eines phasenverschobenen sinusförmigen Verlaufs berücksichtigen. Aus der angepassten Amplitude und Phasenlage lässt sich sowohl der Scheinwiderstand als auch der Wirkwiderstand als Entsprechung des ohmschen Widerstands berechnen. Bedingt durch die relative Häufung der Datenpunkte an den Extrema des Bias beeinflussen die nichtlinearen Blockadeeffekte den berechneten Widerstand nur in geringen Maße.

Insgesamt werden während der Vorevaluation durch die Messsteuerung fünf Widerstandswerte berechnet. Diese ergeben sich den Peak-to-Peak- und RMS-Amplituden, durch lineare Regression und durch die aus der nichtlinearen Sinus Regression gewonnenen Amplituden mit und ohne Berücksichtigung der Phasenlage. Da die lineare Regression außerhalb des Blockadebereichs die beste Entsprechung für den ohmschen Widerstand der Probe darstellt, wird dieser, sofern nicht anders beschrieben, in dieser Arbeit als Probenwiderstand angegeben.

Behandlung von Offsets

Als reale technische Geräte tragen sowohl die Bias-Quelle als auch die Verstärker zu einem zusätzlichen gemessenen Spannungswert bei. Diese Geräte-Offsets müssen bei der Analyse der gewonnenen Transporteigenschaften als technisch bedingte Artefakte kompensiert werden. Obwohl es bei den eingesetzten Verstärkern grundsätzlich möglich ist, den Offset durch manuelle Einstellung an den Geräten möglichst genau zu kompensieren, machen der thermische Drift der Offsets und die lang dauernden Messungen von bis zu 12 h pro Kontakt eine automatisierte Behandlung der Offsets nötig.

Die numerische Berechnung des vorliegenden Offsets kann durch unterschiedliche Methoden durchgeführt werden. Hierbei können, wie auch schon bei der Bestimmung der Amplituden, die reinen Peak-To-Peak-Werte, eine Mitteilung über eine Periode oder die sinusförmige Regression als Quelle für den Wert des Offsets dienen. Allerdings muss für alle Methoden vorausgesetzt werden, dass die Bias-Spannung perfekt symmetrisch um 0 V generiert wird und die gemessenen Signale punktsymmetrisch zu 0 V bzw. 0 A sind. Beide Voraussetzungen sind bei den Messungen der Einzelelektronentransistoren nur ungenügend erfüllt.

In der automatisierten Durchführung kommt deshalb in regelmäßigen Intervallen eine besondere Methode zur Messung der Verstärkeroffsets zum Einsatz. Nach dem Umschalten bzw. Anlegen der Gate-Spannung und vor Beginn der Aufzeichnung der Kennlinie werden die Bias-Leitungen auf die Messerde kurzgeschlossen. Das dann nur noch von den Verstärkern ausgegebene Spannungssignal wird über längere Zeit gemittelt (in der Regel 5 s), als kombiniertes Offset der Verstärkerkette gespeichert und bei der weiteren Datenverarbeitung berücksichtigt. Der so gemessene Offset kompensiert den Ausgangsoffset der ersten Verstärkerstufe sowie den Eingangs- und Ausgangsoffset der zweiten Stufe. Der Eingangsoffset der ersten Verstärkerstufe, der durch kleine Asymmetrien in den Eingangsströmen hervorgerufen wird, kann durch die Messung nicht kompensiert und muss bei der Weiterverarbeitung und Auswertung anderweitig berücksichtigt werden. Der Eingangsoffset der als erste Stufe verwendeten LI-75A Verstärker beträgt nach Simulation von Richter [Ric17] ungefähr 50 pA. Mit der vorliegenden

Beschaltung kann daraus für die Spannungsmessung ein Offset von ungefähr $5\text{ }\mu\text{V}$ abgeschätzt werden.

3.5 Digitale Datenverarbeitung

Wie bereits beschrieben, wird während den Messungen der zeitliche Verlauf der Spannung über der Probe und dem Referenzwiderstand für mehrere Perioden der sinusförmig variierten Bias-Spannung bei konstanten äußeren Parametern aufgezeichnet und gespeichert. Bis auf die Reduktion der Datenrate werden keine weiteren digitalen Veränderungen oder Skalierungen der aufgezeichneten Daten vorgenommen. Dies hat den Vorteil, dass für die digitale Datenverarbeitung quasi unveränderte Rohdaten zur Verfügung stehen und unterschiedliche Skalierungen, Umrechnungen und Filter einfach angewendet werden können.

Die digitale Datenverarbeitung und grafische Aufarbeitung wird im Umfeld der Visualisierungs- und Auswertungssoftware Origin von weitestgehend selbst entwickelten Softwaremodulen vorgenommen. Neben der einfachen Skalierung der Daten werden neben der Konvertierung der aufgezeichneten Daten in Strom-Spannungs-Kennlinien auch digitale Filter eingesetzt. Die dafür genutzten numerischen Methoden sollen im Folgenden erläutert werden.

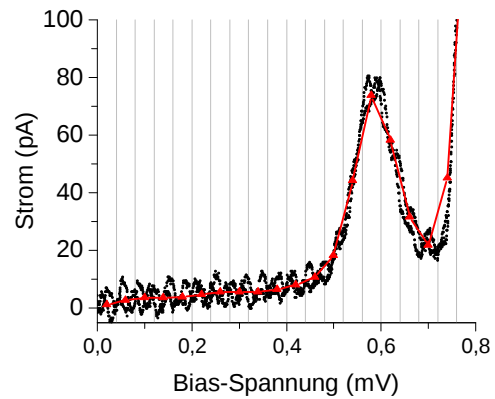
3.5.1 Konvertierung in Strom-Spannungs-Kennlinien

In den meisten Fällen ist nicht der zeitliche Verlauf von Strom und Spannung, sondern der Strom in Abhängigkeit der abfallenden Spannung von Bedeutung. Während der Messungen werden Strom und Spannung für mehrere Perioden des angelegten Bias mit hoher Datenrate aufgezeichnet. Als Quelle einer einzelnen Strom-Spannungs-Kennlinie sind damit in der Regel deutlich mehr als 100 000 Datenpaare aus Strom- und Spannungswerten verfügbar. Eine direkte Verarbeitung oder Darstellung dieser großen Menge an Datenpunkten ist kaum sinnvoll. Hinzu kommt die technische Einschränkung, dass für das Darstellen von Kontur- oder Farbdarstellungsdiagrammen sowie für die numerische Ableitung die Daten mit äquidistanten Stützstellen des Bias vorliegen müssen. Zusätzlich sind sowohl im Strom als auch in der Spannung als gemessene Daten die Effekte von Störungen und Rauschen vorhanden.

Bei der Konvertierung der gemessenen zeitbasierten Datenreihen in einfache Kennlinien wird auf eine Abwandlung des Verfahrens eines sogenannten statistical data binnings bzw. einer Klasseneinteilung zurückgegriffen (siehe z. B. [Pie15]). Die Korrelation von Spannung und Strom zu einem Datenpaar erfolgt dabei über die Zeit. Bildlich gesprochen wird bei der Klasseneinteilung die unabhängige Größe, hier die Spannung, in einzelne äquidistante Fächer (Bins) unterteilt (siehe Abbildung 3.11). Die Bins stellen die Stützstellen der entstehenden Kennlinie dar. Die gemessenen Wertepaare aus Strom und Spannung werden danach in diese Fächer sortiert. Der Stromwert eines Faches wird typischerweise als arithmetisches Mittel aller in das Fach sortierten Werte berechnet. Zur Berechnung des Fachwertes können auch andere Methoden wie Minimal- bzw. Maximalwert oder Median genutzt werden. Die Wahl der

Methode bestimmt unter anderem, welche Informationen in der Kennlinie vorhanden sind, und die Filterwirkung der Konvertierung.

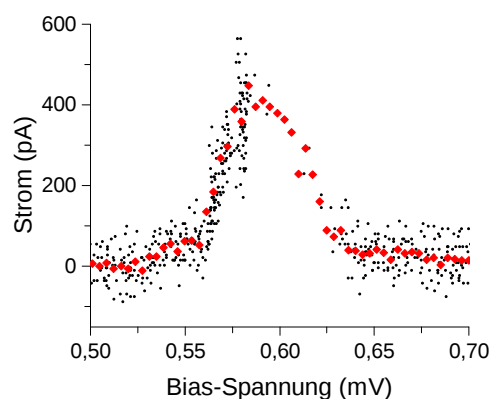
Abbildung 3.11: Konvertierung von Strom- und Spannungs-Zeit-Signalen in eine Kennlinie. Die Spannungsachse wird in äquidistante Fächer unterteilt (graue Linien). Alle Wertepaare aus Strom und Spannung (schwarze Punkte) innerhalb eines Fachs werden für die Brechung des Stromwerts des einzelnen Fachs (rot) als arithmetisches Mittel genutzt. Die Konvertierung reduziert Störungen auf den Messdaten. Mit den realen Messdaten werden deutlich schmalere Fächer gewählt.



Die Methode zur Konvertierung trägt erheblich zur Reduktion von Störungen und damit zum Erhöhen der Auflösung bei. Durch die Mittelung wird statistisches Rauschen stark reduziert. Periodische Störungen werden ebenfalls reduziert, allerdings hängt hier das Ergebnis sehr stark von dem gewählten Spannungsbereich und der Anzahl der Fächer bei der Konvertierung, der verwendeten Frequenz des Bias und der Anzahl der aufgezeichneten Perioden ab.

Die Mittelung setzt voraus, dass gleiche Effekte in jeder Wiederholung der Messung für das gleiche Ergebnis der Messung verantwortlich sind. Im Fall von hysteretischem Verhalten muss bei der Konvertierung zusätzlich die Variationsrichtung der Spannung beachtet werden. Hysteresen können in den Messungen einerseits durch die Tiefpasswirkung des Messaufbaus und andererseits durch kritische Effekte der Supraleitung auftreten. Bei der Konvertierung werden deshalb für jeden Satz an aufgezeichneten Perioden zwei unterschiedliche Kennlinien mit steigender bzw. fallender Spannung generiert.

Abbildung 3.12: Konvertierung von Strom- und Spannungs-Zeit-Signalen mit einem Sprung durch einen kritischen Strom. Dargestellt sind die gemessenen Datenpaare aus Strom und Spannung (schwarz) und die Datenpunkte der konvertierten Kennlinie (rot). Beim Erreichen des kritischen Stroms (hier ca. 500 pA) springt durch die endliche Impedanz des Bias sowohl Strom als auch Spannung an der Probe. Im Bereich des Sprungs ($0,575\text{ mV} \leq V_B \leq 0,625\text{ mV}$) sind nur wenige Datenpunkte in den aufgezeichneten Signalen (schwarz) enthalten. Durch die Konvertierung wird der Sprung als kontinuierlicher Verlauf (rot) wiedergegeben.



Als ein wesentlicher Nachteil der Konvertierung in Kennlinien ist der Verlust der zeitlichen Information zu werten (siehe Abbildung 3.12). Kommt es beispielsweise durch kritische Ströme in supraleitenden Messungen zu einem sprungartigen Verhalten der Spannung, so tauchen diese Sprünge als linearer Verlauf in den konvertierten Kennlinien auf. Bei der Identifizierung

und Charakterisierung der supraleitenden Prozesse müssen sowohl der Zeitverlauf von Strom und Spannung als auch die konvertierten Kennlinien beachtet werden.

3.5.2 Digitale Filterung und Differenzierung

Obwohl die Konvertierung der Messdaten zu Strom-Spannungs-Kennlinien einen großen Beitrag zur Verringerung von Störungen liefert, müssen bei einigen Messungen zusätzlich digitale Filter eingesetzt werden. Der Einsatz von digitalen Filtern ist bei der verwendeten Prozessierung sowohl vor als auch nach der Konvertierung zu Kennlinien möglich. Dabei wirken die vor der Konvertierung eingesetzten Filter als zusätzlicher Tiefpass und nach Konvertierung direkt auf das Stromsignal. Nach der Untersuchung von vielen Filtern mit unterschiedlichen Eigenschaften haben sich vor allem zwei Methoden als Standard für die zusätzliche Glättung in der Auswertung etabliert.

Als Filter vor der Konvertierung stellte sich der Einsatz eines einfachen gleitenden Mittelwerts als am effektivsten heraus. Der gleitende Mittelwert wird dabei sowohl auf die Datenreihe des Stroms als auch die der Spannung angewendet. Bei einer geschickten Wahl der Fensterbreite sorgt die anschließende Konvertierung für eine deutliche Reduktion von Artefakten durch periodische Störungen, ohne die echten Effekte zu stark zu beeinflussen.

Nach der Konvertierung ist der Einsatz eines Savitzky-Golay-Filters am effektivsten. Ähnlich zum gleitenden Mittelwert filtert dieser auf einem bewegten Fenster, nutzt aber eine Polynomregression der Punkte im Fenster zur Glättung des Verlaufs. Durch die polynomiale Regression wirkt der Savitzky-Golay-Filter hauptsächlich auf statistisches Rauschen ohne zu große Beeinflussung der Amplitude oder Breite von peakförmigen Stromverläufen. Mit der Auslegung als gleitendes Fenster wird zudem die Position von einzelnen Merkmalen in der Kennlinie nicht verändert.

Der Savitzky-Golay-Filter gestattet zudem die geglättete numerische Differenzierung des Stroms nach der Spannung und damit die Berechnung des differentiellen Leitwertes. Die Darstellung des Leitwertes ist in vielen Fällen der Darstellung des Stroms vorzuziehen, da sich dabei Merkmale unterschiedlichster Größe im Strom innerhalb einer Skala darstellen lassen.

Transport im supraleitenden Einzelektronentransistor

Für die Interpretation der Transporteigenschaften im vollständig supraleitenden SET muss auf das Zusammenspiel von Supraleitung bzw. supraleitender Transportvorgänge und der Coulomb-Blockade eingegangen werden. In diesem Fall soll zusätzlich die Beschränkung auf den Fall $E_J \ll E_C$ gelten, womit die Coulomb-Blockade nicht durch die Kopplung an die Zuleitungen unterdrückt wird. Zusätzlich wird durch $E_C < \Delta$ sichergestellt, dass die Eigenschaften nicht nur durch Einzelektroneneffekte bestimmt werden und somit das Zusammenspiel von Coulomb-Blockade und Supraleitung beobachtet werden kann. Die implizite Bedingung $E_J \ll \Delta$ kann für einfache Josephson-Kontakte durch Anwenden der Gleichungen (2.4) und (2.5) in die Anforderung $R \gg R_K$ an den normalleitenden Widerstand umgeformt werden.

Unter der Voraussetzung $E_J \ll E_C < \Delta$ lässt sich der Transport durch den SET durch eine Erweiterung der orthodoxen Theorie um supraleitende Transportprozesse beschreiben. Die Grundlage der orthodoxen Theorie bildet die Annahme, dass die Transportvorgänge durch die beiden Tunnelkontakte des SETs unabhängig voneinander stattfinden und sich damit vor und nach jedem Transport die Anzahl n der Ladungen auf der Insel angeben lässt. Der Strom durch den SET wird durch einen geschlossenen Zyklus durch Laden der Insel über den einen und Entladen der Insel über den anderen Kontakt getragen. Der Argumentation aus [FPT98] und [Poh99] folgend lassen sich aus den verschiedenen Möglichkeiten des supraleitenden Transports viele verschiedene Stromzyklen zusammensetzen und in Bias-Gate-Konturdiagrammen durch sogenannte Transportdiagramme identifizieren.

4.1 Modellierung der Probe

Aufgrund der Besonderheiten der verwendeten Proben (vgl. Abschnitt 3.1) muss das in Abschnitt 2.3 vorgestellte elektrostatische Modell des SETs um eine zusätzliche Kapazität zur Masse angepasst werden. Aus dem in Abbildung 4.1 dargestellten Ersatzschaubild lassen sich einige nützliche Definitionen und Vorüberlegungen ableiten.

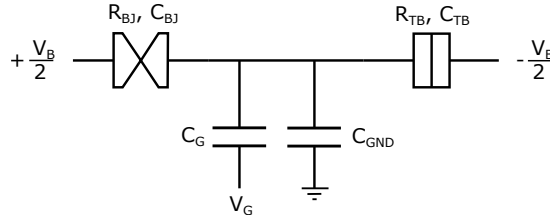


Abbildung 4.1: Ersatzschaltbild des untersuchten SETs. Die Insel des SETs wird durch den Bruchkontakt mit R_{BJ} und C_{BJ} und den Tunnelkontakt mit R_{TB} und C_{TB} gebildet. Der Bias des SETs ist symmetrisch mit dem positiven Pol am Bruchkontakt ausgelegt, sodass am Bruchkontakt $+V_B/2$ und am Tunnelkontakt $-V_B/2$ bezüglich eines gemeinsamen Massenpotenzials angelegt werden. Bei positiven Bias-Spannungen $V_B > 0$ findet hauptsächlich ein Transport von negativen Ladungsträgern über den Tunnelkontakt auf die Insel und über den Bruchkontakt von der Insel statt. Die Gate-Spannung V_G koppelt durch die Kapazität C_G an die Insel. Durch den Aufbau des SETs muss eine kapazitive Kopplung der Insel zum gemeinsamen Massenpotenzial durch C_{GND} berücksichtigt werden.

Die Herleitung für den Ausdruck der freien Energie des Systems gestaltet sich durch die zusätzliche Kapazität zwar etwas umständlicher, führt aber, neben der Anpassung der Gesamtkapazität als $C_\Sigma = C_{BJ} + C_{TB} + C_G + C_{GND}$, zum bereits vorgestellten Ergebnis aus Gleichung (2.15). Die zusätzliche Kapazität gegenüber Masse C_{GND} lässt sich in der elektrostatischen Ladungsenergie

$$E_Q(n) = \frac{(Q - ne)^2}{2C_\Sigma} \quad (4.1)$$

durch Hinzufügen einer Offsetladung Q_0 in der induzierten Ladung $Q = C_G V_G + Q_0$ berücksichtigen.

Als wichtiges Hilfsmittel bei den energetischen Abschätzungen zu den supraleitenden Transportbeiträgen wird der vom Bias hervorgerufene Potenzialunterschied V_{BJ} bzw. V_{TB} an den Kontakten benötigt. Hierbei besteht ein konstantes Verhältnis zwischen der angelegten Bias-Spannung und den Spannungen $V_{BJ} = \kappa_{BJ} V_B$ und $V_{TB} = \kappa_{TB} V_B$. Aus dem Modell eines kapazitiven Spannungsteilers folgt mit der Definition

$$\delta C := C_{BJ} - C_{TB} \quad (4.2)$$

unter Vernachlässigung des Ladungszustands

$$\kappa_{BJ} := \frac{V_{BJ}}{V_B} = \frac{C_{TB} + \frac{C_G + C_{GND}}{2}}{C_\Sigma} = \frac{1}{2} - \frac{\delta C}{2C_\Sigma} \quad (4.3)$$

sowie

$$\kappa_{TB} := \frac{V_{TB}}{V_B} = \frac{C_{BJ} + \frac{C_G + C_{GND}}{2}}{C_\Sigma} = \frac{1}{2} + \frac{\delta C}{2C_\Sigma}. \quad (4.4)$$

Der Ladungszustand der Insel muss bei den Berechnungen durch Gleichung (4.1) berücksichtigt werden.

4.2 Supraleitender Transport

Für die Beschreibung des supraleitenden Einzelektronentransistors müssen alle Möglichkeiten des supraleitenden Transports über den einzelnen Kontakt berücksichtigt werden. Nach [FPT98; Poh99] können die unterschiedlichen Möglichkeiten des supraleitenden Transports durch die Anzahl der transportierten Ladungen m und die Anzahl der beim Transport angeregten Quasiteilchen q unterschieden werden. Für einen Transport über einen einzelnen supraleitenden Kontakt kann aus m und q die minimal nötige Bias-Spannung $V = q\Delta/(me)$ bei $T = 0\text{ K}$ berechnet werden.

Das Tunneln von Quasiteilchen stellt den einfachsten Transport über den Kontakt dar. Beim Transport wird jeweils nur eine einzelne Ladung ($m = 1$) transportiert, allerdings müssen zwei Quasiteilchen generiert werden ($q = 2$). Im Folgenden wird der Transport von Quasiteilchen durch die Abkürzung QP (für Quasi Particle) oder e (für electron) bezeichnet.

Die unterschiedlichen Ordnungen der multiplen Andreev-Reflexion stellen einen weiteren supraleitenden Transportprozess dar. Von besonderer Bedeutung für die weitere Diskussion sind in dieser Arbeit die Andreev-Reflexion erster Ordnung mit einem Transport von zwei Ladungen ($m = 2$), die im Folgenden mit AR abgekürzt wird, und die multiple Andreev-Reflexion (abgekürzt mit MAR) zweiter Ordnung mit einem Transport von drei Ladungen ($m = 3$). Obwohl eine unterschiedliche Anzahl an Ladungen transportiert wird, müssen für den Transport durch die (multiplen) Andreev-Reflexionen jeweils nur zwei Quasiteilchen generiert werden ($q = 2$).

In einem naiven Bild kann der Suprastrom durch einen Kontakt, beschrieben durch den Josephson-Effekt und daher im Folgenden als J abgekürzt, als das Tunneln einzelner Cooper-Paare interpretiert werden. Beim Tunneln transportiert ein Cooper-Paar zwei Ladungen ($m = 2$) und benötigt keine Quasiteilchen ($q = 0$).

Als zusätzlicher Transportprozess lässt sich das Tunneln von bereits angeregten Quasiteilchen beschreiben. Die Quasiteilchen werden dabei hauptsächlich thermisch oder durch äußere Einstrahlung angeregt. Ihnen lassen sich eine transportierte Ladung ($m = 1$) sowie keine zusätzlich generierten Quasiteilchen ($q = 0$) zuordnen. Im Folgenden wird dieser Transport durch SM (von singularity matching) abgekürzt. Der Name leitet sich von den Transporteigenschaften der Quasiteilchen ab und beschreibt den Effekt, dass der Strom durch angeregte Quasiteilchen bei genauer Ausrichtung der Singularitäten in den Quasiteilchen-Zustandsdichten maximal wird.

4.3 Transportdiagramm

Mit den Überlegungen aus den vorherigen Abschnitten lässt sich zumindest für $T = 0\text{ K}$ berechnen, ab welcher Bias-Spannung die einzelnen Transportprozesse bei vorgegebener Gate-Spannung möglich sind. Mit der zusätzlichen Einschränkung auf einen positiven Wert des Bias ($V_B > 0$) muss nur das Laden der Insel durch den Tunnelkontakt sowie das Entladen durch den

Bruchkontakt berücksichtigt werden. Die elektrische Arbeit, verrichtet beim Transport von m Ladungen durch die Potenzialdifferenz am entsprechenden Kontakt, muss die Differenz in der elektrostatischen Ladungsenergie kompensieren und genügend Quasiteilchen anregen.

Für die unterschiedlichen Transportmechanismen, charakterisiert durch die Anzahl der transportierten Ladungen m und der angeregten Quasiteilchen q , findet man für eine vorgegebene Inselladung n und Gate-Spannung beim Laden der Insel

$$\begin{aligned} meV_{TB} &= me\kappa_{TB}V_B = E_Q(n+m) - E_Q(n) + q\Delta \\ &= 2mE_C \left(+\frac{C_G V_G + Q_0}{e} + n + \frac{m}{2} \right) + q\Delta \end{aligned} \quad (4.5)$$

und beim Entladen der Insel

$$\begin{aligned} meV_{BJ} &= me\kappa_{BJ}V_B = E_Q(n-m) - E_Q(n) + q\Delta \\ &= 2mE_C \left(-\frac{C_G V_G + Q_0}{e} - n + \frac{m}{2} \right) + q\Delta. \end{aligned} \quad (4.6)$$

Hierbei ist zu beachten, dass für die dissipativen Transporte die beiden Gleichungen bei vorgegebener Gate-Spannung jeweils die minimale für den Transport nötige Bias-Spannung definieren. Ab dieser sind die Prozesse möglich. Der Josephson-Transport über einen der Kontakte benötigt hingegen die exakte Erfüllung der entsprechenden Gleichung, da hierfür die Resonanz der Cooper-Paare benötigt wird.

Bei negativen Bias-Spannungen ($V_B < 0$) müssen, neben der Vertauschung der Vorzeichen bei der Berechnung der elektrischen Arbeit, das Laden der Insel durch die BJ durch

$$-me\kappa_{BJ}V_B = 2mE_C \left(+\frac{C_G V_G + Q_0}{e} + n + \frac{m}{2} \right) + q\Delta \quad (4.7)$$

und das Entladen der Insel durch die TB

$$-me\kappa_{TB}V_B = 2mE_C \left(-\frac{C_G V_G + Q_0}{e} - n + \frac{m}{2} \right) + q\Delta \quad (4.8)$$

berücksichtigt werden.

Trägt man die Gleichungen (4.5) bis (4.8) in der Bias-Gate-Ebene für verschiedene Inselladungen n grafisch auf, bilden diese ein Transportdiagramm (siehe Abbildung 4.2). Dieses ist bei der Identifikation der weiter unten beschriebenen Transportzyklen hilfreich. Bemerkenswert dabei ist die Tatsache, dass zur vollständigen Definition des Transportdiagramms, selbst bei der Berücksichtigung aller Transportmechanismen, immer nur fünf Parameter nötig sind. Diese Parameter sind die Ladungsenergie E_C (bzw. C_Σ), das supraleitende Gap Δ , die Gate-Kapazität C_G , die Offsetladung Q_0 und die Differenz der Kapazitäten der Kontakte δC . In der Praxis muss durch die nicht vollständig kompensierten Verstärkeroffsets (vgl. Abschnitt 3.4.2) ein sechster Parameter δV_B als Verschiebung des Transportdiagramms entlang der Bias-Achse eingeführt werden.

Während sich Δ in der Regel durch die Messung der ungebrochenen Probe bestimmen lässt, müssen die übrigen Parameter für jede Probe und jeden neu eingestellten Kontakt aus den

vorliegenden Messungen bestimmt werden. In der Praxis wird das Transportdiagramm durch das Identifizieren von charakteristischen Stromzyklen in den Messdaten herausgearbeitet und gestattet dann die Identifikation anderer Transportzyklen.

Im normalleitenden Zustand sind die Quasiteilchen Linien des Transportdiagramms mit $\Delta = 0$ äquivalent zum Stabilitätsdiagramm des SETs wie beschrieben in Abschnitt 2.3.1.

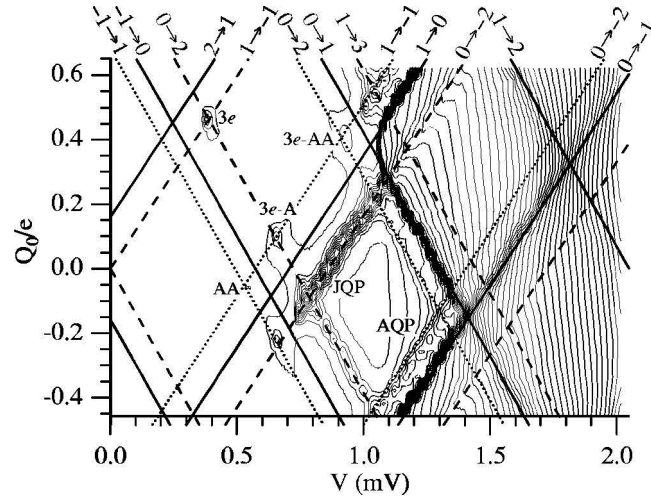


Abbildung 4.2: Konturdiagramm des Stroms durch einen supraleitenden SET als Funktion der Bias-Spannung und der Offsetladung Q mit Transportdiagramm. Durchgehende Linien beschreiben den Quasiteilchen-Transport, gepunktete Linien die Andreev-Reflexion mit $m = 2$ und gestrichelte Linien den Cooper-Paar-Transport. Als Beschriftung der Linien ist die Inselladung vor und nach dem Transport angegeben. Die sichtbaren und beschrifteten Transportprozesse lassen sich durch die in Abschnitt 4.4 beschriebenen Zyklen erklären. Aus [FPT98].

Eine weitere für die Charakterisierung nützliche Eigenschaft lässt sich aus dem Vergleich von Gleichungen (4.6) und (4.7) ableiten. Beide Gleichungen beschreiben einen Transport über den Bruchkontakt und die von ihnen beschriebenen Linien im Transportdiagramm besitzen die gleiche negative Steigung

$$\left. \frac{dV_B}{dV_G} \right|_{BJ} = -2E_C \frac{C_G}{\kappa_{BJ} e^2}. \quad (4.9)$$

Dies gilt natürlich nur, wenn Bias- und Gate-Spannung nach Abbildung 4.1 an die Probe angelegt bzw. gemessen wurden. Analog lässt sich der Transport über den Tunnelkontakt mit der positiven Steigung

$$\left. \frac{dV_B}{dV_G} \right|_{TB} = 2E_C \frac{C_G}{\kappa_{TB} e^2} \quad (4.10)$$

identifizieren. Auch dieses Merkmal kann zur Identifizierung der unterschiedlichen Transporte innerhalb der beobachteten Stromzyklen beitragen.

4.4 Supraleitende Stromzyklen

Wie bereits erwähnt erfordert ein Strom durch den Einzelelektronentransistor den Transport von Ladung durch beide Kontakte. Durch die Kombination der unterschiedlichen Transporte-

möglichkeiten lassen sich, wie vorgestellt in [FPT98] und detaillierter ausgeführt in [Poh99], unterschiedliche stromführende Zyklen im Rahmen der orthodoxen Theorie zusammensetzen. Damit ein Zyklus zum Strom durch den SET beiträgt, muss dieser geschlossen sein, d. h. vor und nach dem Zyklus muss sich die gleiche Anzahl an Elektronen auf der Insel befinden und alle am Zyklus beteiligten Transporte müssen energetisch möglich sein. Letztere Bedingung lässt sich durch Gleichungen (4.5) und (4.6) berechnen. Die im Folgenden erläuterten stromführenden Zyklen werden in Tabelle 4.1 zusammengefasst.

Bei der Betrachtung der Transportzyklen nimmt der Josephson-Transport eine gewisse Sonderstellung ein. Während Gleichungen (4.5) bis (4.8) für die dissipativen Transporte den Schwellwert für das Auftreten des jeweiligen Transportprozesses angeben, sind sie für den Josephson-Transport als eine Art Resonanzbedingung zu werten. Ist die Resonanz erfüllt, kommt es durch die supraleitende Kopplung der Insel an die Zuleitung zu einer Entartung und Superposition der Ladungszustände n und $n \pm 2$. Diese Superposition kann bei endlichem Bias nur durch einen dissipativen Transport am jeweils anderen Kontakt zerfallen und so zum Strom beitragen. Bei der Konstruktion der Stromzyklen wird deshalb nicht der J-Transport einzeln, sondern jeweils als zusammengesetzter Transport aus J und dissipativem Transport berücksichtigt.

Aufgrund der nötigen Resonanz erscheinen Transportzyklen mit der Beteiligung von einem Josephson-Transport als lokales Maximum oder Peak des Stroms in der IV-Kennlinie bei einem festen Gate-Spannungswert. In der Betrachtung von Bias-Gate-Konturdiagrammen des Stroms zeigen sich die entsprechenden Zyklen als Grat entlang der entsprechenden Linie des Transportdiagramms.

Demgegenüber sind Transportzyklen ohne Beteiligung des Josephson-Transports für ein Einsetzen des Stroms, im Folgenden als Onset bezeichnet, verantwortlich.

Das Quasiteilchen-Onset

Im einfachsten Transportzyklus, dem sogenannten Quasiteilchen-Onset oder e-e-Zyklus, wird der Strom nur durch Quasiteilchen getragen. Der Ladungszustand der Insel durchläuft $n \Rightarrow n \pm 1 \Rightarrow n$. Die entsprechenden Werte eingesetzt in Gleichung

$$\kappa_{BJ} V_B \geq 2E_C \left(-Q + n + \frac{1}{2} \right) + 2\Delta \quad (4.11)$$

und Gleichung

$$\kappa_{TB} V_B \geq 2E_C \left(+Q - n + \frac{1}{2} \right) + 2\Delta. \quad (4.12)$$

führen zur Bedingung

$$eV_B = (\kappa_{BJ} + \kappa_{TB})eV_B \geq 4\Delta \quad (4.13)$$

als Summe der beiden Abschätzungen. Der e-e-Zyklus entspricht dem Stromtransport in einen normalleitenden SET und ist für den Großteil des Stroms bei Bias-Spannungen $V_B > 4\Delta/e$ verantwortlich.

Der J-QP-Zyklus

Der einfachste Stromzyklus unter Berücksichtigung supraleitender Transporte ist der sogenannte J-QP-Zyklus [Ful+89]. Dieser besteht aus einem J-e-Transport gefolgt vom Tunneln eines Quasiteilchens über den anderen Kontakt. Der Ladungszustand der Insel durchläuft dabei $n \Rightarrow n \pm 1 \Rightarrow n$. Der Ladungszustand $n \pm 2$ wird trotz des Josephson-Transports nur virtuell angenommen. Als Grenzwert für den Bias lässt sich analog zum Fall des e-e-Zyklus

$$eV_B \geq 2\Delta + E_C \quad (4.14)$$

berechnen. Als Konsequenz der für den Josephson-Transport nötigen Resonanz lässt sich für den J-QP-Zyklus auch ein oberer Grenzwert finden [Poh99]. Für den Effekt des Unterdrückens (engl. poisoning) des J-QP-Zyklus ist das Tunneln eines zusätzlichen Quasiteilchens auf/von der Insel verantwortlich, durch das die Startbedingung für den J-e-Transport nicht mehr erfüllt wird. Als oberer Grenzwert für den J-QP-Zyklus lässt sich

$$eV_B \leq 2\Delta + 3E_C \quad (4.15)$$

finden [Poh99]. Je nach Verhältnis der Größen Δ und E_C wird der J-QP-Zyklus durch den e-e-Zyklus ($E_C > 2/3\Delta$) oder bereits bei kleineren Bias-Spannungen beendet. Alternativ zur Betrachtung der Energien ergibt sich das Unterdrücken des J-QP-Zyklus direkt aus dem Transportdiagramm wie dargestellt in Abschnitt 5.3.2.

Der 3e-Zyklus

Die Kombination von zwei J-e-Transportprozessen mit dem Josephson-Transport am jeweils anderen Kontakt führt auf den sogenannten resonanten 3e-Zyklus [vdBri+91; vdBSG91], bei dem der Ladungszustand der Insel $n \Rightarrow n \pm 1 \Rightarrow n$ durchlaufen wird. Als Bedingung für das Auftreten des 3e-Zyklus findet man sowohl

$$eV_B = 2E_C \quad (4.16)$$

für den Bias als auch

$$3E_C \geq 2\Delta \quad (4.17)$$

für die Eigenschaften des SETs [Poh99]. Da die Resonanzbedingung für den Josephson-Effekt an beiden Kontakten vorliegen muss, findet sich der 3e-Zyklus nur an den Kreuzungen zweier Josephson-Linien im Transportdiagramm.

Der A-QP-Zyklus

Unter Berücksichtigung der Andreev-Reflexion ($m = 2$, $q = 2$) finden sich weitere Möglichkeiten für einen Stromtransport [FPT98]. Die Andreev-Reflektion gefolgt von zwei e-Transporten am anderen Kontakt führt zu einem $n \Rightarrow n \pm 2 \Rightarrow n \pm 1 \Rightarrow n$ Zyklus, der, in Analogie zum J-QP-Zyklus, als A-QP-Zyklus bezeichnet wird [FPT98]. Im Gegensatz zu seinem Namensvorbild ist

der A-QP-Zyklus für ein Einsetzen des Strom bei Bias-Spannungen

$$eV_B \geq 2\Delta + 3E_C \quad (4.18)$$

verantwortlich.

Der 3e-A-Zyklus

Die Kombination der Andreev-Reflexion mit einem J-e- und einem e-Transport führt auf einen anderen $n \Rightarrow n \pm 2 \Rightarrow n \pm 1 \Rightarrow n$ Zyklus, dem 3e-A-Zyklus. Dieser zeigt sich als Peak am Kreuzungspunkt der entsprechenden Josephson- und Andreev-Linie des Transportdiagramms ab

$$eV_B \geq \Delta + 2E_C. \quad (4.19)$$

Für den 3e-A-Zyklus lässt sich analog zum 3e-Zyklus die Bedingung

$$3E_C \geq 2\Delta \quad (4.20)$$

an die Eigenschaften des SETs finden.

Der J-A-Zyklus

Zerfällt der superponierte Ladungszustand der Insel bei der Josephson-Resonanz durch die Andreev-Reflexion, entsteht der J-A-Zyklus als $n \Rightarrow n$ Zyklus. Für den J-A-Zyklus muss lediglich der Bias für die Andreev-Reflexion

$$eV_B \geq \Delta \quad (4.21)$$

aufgebracht werden.

Andere Zyklen mit Andreev-Reflexionen

Die Kombination von Andreev-Reflexionen über beide Kontakte führt auf dem A-A-Zyklus ab $eV_B \geq 2\Delta$ und dem 3e-AA-Zyklus ab $eV_B \geq 2\Delta + 2E_C$, einem $n \Rightarrow n \pm 2 \Rightarrow n \pm 1 \Rightarrow n \pm 1 \Rightarrow n$ Zyklus mit zwei Andreev-Reflexionen und zwei Quasiteilchen-Transporten. Beide Zyklen erfordern die Möglichkeit einer Andreev-Reflexion über beide Kontakte. In den in dieser Arbeit untersuchten Proben ist die Andreev-Reflexion hauptsächlich über den Bruchkontakt und nur stark reduziert über die Tunnelbarriere möglich, weshalb diese Zyklen nicht in den Messungen nachweisbar sind.

Der MAR-QP-Zyklus

Je nach Einstellung des Bruchkontakts können in den untersuchten Proben auch multiple Andreev-Reflexionen ($m = 3$) zum Transport beitragen. Analog zum J-QP und A-QP führt die Kombination aus dem MAR-Transport über den Bruchkontakt und drei Quasiteilchen-Transporten über die Tunnelbarriere zum MAR-QP-Zyklus. In diesem werden die Ladungszustände $n \Rightarrow n - 3 \Rightarrow n - 2 \Rightarrow n - 1 \Rightarrow n$ durchlaufen. Als Abschätzung des nötigen Bias erhält

man für den MAR-Transport aus Gleichung (4.6)

$$e\kappa_{\text{BJ}} V_{\text{B}} \geq 2E_{\text{C}} \left(-\frac{Q}{e} + n + \frac{3}{2} \right) + \frac{2\Delta}{3} \quad (4.22)$$

und für den letzten Quasiteilchen-Transport aus Gleichung (4.5)

$$e\kappa_{\text{TB}} V_{\text{B}} \geq 2E_{\text{C}} \left(+\frac{Q}{e} - n - \frac{1}{2} \right) + 2\Delta. \quad (4.23)$$

Die ersten beiden Quasiteilchen-Transporte ($n-3 \Rightarrow n-2 \Rightarrow n-1$) sind dabei nicht limitierend, sie sind bei geltender Bedingung (Gleichung (4.23)) möglich. Für den MAR-QP-Zyklus ist demnach eine Bias-Spannung von

$$eV_{\text{B}} \geq 2E_{\text{C}} + \frac{8\Delta}{3} \quad (4.24)$$

erforderlich. Da für den MAR-QP-Zyklus nur dissipative Transporte benötigt werden, erzeugt der Zyklus ein Onset im Strom. Ob dieses Onset innerhalb der Blockade des Quasiteilchen-Tunnelns des Transistors liegt, hängt dabei vom Verhältnis von Δ und E_{C} ab. Für $E_{\text{C}} \geq 2/3\Delta$ liegt der MAR-QP-Zyklus bei höheren Bias-Spannungen als das QT-Onset.

Der MAR-J-e-Zyklus

Mit dem MAR-Transport bietet sich eine dritte Möglichkeit, den überlagerten Ladungszustand der Insel bei der Resonanz des Josephson-Effekts in Form eines koinzidenten J-MAR-Prozesses zerfallen zu lassen. Der J-MAR-Prozess führt bei positivem Bias zum Entladen der Insel und benötigt sowohl

$$e\kappa_{\text{TB}} V_{\text{B}} = 2E_{\text{C}} \left(-\frac{Q}{e} + n + 1 \right) \quad (4.25)$$

als auch

$$e\kappa_{\text{BJ}} V_{\text{B}} \geq 2E_{\text{C}} \left(+\frac{Q}{e} - (n+2) + \frac{3}{2} \right) + \frac{2\Delta}{3}. \quad (4.26)$$

Mit dem J-MAR-Prozess lässt sich der MAR-J-e-Zyklus konstruieren, wobei der Quasiteilchen-Transport zum Ausgleichen der reduzierten Inselladung über den Tunnelkontakt erfolgen muss. Aus Gleichung (4.5) lässt sich die energetische Anforderung

$$e\kappa_{\text{TB}} V_{\text{B}} \geq 2E_{\text{C}} \left(-\frac{Q}{e} + (n-1) + \frac{3}{2} \right) + 2\Delta \quad (4.27)$$

für den ausgleichenden Quasiteilchen-Transport bestimmen. Für den MAR-J-e-Zyklus ergibt sich der Grenzwert für den Bias

$$eV_{\text{B}} \geq E_{\text{C}} + \frac{2}{3}\Delta \quad (4.28)$$

aus Gleichungen (4.25) und (4.26) sowie

$$E_{\text{C}} \geq \frac{2}{3}\Delta \quad (4.29)$$

aus Gleichungen (4.25) und (4.27)) als Anforderungen an die Eigenschaften des SETs.

Zyklus	Zusammensetzung	Form	Bias-Bereich
QT-Onset	e, e	O	$4\Delta \leq eV_B \leq 4\Delta + E_C$
J-QP	J-e, e	P	$2\Delta + E_C \leq eV_B \leq 2\Delta + 3E_C$ ^a
3e ^b	J-e, J-e	P	$eV_B = 2E_C$
A-QP	A, e, e	O	$3\Delta + E_C \leq eV_B$
3e-A ^b	A, J-e, e	P	$\Delta + 2E_C \leq eV_B$
MAR-QP	MAR, e, e, e	O	$2E_C + \frac{8\Delta}{3} \leq eV_B$
J-A	J-A	P	$\Delta \leq eV_B$
MAR-J-e ^b	J-MAR, e	P	$E_C + \frac{2}{3}\Delta \leq eV_B$
Suprastrom	J-J	P	$eV_B = 0$
AA	A, A	O	$2\Delta \leq eV_B$
3e-AA	A, e, A, e	O	$2\Delta + 2E_C \leq eV_B$

^a Für $E_C > \frac{2}{3}\Delta$ wird der J-QP-Zyklus durch das QT-Onset begrenzt.

^b Diese Zyklen sind nur bei $E_C \geq \frac{2}{3}\Delta$ möglich.

Tabelle 4.1: Übersicht der Transportzyklen, die durch eine Erweiterung der orthodoxen Theorie beschreibbar sind. Der Name des Zyklus wird in der ersten Spalte aufgeführt. Die zweite Spalte stellt die im Zyklus auftretenden Transportprozesse dar. Als Abkürzungen der Transportprozesse werden für den Quasiteilchen-Transport (e), das Cooper-Paar-Tunneln (J), die Andreev-Reflexion mit $m = 2$ (A) und die multiple Andreev-Reflexion mit $m = 3$ (MAR) genutzt. Die Form der Transportzyklen in IV-Kennlinien ist entweder peakförmig (P) oder Onset-artig (O). Die letzte Spalte stellt den Bereich der Bias-Spannung (V_B) dar, in denen der Zyklus zu finden sein sollte. Die Zyklen der letzten drei Reihen sind zwar im Rahmen der orthodoxen Theorie möglich und werden in anderen Arbeiten experimentell gefunden, tauchen aber in den in dieser Arbeit vorgestellten Messungen nicht auf.

Kohärente Transportprozesse

Allein durch die Kombination der unterschiedlichen supraleitenden Transportvorgänge in der orthodoxen Beschreibung ergeben sich viele unterschiedliche Möglichkeiten für stromführenden Zyklen in vollständig supraleitenden SETs. Die Beachtung von kohärentem Transport über beide Kontakte in Form von 3e-Beiträgen [Had+98; Joy95] führt zu weiteren Möglichkeiten für den Stromtransport im Einzelelektronentransistor. Der 3e-Transport kann dabei durch das kohärente Cotunneln von Quasiteilchen und Cooper-Paaren beschrieben werden. Die Kombination mehrerer 3e-Transporte führt schließlich zu Transportzyklen bei deutlich niedrigeren Bias-Werten. Durch den kohärenten Transport über beide Kontakte müssen andere Anforderungen an die Bias- und Gate-Spannung gestellt werden und die Cotunnel Prozesse folgen anderen Steigungen in der Bias-Gate-Ebene. Diese stromführenden Transporte lassen sich somit gut von den oben beschriebenen orthodoxen Zyklen unterscheiden.

4.5 Simulationen

Mithilfe der orthodoxen Theorie, entwickelt von Averin und Likharev[AL91], lässt sich der Strom durch einen Einzelelektronentransistor berechnen. Das generelle Vorgehen wird von vielen unterschiedlichen Autoren beschrieben [Poh99; Sch98; Tin04] und besteht im Berechnen von Raten für die unterschiedlichen Transportprozesse sowie der Berechnung des Stroms durch Lösen einer Mastergleichung. Für die Berechnungen der Raten ist die Änderung der freien Energie des SETs von entscheidender Bedeutung. Mit den Definitionen vom Beginn dieses Kapitels und der Anzahl an transportierten Ladungen m kann Gleichung (2.15) umformuliert werden zu

$$F(n, m) = \frac{(C_G V_G + Q_0 - ne)^2}{2C_\Sigma} - \left[m + n \frac{\delta C}{C_\Sigma} \right] \frac{eV_B}{2}. \quad (4.30)$$

Die Änderung der freien Energie bei einem Transport von m Ladungen auf die/von der Insel ergibt sich dann zu

$$\delta F = F(n \pm m, m) - F(n, 0) \quad (4.31)$$

und beinhaltet sowohl die Änderung der elektrostatischen Ladungsenergie des SETs als auch den Einfluss der Bias- und Gate-Spannungen.

4.5.1 Quasiteilchen-Rate

Nach [Sch98] kann der Ladungstransport durch einen der beiden Tunnelkontakte durch einen gewöhnlichen Tunnel-Hamilton-Operator beschrieben werden. Für den Transport von einem Zustand k auf der einen Seite der Barriere in einen Zustand q auf der anderen Seite gilt

$$H_T = \sum_k T_{k,q} c_{k,\sigma}^\dagger c_{q,\sigma} + h.c. \quad (4.32)$$

wobei $c_{k,\sigma}^\dagger$ ($c_{q,\sigma}$) die Vernichtungs (Erzeugungs)operatoren für einzelne Quasiteilchen darstellen. Bei schwacher Kopplung kann das Matrix-Tunnelement $T_{k,q}$ als unabhängig von den Zuständen angenommen und Fermis goldene Regel zur Berechnung der Tunnelrate angewendet werden. Mit der supraleitenden Zustandsdichte $\mathcal{N}_L(\varepsilon)$ bzw. $\mathcal{N}_R(\varepsilon)$ für Quasiteilchen auf der linken bzw. rechten Seite der Barriere und der Fermi-Funktion $f(\varepsilon) = \frac{1}{1+e^{\frac{\varepsilon}{k_B T}}}$ ergibt sich

$$\begin{aligned} \Gamma_{QP} &= \frac{\pi}{\hbar} |T|^2 \iint_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon d\varepsilon' \mathcal{N}_L(\varepsilon) f(\varepsilon) \mathcal{N}_R(\varepsilon') (1 - f(\varepsilon')) \delta(\delta F + \varepsilon - \varepsilon') \\ &= \frac{\pi}{\hbar} |T|^2 \int_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon \mathcal{N}_L(\varepsilon) f(\varepsilon) \mathcal{N}_R(\varepsilon - \delta F) (1 - f(\varepsilon - \delta F)). \end{aligned} \quad (4.33)$$

Das Integral ist nur numerisch lösbar, kann aber in einer eleganteren Form durch den energieabhängigen Quasiteilchen-Strom $I_S(\varepsilon)$ ausgedrückt werden

$$\Gamma_{QP} = \frac{1}{e} \frac{I_S(\delta F)}{\exp[\delta F / k_B T] - 1}. \quad (4.34)$$

Der energieabhängige Quasiteilchen-Strom $I_S(\varepsilon)$ kann mit der BCS-Zustandsdichte für Quasiteilchen

$$\mathcal{N}(\varepsilon) = \Theta(|\varepsilon| - \Delta) \frac{\varepsilon}{\sqrt{\varepsilon^2 - \Delta^2}} N(\varepsilon) \quad (4.35)$$

und der Annahme einer konstanten normalleitenden Zustandsdichte $N(\varepsilon) = N$ in die Form

$$\begin{aligned} I_S(\delta F) &= \frac{\pi e}{\hbar} |T|^2 \int_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon \mathcal{N}_L(\varepsilon) \mathcal{N}_L(\varepsilon - \delta F) [f(\varepsilon) - f(\varepsilon - \delta F)] \\ &= \frac{1}{e R_N} \int d\varepsilon \frac{\varepsilon}{\sqrt{\varepsilon^2 - \Delta^2}} \frac{\varepsilon - \delta F}{\sqrt{(\varepsilon - \delta F)^2 - \Delta^2}} [f(\varepsilon) - f(\varepsilon - \delta F)] \end{aligned} \quad (4.36)$$

gebracht werden, wobei bei der Integration die Grenzen entsprechend $|\varepsilon| > \Delta$ und $|\varepsilon - \delta F| > \Delta$ gewählt werden müssen. Der Vorfaktor

$$\frac{\pi e^2}{\hbar} |T|^2 N_L N_R = \frac{1}{R_N} \quad (4.37)$$

ist der inverse normalleitende Widerstand der Barriere. Zusammen erlauben Gleichungen (4.34) und (4.36) die Quasiteilchen-Rate für die Kontakte bei bekanntem normalleitendem Widerstand R_N durch numerische Integration zu berechnen.

4.5.2 Cooper-Paar-Rate

Wie schon bei der Diskussion der supraleitenden Transportmechanismen dargelegt, nimmt der Josephson-Transport eine Sonderstellung ein. Die Berechnung der Rate für den Josephson-Transport ist nicht direkt zu bewerkstelligen. Die zur Beschreibung des Josephson-Transports notwendige supraleitende Phase ist nicht mit der Anzahl der Ladungen als Quantenzahl kompatibel. Der Josephson-Transport muss störungstheoretisch behandelt werden.

Ein Ansatz besteht darin, den vollständig supraleitenden Einzelelektronentransistor auf der Basis des Josephson-Transports zu beschreiben und Quasiteilchenprozesse als Störung einzuführen [vdBri+91; vdBri+91; SS96]. Die Basiszustände dieses Cooper-Paar-Transistors sind dabei Mischungen unterschiedlicher Ladungszustände gleicher Parität, die durch die Josephson-Kopplung verbunden sind. Verglichen mit experimentellen Ergebnissen wird durch das Modell der gekoppelten Ladungszustände allerdings die Größe des J-QP-Zyklus überschätzt [Sie99]. Zudem verliert die Kopplung der Ladungszustände bei großen Bias-Spannungen zunehmend an Bedeutung. Die Simulationen mit der Inselladung als Basis sollte bei größeren Bias-Spannungen eine verlässliche Aussage ermöglichen, wenn die Josephson-Kopplung bei der Cooper-Paar-Resonanz anderweitig implementiert wird.

Für die Rate des Josephson-Transports wird in den Simulation das Ergebnis aus [AA90; AA89] genutzt. Die Rate des Josephson-Transports wird dabei mit der Rate des ersten Quasiteilchen-Transports Γ_{QP} verknüpft

$$\Gamma_J = \frac{\Gamma_{QP} E_J}{4\delta F^2 + (\hbar \Gamma_{QP})^2}. \quad (4.38)$$

Das Ergebnis ist gültig für den Bereich schwacher Kopplungen ($E_J \ll E_C$) und verschwindender Temperatur ($T = 0\text{ K}$). Die Josephson-Energie E_J wird mit der Relation von [AB63] aus Gleichung (2.5) für den Fall $T = 0\text{ K}$ zu

$$E_J = \frac{h\Delta}{8e^2 R_N} \quad (4.39)$$

mit dem normalleitenden Tunnelwiderstand R_N bestimmt. Obwohl bei Messungen endliche Temperaturen vorliegen, führt die Verwendung von Gleichung (4.38) zu einer verhältnismäßig guten Übereinstimmung von Simulationen und Experiment (vgl. Abbildung 4.3) für den J-QP-Zyklus [PFT00; Poh99].

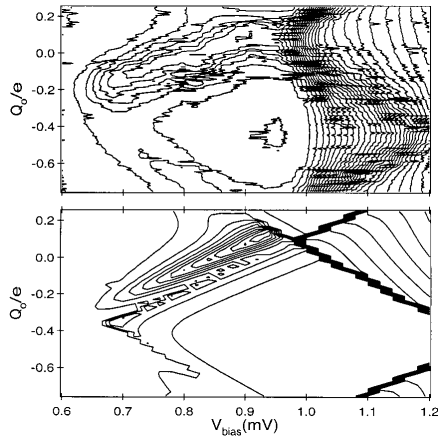


Abbildung 4.3: Experimentelles (oben) und simuliertes Konturdiagramm (unten) des Stroms als Funktion der Bias-Spannung und der Offsetladung Q_0 . In den Simulationen wurden für den Cooper-Paar-Transport die Raten aus Gleichung (4.38) genutzt. Der normalleitende Serienwiderstand der Tunnelkontakte wurde zu $R_\Sigma = 91\text{ k}\Omega$ bestimmt. Für die Simulationen wurde $R_1/R_\Sigma = 0,65$ angenommen. Die maximale Höhe $I_{\max,\text{exp}}/I_{\max,\text{sim}} = 1,3$ und Halbwertsbreite $I_{\text{fwhm},\text{exp}}/I_{\text{fwhm},\text{sim}} = 1,5$ des J-QP-Zyklus werden durch die Simulation gut wiedergegeben. Aus [PFT00].

Wie auch schon bei der Diskussion der Zyklen wird bei der Bestimmung der Rate des Josephson-Transports dieser nicht einzeln berücksichtigt, sondern in Kombination mit dem dissipativen Quasiteilchen-Transport. Die Simulationen berücksichtigen damit zwar alle Zyklen, die auf einem J-e-Transportprozess beruhen, nicht aber Stromzyklen, in denen der supraleitende Resonanzzustand durch (multiple) Andreev-Reflexion zerfällt. Die Stromzyklen J-AR und MAR-J-e tauchen nicht in den Simulationen auf.

4.5.3 Raten der multiplen Andreev-Reflexion

Die Rate für die Andreev-Reflexion kann nach [Sie99] ebenfalls auf die Quasiteilchen-Rate zurückgeführt werden. Zumindest nahe an der Schwellwertbedingung für das Auftreten der Andreev-Reflexion kann die Rate der Andreev-Reflexion durch Einführen einer konstanten Andreev-Transmission τ_{AR} mit

$$\Gamma_{\text{AR}} = \tau_{\text{AR}} \Gamma_{\text{QP}}(2e) \quad (4.40)$$

berechnet werden. Bei der Berechnung der genutzten Quasiteilchen-Rate $\Gamma_{\text{QP}}(2e)$ muss dabei der Transport von zwei Ladungsträgern in δF berücksichtigt werden. Die Andreev-Transmission τ_{AR} wird für gewöhnlich experimentell durch den Vergleich von Messdaten mit den Simulationen bestimmt.

Das Knüpfen der Andreev-Reflexions-Rate an die Quasiteilchen-Rate unter Berücksichtigung des Transports von zwei Ladungen entspricht der einfachen Vorstellung, dass die Andreev-Reflexion ab einem Schwellwert von Δ einen mit dem Bias skalierenden Beitrag zum Transport liefert (siehe Abschnitt 2.2.2 und speziell Abbildung 2.6). Die multiple Andreev-Reflexion mit $m = 3$ transportierten Ladungen generiert in diesem Bild einen Beitrag ab einem Schwellwert von $2\Delta/3$ und sollte sich in den Simulationen des SETs analog mit

$$\Gamma_{\text{MAR}} = \tau_{\text{MAR}} \Gamma_{\text{QP}}(3e) \quad (4.41)$$

beschreiben lassen. Bei der Berechnung der Quasiteilchen-Rate $\Gamma_{\text{QP}}(3e)$ muss bei der Evaluation von δF ein Transport von drei Ladungen berücksichtigt werden. Der Vorfaktor τ_{MAR} kann experimentell bestimmt werden.

In der mikroskopischen Beschreibung der multiplen Andreev-Reflexionen (siehe Abschnitt 2.2.2) besteht ein Zusammenhang zwischen Γ_{QP} , Γ_{AR} und Γ_{MAR} , der mit den so definierten Raten nicht berücksichtigt wird. Geht man von einem einzelnen Transportkanal mit der Transmissions τ aus, so gilt für die Quasiteilchen-Rate $\Gamma_{\text{QP}} \propto \tau^1$. Für die Raten der beiden Ordnungen der multiplen Andreev-Reflexion sollte dann $\Gamma_{\text{AR}} \propto \tau^2 \propto \Gamma_{\text{QP}}^2$ und $\Gamma_{\text{MAR}} \propto \tau^3 \propto \Gamma_{\text{QP}}^3$ gelten.

In den Simulationen von Pohlen [Poh99] und Siewert [Sie99] werden die Andreev-Raten aus Gleichung (4.40) mit τ_{AR} in der Größenordnung 10^{-2} berechnet. Beide beschreiben einen SET mit R_{N} in der Größenordnung $100 \text{ k}\Omega$. Mit $G = 1/R_{\text{N}} \approx 0,129 G_0$ könnte durchaus ein einzelner Transportkanal mit $\tau \approx 0,1$ für den Transport dominierend sein und sich ein Wert von $\tau_{\text{AR}} \approx 10^{-2}$ rechtfertigen lassen.

Für den in dieser Arbeit vorgestellten SET sind durch den Bruchkontakt durchaus deutlich höhere Transmissionen zu erwarten. Sollen die von den Andreev-Reflexionen bedingten Transportprozesse quantitativ durch Simulationen beschrieben werden, müsste das Konzept der Andreev-Transmissionen τ_{AR} und τ_{MAR} überdacht werden.

4.5.4 Die Mastergleichung

Aus den Raten der unterschiedlichen Transportprozesse lässt sich für die Wahrscheinlichkeit P_n , die Insel mit n Überschussladungen anzutreffen, eine Mastergleichung aufstellen. Hierbei ist zu beachten, dass bei den unterschiedlichen Transportprozessen unterschiedlich viele Ladungen m transportiert werden und die Transportprozesse an beiden Kontakten möglich sind. Zur einfachen Darstellung der Mastergleichung bietet es sich an, effektive Raten einzuführen, wie beispielsweise $\Gamma_{n \Rightarrow n \pm 1} = \Gamma_{\text{QP,BJ}}(n \Rightarrow n \pm 1) + \Gamma_{\text{QP,TB}}(n \Rightarrow n \pm 1)$ für den Quasiteilchen-Transport über sowohl den Tunnelkontakt als auch den Bruchkontakt. Die kombinierte Zweiteilchenrate $\Gamma_{n \Rightarrow n \pm 2}$ muss den Josephson-Transport und die Andreev-Reflexion über beide Kontakte berücksichtigen. $\Gamma_{n \Rightarrow n \pm 3}$ wird nur durch die multiple Andreev-Reflexion bestimmt.

Mit den kombinierten Raten lässt sich die Mastergleichung einfach darstellen

$$\frac{dP_n}{dt} = - \left(\sum_{\substack{m=-3 \\ m \neq 0}}^3 \Gamma_{n \Rightarrow n+m} \right) P_n + \sum_{\substack{k=n-3 \\ k \neq n}}^{n+3} \Gamma_{k \Rightarrow n} P_k. \quad (4.42)$$

Im stationären Fall gilt $dP_n/dt = 0$ und Gleichung (4.42) stellt, mit der zusätzlichen Normierungsbedingung $\sum_n P_n = 1$, ein lineares Gleichungssystem dar, aus dem die Wahrscheinlichkeiten P_n berechnet werden können. Die effektiven Raten im Gleichungssystem sind allerdings gerade bei Berücksichtigung vieler Ladungszustände oder stark unterschiedlicher normalleitender Widerstände um mehrere Größenordnungen verschieden und das Gleichungssystem ist schlecht konditioniert. Zur approximativen Lösung muss dann das Verfahren der Singulärwertzerlegung angewendet werden.

Der Strom durch den Einzelelektronentransistor entspricht dem Strom durch einen der Kontakte ($I = I_{\text{BJ}} = I_{\text{TB}}$). Mit den Wahrscheinlichkeiten P_n und den Raten für einen der Kontakte ergibt sich

$$\begin{aligned} I &= -e \sum_n \left(\sum_{k=1}^3 k \left[\Gamma_{n \Rightarrow n+k}^{\text{BJ}} - \Gamma_{n \Rightarrow n-k}^{\text{BJ}} \right] \right) P_n \\ &= -e \sum_n \left(\sum_{k=1}^3 k \left[\Gamma_{n \Rightarrow n-k}^{\text{TB}} - \Gamma_{n \Rightarrow n+k}^{\text{TB}} \right] \right) P_n. \end{aligned} \quad (4.43)$$

Neben den fünf Parametern, die zum Festlegen des supraleitenden Transportdiagramms benötigt werden, müssen für die Simulationen weitere Parameter eingeführt werden. Neben der Temperatur werden für jeden Kontakt der normalleitende Widerstand R_N für die Berechnung der Quasiteilchen und Josephson-Raten sowie die Konstanten τ_{AR} bzw. τ_{MAR} zur Beschreibung der (multiplen) Andreev-Reflexion benötigt. Der normalleitende Widerstand des Tunnelkontakts wird durch Vormessungen bei geschlossenem Bruchkontakt und magnetisch unterdrückter Supraleitung bestimmt. Der Widerstand des Bruchkontakts kann aus dem normalleitenden Gesamtwiderstand des SETs als Serienwiderstand von Bruchkontakt und Tunnelbarriere bestimmt werden.

Die Anzahl der betrachteten Ladungszustände und damit der Wertebereich von n aus dem Gleichungssystem (4.42) ist für das Ergebnis der Simulation von entscheidender Bedeutung (siehe Abbildung 4.4). Der minimale Wertebereich ist, falls die multiple Andreev-Reflexion berücksichtigt werden soll, durch $|n| \leq 3$ gegeben. Mit dem Bereich der simulierten Bias-Spannungen lässt sich eine obere Grenze mit $|n| \leq \lceil V_{\text{B,max}}/E_C \rceil$ abschätzen, mit der alle möglichen Ladungszustände abgedeckt sein sollten. Der simulierte Bereich der Gate-Spannung spielt eine untergeordnete Rolle, da bei den Simulationen die Offsetladung $Q = C_G V_G + Q_0$ in den Wertebereich $-e/2 < Q \leq e/2$ abgebildet und die 1e-Periodizität bezüglich Q und n ausgenutzt wird. In der Praxis hat sich $|n| \leq \lceil 4\Delta/E_C \rceil$ als Grenze bewährt. In den vorgestellten Simulationen ist $\lceil 4\Delta/E_C \rceil = 6$. Damit werden in der Simulation alle Prozesse im Blockadebereich des Einzelelektronentunnelns dargestellt. Ein weiteres Erhöhen des Bereichs führt zu keiner Veränderung der Ergebnisse.

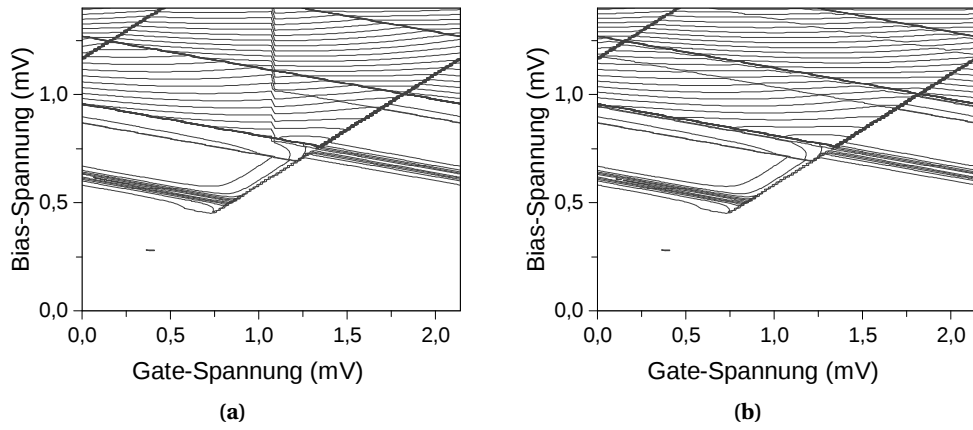


Abbildung 4.4: Simulierte Konturdiagramme des Stroms durch einen SET mit (a) $|n| \leq 3$ und (b) $|n| \leq 6$. Als Parameter wurden $\Delta = 190 \mu\text{eV}$ und $E_C = 120 \mu\text{eV}$ sowie $R_{\text{BJ}} = R_{\text{TB}} = 60 \text{ k}\Omega$ gewählt. Die (multiple) Andreev-Reflexion wurde mit $\tau_{\text{AR,BJ}} = 0,04$ und $\tau_{\text{MAR,BJ}} = 0,016$ nur über den Bruchkontakt angenommen. Bei Gate-Spannungen um $1,1 \text{ mV}$ weichen die dargestellten Simulationen voneinander ab. Die Ursache der Abweichung sind zu wenige berücksichtigte Ladungszustände in (a).

Kapitel 5

Experimentelle Ergebnisse

In diesem Kapitel werden die experimentellen Ergebnisse für vornehmlich eine der untersuchten Einzelelektronentransistor-Proben vorgestellt. Die Probe TL5-II-8 zeichnete sich durch einen für die Messungen idealen Tunnelwiderstand $R_{TB} = 112 \text{ k}\Omega$ und einer geringen Transparenz des Oxidkontakts aus. An dieser Probe wurden viele unterschiedliche Konfigurationen des mechanischen Bruchkontakts sowohl im normal- als auch im supraleitenden Zustand untersucht.

Vor der Vorstellung und Beschreibung der Messungen wird auf die Charakterisierung des Bruchkontakts eingegangen und einige Vorüberlegungen zu den Messungen an den SETs vorgestellt.

5.1 Der Bruchkontakt

Bedingt durch den Herstellungsprozess ist die Einschnürung des Bruchkontakts doppelt auf den Proben vorhanden (vgl. Abbildung 3.2). Mit der Fragestellung, welchen Einfluss der so vorhandene Bruchkontakt auf die möglichen Kontaktkonfigurationen hat, wurde eine Referenzprobe untersucht. In der Gestaltung der Referenzprobe TL10-I-12 sind dabei beide Seiten des Bruchkontakts direkt mit den Zuleitungen verbunden. Bei der Herstellung der Referenzprobe wurden alle Prozessschritte einschließlich des Oxidationsschrittes zwischen den zwei Aufdampfschritten analog zur Herstellung der SET-Proben durchgeführt. Mit der Referenzprobe wurden Öffnungs- und Schließkurven bei $T = 4,2 \text{ K}$ aufgezeichnet. Die Auswertung erfolgt anhand von Leitwerthistogrammen.

Das Leitwerthistogramm des Doppelbruchkontakts aus Abbildung 5.1 wurde aus jeweils 58 Öffnungs- und Schließkurven berechnet. Das Öffnen und Schließen des Kontakts erfolgte mit einer konstanten Versatzgeschwindigkeit von Stempel und Gegenlager von $205 \mu\text{m/h}$. Als Amplitude der sinusförmigen Quellspannung über die Vorwiderstände und Probe wurden $V_{\text{Source,max}} = 20 \text{ mV}_{PP}$ mit $f_{\text{Source}} = 5 \text{ Hz}$ gewählt. Der Widerstand bzw. Leitwert der Probe wurde durch die in Abschnitt 3.4.2 beschriebene Methode der linearen Regression aus den Kennlinien berechnet. Die vergleichsweise hohe Frequenz des Bias ist nötig, da zur Berechnung des Widerstands jeweils eine volle Periode des angelegten Bias genutzt wird und damit die Abtastfrequenz des Widerstands der Frequenz des Bias f_{Source} entspricht. Mit der gewählten Versatzgeschwindigkeit dauert das Öffnen oder Schließen des Kontakts 200–1000 s, sodass

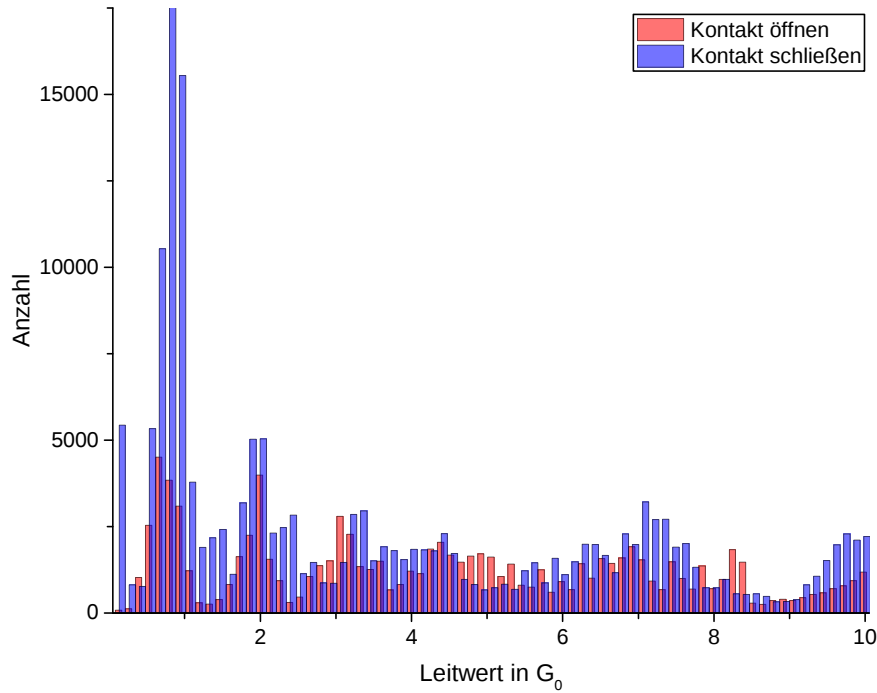


Abbildung 5.1: Leitwerthistogramme beim Öffnen und Schließen des doppelten Bruchkontakts berechnet aus 58 Öffnungs- und Schließkurven. Dargestellt ist der Bereich des Leitwerts von $0,15G_0$ bis $10G_0$ in 75 äquidistanten Fächern mit der Breite $\Delta G \approx 0,13G_0$. Die Probe wurde mit einer konstanten Versatzgeschwindigkeit von $205 \mu\text{m/h}$ geöffnet bzw. geschlossen und der Leitwert mit einer Auflösung von 200 ms aufgezeichnet. Als Häufungspunkte sind mit $G = 0,8G_0$, $G = 1,9G_0$ und $G = 3,2G_0$ die charakteristischen Häufungspunkte für Aluminium [YvR97] erkennbar (vgl. Abbildung 2.3).

mit der zeitlichen Auflösung des Leitwerts von 200 ms beim Öffnen und Schließen 1000–5000 Datenpunkte vorliegen.

Im Leitwerthistogramm sind Häufungspunkte bei $G = 0,8G_0$, bei $G = 1,9G_0$ und bei $G = 3,2G_0$ klar erkennbar. Häufungspunkte im Bereich dieser Leitwerte sind charakteristisch für Aluminium (vgl. Abbildung 2.3) und werden ein-, zwei- und dreiatomaren Kontakten zugeordnet [Yan+08; YvR97]. Im Bereich der atomaren Kontakte ähnelt das Verhalten der doppelten Brücke dem eines einfachen Bruchkontakts.

Durch die Schattenbedampfung besitzen die beiden Brücken leicht unterschiedliche laterale Ausdehnungen. Zusätzlich wurden mit 40 nm im ersten und 60 nm im zweiten Aufdampfschritt unterschiedliche Schichtdicken aufgedampft. Mit der voneinander abweichenden Dimensionierung der Brücken ist davon auszugehen, dass eine der Einschnürungen bereits vollständig geöffnet ist, wenn sich an der anderen ein atomarer Kontakt bildet. Der Versuch, die maßgebliche Brücke durch absichtliches Zerstören mit hohen Strömen nach Abschluss aller Messungen zu identifizieren, blieb ohne Erfolg. Durch die hohen Ströme wurde ein großes Areal um den Doppelkontakt vom Substrat abgehoben.

Im Bereich höherer Leitwerte sind im Histogramm des doppelten Bruchkontakts keine klaren Häufungspunkte zu erkennen. In diesem Bereich reicht die geringe Anzahl der Kurven nicht, um Häufungspunkte klar zu differenzieren. Hinzu kommt, dass, bedingt durch den

Messaufbau und der Anforderung, auch geringere Leitwerte ohne Anpassung der Verstärkung auflösen zu können, im Bereich höherer Leitwerte eingestrahlte Störungen die Auflösung deutlich reduzieren. Für diesen Leitwertbereich kann deshalb ein Einfluss des Doppelkontakts nicht abgeschätzt oder ausgeschlossen werden. Für die Messungen am Einzelelektronentransistor spielen die größeren Leitwerte wegen des Verschwindens der Coulomb-Blockade bei großen Kopplungen ohnehin nur eine sehr untergeordnete Rolle.

Wie in Abbildung 5.2 dargestellt, zeigen nicht nur die Leitwerthistogramme, sondern auch die Öffnungs- und Schließkurven das für atomare Aluminiumkontakte beschriebene Verhalten. Beim mechanischen Verformen sind die Leitwertniveaus leicht zu höheren Leitwerten gebo-

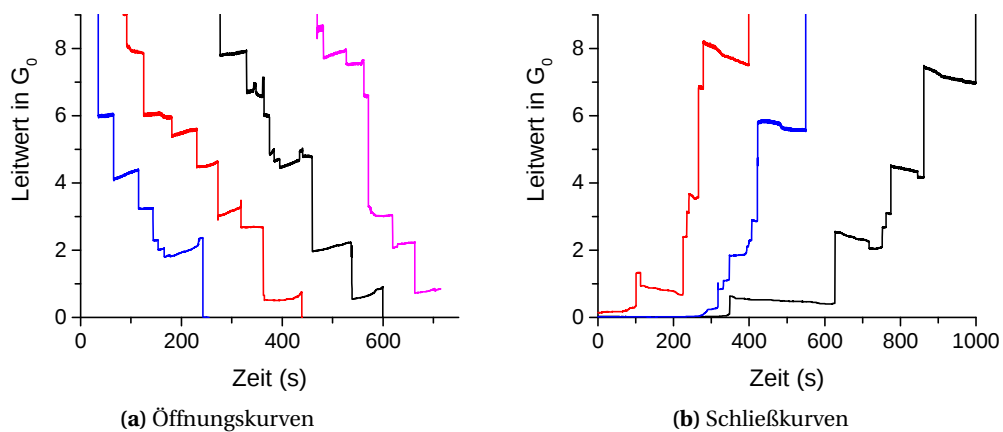


Abbildung 5.2: Darstellung einzelner Öffnungs- und Schließkurven des doppelten Bruchkontakts. Die Leitwerte wurden beim Öffnen bzw. Schließen des Bruchkontakts mit einer konstanten Versatzgeschwindigkeit von Stempel und Gegenlager von $205 \mu\text{m/h}$ aufgezeichnet. Die Öffnungs- und Schließkurven zeigen ein für Aluminium typisches Verhalten (vgl. Abbildung 2.2) mit mehreren leicht gebogenen Niveaus. In den Schließkurven sind einige stabile Kontaktkonfigurationen mit Leitwerten $< 0,8G_0$ sichtbar.

gen. Dieses Verhalten kann auf die am Transport im atomaren Kontakt beteiligten Orbitale und deren Verhalten bezüglich mechanischer Dehnung zurückgeführt werden [Cue+98].

Zusätzlich sind in einigen Öffnungs- und mehreren Schließkurven auch Plateaus in Leitwertbereichen um $0,1G_0$ und damit weit unterhalb derer des atomaren Kontakts erkennbar. In der logarithmischen Darstellung des Bereichs kleiner Leitwerte als Histogramm in Abbildung 5.3 finden sich mehrere Häufungspunkte bei ungefähr $0,15G_0$, $0,08G_0$ und $0,03G_0$ beim Schließen des Kontakts. Beim Öffnen wird nur vereinzelt ein Leitwert im Bereich um $0,03G_0$ vor dem vollständigen Sprung zum Tunnelkontakt mit mehreren $\text{M}\Omega$ angenommen.

Als Ursache dieser stabilen Kontaktkonfigurationen lassen sich Kontakte mit unterschiedlicher Anzahl an Sauerstoffatomen zwischen den Aluminiumzuleitungen vermuten. Nach Simulationen von Wohlthat et al. [Woh+07] führen Sauerstoffatome eingebracht in die Zuleitungen aus Aluminium gerade zu Kontakten im beobachteten Bereich. Hierbei ist als Quelle des Sauerstoffs nicht unbedingt eine Verunreinigung im Kryostat verantwortlich, sondern vielmehr die absichtlich oxidierten Aluminiumfilme, wie sie bei der Herstellung der Proben erzeugt werden.

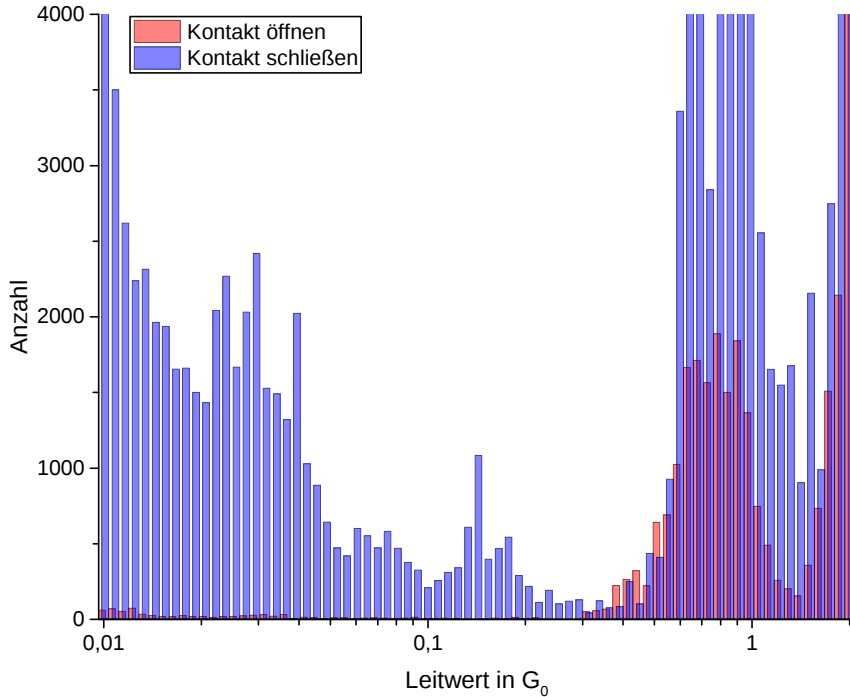


Abbildung 5.3: Histogramm mit logarithmischer Skalierung kleiner Leitwerte beim Öffnen und Schließen des doppelten Bruchkontakts berechnet aus 58 Öffnungs- und Schließkurven. Dargestellt ist der Bereich des Leitwerts von $0,01G_0$ bis $2G_0$ eingeteilt in 75 logarithmisch angepassten Fächern. Beim Schließen des Kontakts sind Häufungspunkte bei ungefähr $0,15G_0$, $0,08G_0$ und $0,03G_0$ zu erkennen. Beim Öffnen des Kontakts wird vereinzelt ein Leitwert um $0,03G_0$ angenommen. Diese Häufungspunkte haben Leitwerte deutlich unterhalb des einatomaren Kontakts bei $0,8G_0$.

Für die Messungen an den Einzelelektronentransistoren bedeutet das Auftreten dieser stabilen Sauerstoffkontakte eine gute Möglichkeit, den Einfluss des mesoskopischen Transports mit nur wenigen höher transmittierenden Transportkanälen auf die Coulomb-Blockade zu untersuchen. In den in [Woh+07] beschriebenen Kontaktkonfigurationen tragen, ähnlich zu reinen Aluminiumkontakten, nur drei Transportkanäle maßgeblich zum Leitwert bei.

5.2 Vorüberlegungen

5.2.1 Einteilung der Regime

Je Konfiguration des Bruchkontakts zeigt der SET qualitativ und quantitativ charakteristische Transportphänomene. Die Einteilung der unterschiedlichen Messungen in Regime mit vergleichbarem Verhalten erleichtert die Einordnung und Evaluation der Ergebnisse.

Ein erstes Regime kann mit einem Blick auf das Leitwerthistogramm der Doppelbrücke aus Abbildung 5.3 abgegrenzt werden. Im Bereich von Leitwerten um $\approx 0,3G_0$ gibt es beim Öffnen und Schließen des Bruchkontakts nur wenige stabile Kontaktkonfigurationen. Der erste größere Häufungspunkt im Histogramm hin zu höheren Leitwerten stellt der einatomige Kontakt

dar. Im Regime der atomaren Kontakte sind unterschiedlich ausgeprägte Ladungseffekte erkennbar. Teilweise können deren Lage und Intensität durch die Gate-Spannung moduliert werden. Allerdings ist eine Beschreibung der Transportprozesse im Rahmen der orthodoxen Theorie nicht mehr möglich.

Im Bereich kleinerer Leitwerte $G < 0,3G_0$ ($R_{BJ} > k\Omega$) können die meisten Transportprozesse mit der orthodoxen Theorie beschrieben werden. Allerdings gibt es auch hier zwei unterscheidbare Regime.

Ist der Bruchkontakt vollständig geöffnet, so stellt dieser im Wesentlichen einen zweiten Tunnelkontakt dar. Die Transportprozesse des SETs in diesem sogenannten orthodoxen Regime lassen sich vollständig mit der in [FPT98; Poh99] vorgestellten Erweiterung der orthodoxen Theorie beschreiben.

Wird der Bruchkontakt weiter geschlossen, reicht die Beschreibung als Tunnelkontakt nicht mehr aus, da zusätzliche Transportphänomene beobachtbar sind. Deshalb muss der mesoskopische Charakter des Bruchkontakts berücksichtigt werden. Für die Beschreibung in diesem Fall spielt vor allem die geringe Anzahl an Transportkanälen mit größeren Transmissionen eine große Rolle. Im supraleitenden Zustand sind die multiplen Andreev-Reflexionen maßgeblich am Transport beteiligt.

In diesem hier als mesoskopisches Regime bezeichneten Regime muss die in Kapitel 4 dargestellte Erweiterung der orthodoxen Theorie zur Charakterisierung der Transportphänomene angewendet werden. Allerdings zeigen sich im mesoskopischen Regime auch einige Transportphänomene, die sich einer Beschreibung mit der erweiterten orthodoxen Theorie entziehen.

5.2.2 Darstellung und Bezeichnungen

Als wichtiges Hilfsmittel der Auswertung und Darstellung der Daten kommen farbcodierte Diagramme des Stroms und des Leitwerts als Funktion der angelegten Gate-Spannung und der gemessenen Bias-Spannung zum Einsatz. Diese werden im Folgenden als Strom- bzw. Leitwertdiagramm bezeichnet.

Die unterschiedlichen Transportzyklen (siehe Abschnitt 4.4) zeigen sich in den IV-Kennlinien des SETs entweder als lokales Maximum bei oder als Anstieg des Stroms ab einer gewissen Bias-Spannung. Lokale Maxima im Strom werden als peakförmige Merkmale bezeichnet, Anstiege als sogenannte Onsets.

In der Darstellung des Leitwerts als Funktion der Bias-Spannung zeigen sich peakförmige Merkmale als eine Sequenz eines lokalen Maximums direkt gefolgt von einem lokalen Minimum entlang der Bias-Achse. Die Onsets erzeugen einen sprunghaften Anstieg und/oder ein Maximum im Leitwert.

Die Lage der meisten Transportmerkmale bezüglich der Bias-Spannung lässt sich durch die Gate-Spannung linear verschieben. In Stromdiagrammen sind die peakförmigen Transportmerkmale als linear verlaufende Schultern, Kämme oder Grate zu erkennen. In der Diskussion wird dennoch von peakförmigen Transportmerkmalen gesprochen. In Leitwertdiagrammen

erscheinen die peakförmigen Transportmerkmale als dicht beieinander liegende parallel verlaufende Schultern und Täler bezüglich zunehmender Bias-Spannung.

Zur einfachen Identifizierung der Transportmerkmale in den Strom- und Leitwertdiagrammen werden in dieser Arbeit einheitliche Markierungen durch Ziffern und griechische Buchstaben genutzt. Mit Ziffern werden die in Abschnitt 4.4 beschriebenen Transportzyklen bezeichnet. Griechische Buchstaben kommen bei sonstigen Transportmerkmalen zum Einsatz.

5.2.3 Unsicherheiten

Als experimentell bestimmte Größen sind alle in der Auswertung angegebenen Werte mit einer Unsicherheit behaftet. Für die Einordnung der Unsicherheiten muss zwischen den Parametern des Transportdiagramms und den Widerständen unterschieden werden.

Die Parameter E_C , C_G , δC und Q_0 des Transportdiagramms können nur aus diesem bestimmt werden. Die supraleitende Energielücke Δ kann als Eigenschaft der Probe durch Vormessung mit ungebrochenem Bruchkontakt ermittelt werden. Wie schon in Abschnitt 4.3 beschrieben, wird die Anpassung des Transportdiagramms an die Strom- und Leitwertdiagramme manuell durchgeführt. Mit der beschränkten Auflösung der Messungen bezüglich der Gate- und Bias-Spannung können mehrere Kombinationen mit leicht unterschiedlichen Parametern zur Beschreibung der identifizierten Transportprozesse gefunden werden.

Mit der manuellen Anpassung der Parameter ist es nicht möglich, eine statistische Unsicherheit anzugeben. Die Erfahrung zeigt allerdings, dass Δ als Eigenschaft der Probe mit einer Unsicherheit von $2\text{ }\mu\text{eV}$ (1 %) bestimmt werden kann. Von den vom Kontakt abhängigen Parametern kann C_G aus der Periodizität der Transportprozesse entlang der Gate-Achse bestimmt werden. Mit der üblichen Schrittweite der Gate-Spannung ($0,05\text{ mV}$) kann die Unsicherheit von 5 % abgeschätzt werden. Alle anderen Parameter sind mit deutlich größerer Unsicherheit behaftet.

Bei der Bestimmung des Widerstands sind mehrere Faktoren für die Unsicherheit ausschlaggebend.

Der Widerstand muss aus den normalleitenden Messungen bestimmt werden. In den normalleitenden Messungen sind allerdings auch immer die Effekte der Coulomb-Blockade vorhanden. Zudem finden sich in vielen der gemessenen Kontakte auch Anzeichen eines Coulomb-Staircases bei größeren Bias-Spannungen. Wie in Abbildung 5.4 verdeutlicht führen die Nichtlinearitäten in der Kennlinie zu unterschiedlichen Widerständen, je nachdem, welche Grenzen für die lineare Regression genutzt werden. Die Unsicherheit durch die Nichtlinearität wird dadurch verstärkt, dass sich die Form der Kennlinie bei anderen Gate-Spannungen verändert. Mitunter kann das Ergebnis der linearen Regression um bis zu 10 % für unterschiedliche Gate-Spannungen und Bias-Bereiche variieren. Als relative Unsicherheit der Widerstandsbestimmung mit der linearen Regression kann von 5 % ausgegangen werden.

Als weitere Quelle einer Unsicherheit bei der Bestimmung des Widerstands ist der Wert des Referenzwiderstands anzuführen. Der Widerstand des Referenzwiderstands wurde mit einer Vierpunktmessung bestimmt. Während der Vierpunktmessung führten unterschiedliche

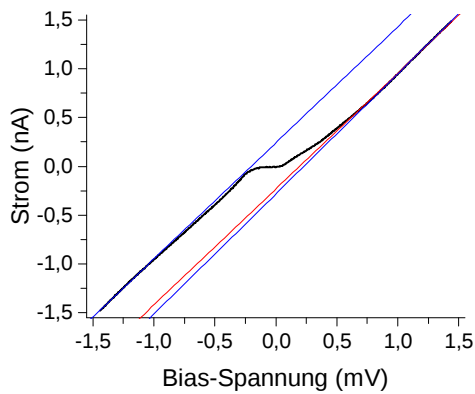


Abbildung 5.4: Bestimmung des Widerstands durch lineare Regression mit Coulomb-Blockade. Dargestellt ist die Kennlinie des SETs (schwarz). Der Widerstand kann durch die Steigung der Kennlinie bei größeren Bias-Spannungen ermittelt werden. Die dargestellten Geraden sind das Ergebnis einer linearen Regression der Datenpunkte mit $|V_B| \geq 1$ mV (blau) und $V_B \geq 0,75$ mV (rot). Als Widerstände ergeben sich für $|V_B| \geq 1$ mV im positiven Bias 812 k Ω und im negativen Bias 842 k Ω . Die Regression mit $V_B \geq 0,75$ mV im positiven Bias ergibt einen Widerstand 841 k Ω . Innerhalb der hier gezeigten Kennlinie variiert das Ergebnis des Widerstands um 3,6%.

Ströme im Bereich von 100 pA bis 1 nA zu unterschiedlichen und stark schwankenden Widerstandswerten im Bereich 50–54 k Ω . Die veränderlichen Werte lassen sich am besten mit einem Heizeffekt des Widerstands erklären. Dies passt auch zu der Beobachtung, dass sich bei den Messungen der unterschiedlichen Kontakte beim Abkühlen nach dem Bewegen der Mechanik der berechnete Widerstand der Proben um einige k Ω verändert. Welche Temperaturcharakteristik die eingesetzten Referenzwiderstände im Bereich der Messungen bei 30–50 mK haben, wurde bislang nicht untersucht. Als Abschätzung der Unsicherheit durch den Referenzwiderstand müssen weitere 5 % angenommen werden.

Insgesamt kann bei den Messungen der Gesamtwiderstand der Probe als Summe der Widerstände von Bruchkontakt und Tunnelkontakt nur mit einer abgeschätzten relativen Unsicherheit von 7 % bestimmt werden.

5.3 Orthodoxes Regime

Bei fast vollständig geöffnetem Bruchkontakt ($150 \text{ k}\Omega \leq R_{BJ} \leq 2 \text{ M}\Omega$) stellt dieser einen Tunnelkontakt dar. Zusammen mit dem Oxid-Tunnelkontakt auf der untersuchten Probe mit einem Widerstand $R_{TB} = 112 \text{ k}\Omega$ bildet der geöffnete Bruchkontakt einen klassischen supraleitenden SET. In diesem Widerstandsbereich des Bruchkontakts lassen sich die Transportprozesse qualitativ und quantitativ mit der orthodoxen Theorie beschreiben.

5.3.1 Normalleitende Messungen

Das in Abbildung 5.5 dargestellte Leitwertdiagramm zeigt das Transportverhalten des Einzelelektronentransistors bei einem Widerstand des Bruchkontakts von $R_{BJ} = 790 \text{ k}\Omega$. Die Coulomb-Blockade zeigt sich als klar umrissene rautenförmige Unterdrückung des Leitwerts im Bereich kleiner Bias-Spannungen. Innerhalb der zentralen Rauten ist der Leitwert vollständig unterdrückt. Im Bereich des höheren Bias ist ein Coulomb-Staircase zu beobachten, der maßgeblich vom Transport durch den Tunnelkontakt (positive Steigung) bestimmt wird. Mit den stark asymmetrischen Widerständen ($R_{BJ} = 790 \text{ k}\Omega$, $R_{TB} = 112 \text{ k}\Omega$) ist dieses Verhalten zu erwarten.

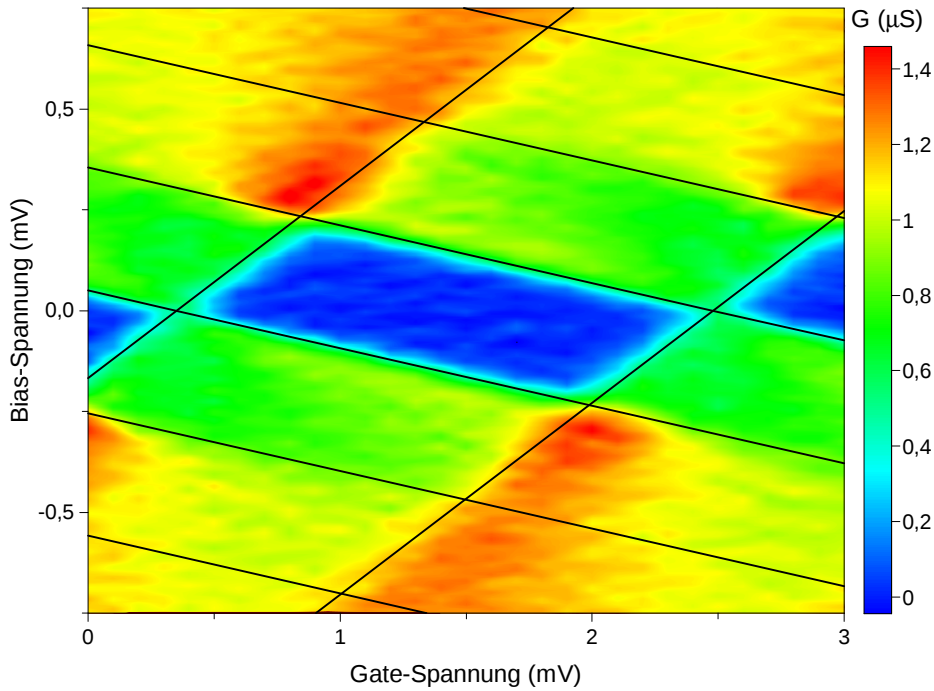


Abbildung 5.5: Leitwertdiagramm des SETs im normalleitenden Zustand bei $R_{BJ} = 790\text{ k}\Omega$ und $R_{TB} = 112\text{ k}\Omega$. Das Stabilitätsdiagramm wurde mit den Parametern $E_C = 117\text{ }\mu\text{eV}$, $C_G = 75\text{ aF}$, $\delta C = -369\text{ aF}$ und $Q_0/e = 0,335$ gezeichnet. Die Coulomb-Blockade ist als rautenförmige Unterdrückung des Leitwerts bei kleinen Bias-Spannungen zu erkennen. Bei größerer Bias-Spannung wird der Coulomb-Staircase vom Transport über den Tunnelkontakt (positive Steigung) bestimmt.

Durch Anpassen des Transportdiagramms an das gemessene Leitwertdiagramm können die Parameter für den eingestellten Kontakt ermittelt werden. Es sind $E_C = 117\text{ }\mu\text{eV} \Leftrightarrow C_\Sigma = 685\text{ aF}$, $C_G = 75\text{ aF}$ und $Q_0/e = 0,335$. Die kapazitive Asymmetrie $\delta C = C_{BJ} - C_{TB} = -369\text{ aF}$ kann durch die unterschiedliche Geometrie der Kontakte begründet werden. Der Tunnelkontakt besitzt durch die große Kontaktfläche und das dünne Oxid als Dielektrikum eine vergleichsweise große Kapazität. Die deutlich kleinere Kapazität des geöffneten Bruchkontakts wird nur durch die geometrische Nähe der Zuleitung zur Insel bestimmt. Die Kapazitäten des Bruchkontakts und des Tunnelkontakts lassen sich wegen der nicht aus den Messungen bestimmbaren Massekapazität nicht berechnen.

Allerdings kann mit der Dimensionierung der Insel ($2\text{ }\mu\text{m} \times 2\text{ }\mu\text{m}$) und der Dicke der Polyimid-Schicht ($d = 1,5\text{ }\mu\text{m}$, $\epsilon \approx 4$) über dem leitenden Substrat die Massekapazität aus dem Modell eines Plattenkondensators zu $C_{GND} \approx 95\text{ aF}$ abgeschätzt werden. Mit der Abschätzung können die Kapazitäten $C_{BJ} = 72\text{ aF}$ und $C_{TB} = 442\text{ aF}$ berechnet werden. Die Kapazität des Tunnelkontakts macht einen großen Teil der Gesamtkapazität aus. Selbst bei größeren Massekapazitäten würde die Kapazität des Tunnelkontakts für mindestens 50 % der Gesamtkapazität verantwortlich sein.

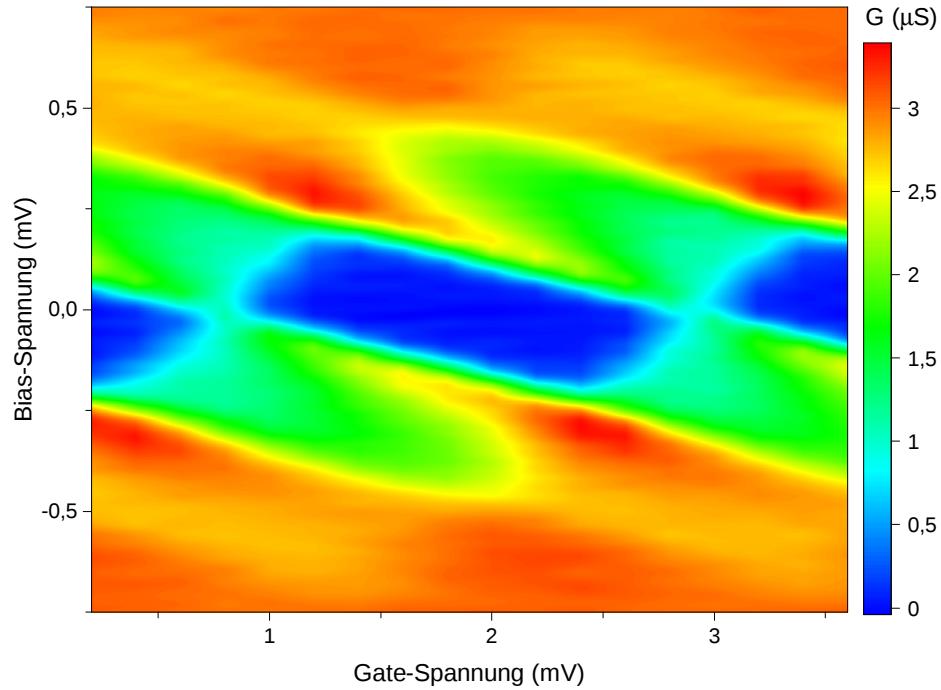


Abbildung 5.6: Leitwertdiagramm des SETs im normalleitenden Zustand bei $R_{BJ} = 206\text{k}\Omega$ und $R_{TB} = 112\text{k}\Omega$. Die charakteristischen Parameter wurden zu $E_C = 115\mu\text{eV}$, $C_G = 75\text{aF}$, $\delta C = 383\text{aF}$ und $Q_0/e = 0,42$ bestimmt. Die zentralen Rauten der Coulomb-Blockade mit vollständig unterdrücktem Leitwert sind im Vergleich zu Abbildung 5.5 nicht mehr so klar umrissen. Zusätzlich tauchen die Rauten höherer Ordnung auf. Das Coulomb-Staircase wird vom Transport über den Bruchkontakt (negative Steigung) bestimmt.

Das Leitwertdiagramm bei einem kleineren Widerstand des Bruchkontakts $R_{BJ} = 206\text{k}\Omega$ ist in Abbildung 5.6 dargestellt. Auch mit dieser Einstellung des Bruchkontakts wird der Leitwert in den zentralen Rauten der Coulomb-Blockade vollständig unterdrückt. Allerdings erscheinen die Bereiche des vollständig unterdrückten Leitwerts nicht mehr so klar umrissen. Während im hochohmigen Bereich des Bruchkontakts die Rauten zweiter Ordnung nur zu erahnen waren, sind sie in diesem Fall deutlich ausgeprägt.

Im Bereich höherer Bias-Spannungen ist zum einen ein deutlich erhöhter Leitwert und ebenfalls ein Coulomb-Staircase erkennbar. In diesem Fall wird das Coulomb-Staircase vom Transport durch den Bruchkontakt (negative Steigung) bestimmt.

Für das Auftreten eines Coulomb-Staircase ist eine große Asymmetrie in den Tunnelraten durch die Kontakte verantwortlich (siehe [IN92, Kapitel 6.7]). Im vorliegenden Fall kann die Asymmetrie nicht direkt auf die elektrischen Widerstände von Tunnel- und Bruchkontakt zurückgeführt werden. Selbst unter der Annahme einer großen Unsicherheit bei der Bestimmung der Widerstände ist $206\text{k}\Omega = R_{BJ} > R_{TB} = 112\text{k}\Omega$. Dies ist ein erster Hinweis darauf, dass sich der Bruchkontakt nicht als klassische Tunnelbarriere durch einen normalleitenden Widerstand beschreiben lässt, sondern der mesoskopische Charakter mit einbezogen werden muss.

Auch für diesen Kontakt lassen sich die Parameter aus dem Transportdiagramm bestimmen. Es sind in diesem Fall $E_C = 115\mu\text{eV}$, $C_G = 75\text{aF}$, $\delta C = 383\text{aF}$ und $Q_0/e = 0,42$. Bis auf die Offsetla-

dung Q_0 stimmen diese im Rahmen der Unsicherheit beim Anpassen des Transportdiagramms mit den Parametern des $R_{BJ} = 790 \text{ k}\Omega$ Kontakts überein. Das mechanische Biegen der Probe beim Einstellen des Bruchkontakts hat demnach keine oder nur eine vernachlässigbare Auswirkung auf die charakteristischen Größen E_C , C_G und δC des SETs.

5.3.2 Supraleitende Messungen

Die supraleitende Messung des $R_{BJ} = 790 \text{ k}\Omega$ Kontakts ist in Abbildung 5.7 als Leitwertdiagramm dargestellt. Die supraleitende Energielücke der Probe wurde in Vormessungen zu $\Delta = 192 \mu\text{eV}$ bestimmt. Das Leitwertdiagramm wird im Wesentlichen von drei unterschiedlichen Transportmerkmalen bestimmt, die periodisch in der Gate-Spannung auftauchen.

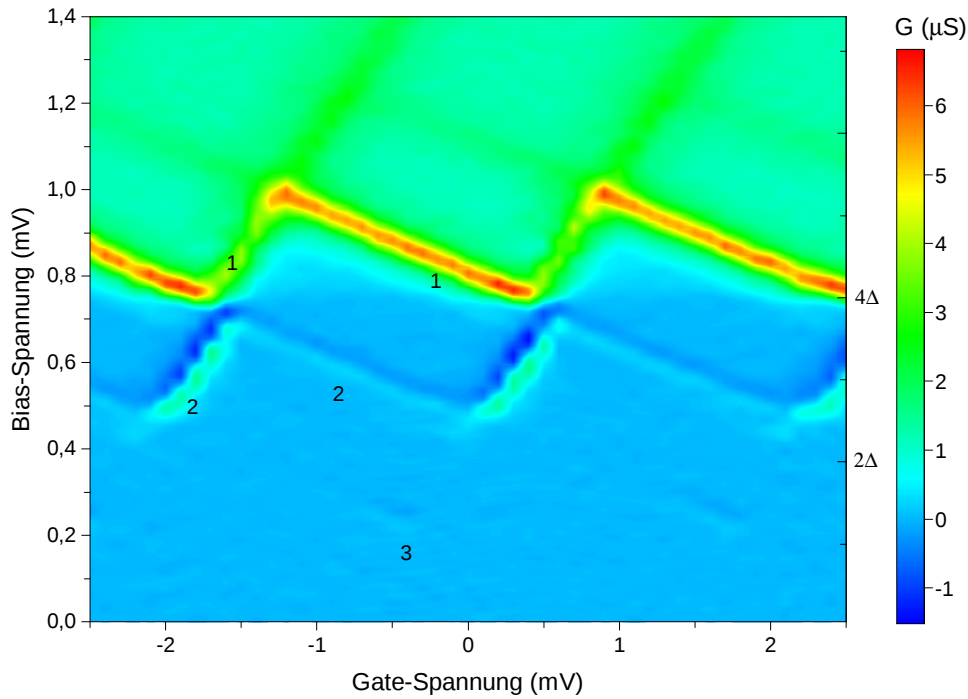


Abbildung 5.7: Leitwertdiagramm im supraleitenden Zustand bei $R_{BJ} = 790 \text{ k}\Omega$ und $R_{TB} = 112 \text{ k}\Omega$. Mit den Bias-Grenzen der unterschiedlichen Zyklen aus Abschnitt 4.4 können die Transportprozesse identifiziert werden. Das Onset (1) wird durch das Quasiteilchen-Onset bedingt. Im Blockadebereich des supraleitenden SET $V_B < 4\Delta$ findet sich der J-QP-Zyklus (2) und der 3e-Zyklus (3). Beide im Strom peakförmige Transportzyklen erscheinen im Leitwert als Folge von Maxima und Minima im Leitwert.

Eine Möglichkeit zur Charakterisierung und Identifizierung der einzelnen Zyklen ist durch die in Abschnitt 4.4 vorgestellte Einschränkung der Transportzyklen auf unterschiedliche Bias-Bereiche möglich. Der hierfür notwendige Wert der Ladungsenergie E_C kann den normalleitenden Messungen entnommen werden.

Hiermit lässt sich der Grat (1) bei $4\Delta \leq eV_B \leq 4\Delta + 2E_C$ als das sprunghafte Einsetzen des Stroms durch das Quasiteilchen-Onset erklären.

Das mit (2) bezeichnete Merkmal liegt im Bereich $2\Delta + E_C \leq eV_B \leq 2\Delta + 3E_C$ und zeigt im Leitwert eine dichte Folge aus Maxima und Minia. Im Strom ist das Transportmerkmal damit peakförmig, was für eine Beteiligung von Cooper-Paaren spricht. Mit passenden Grenzen des Bias und passender Gestalt wird das Transportmerkmal durch den J-QP-Zyklus ausgelöst. Bei kleineren Bias-Spannungen $V_B \approx 2E_C/e$ ist eine weitere lokale Erhöhung des Stroms (3) als Maximum-Minimum-Folge im Leitwert zu erkennen. Der Transport wird durch den 3e-Zyklus möglich.

Neben der alleinigen Betrachtung der Bias-Abhängigkeit der unterschiedlichen Prozesse bietet das in Abbildung 5.8 dargestellte Transportdiagramm ebenfalls die Möglichkeit zur Identifizierung der Transportzyklen. Im Transportdiagramm wurden in diesem Fall die Linien für den

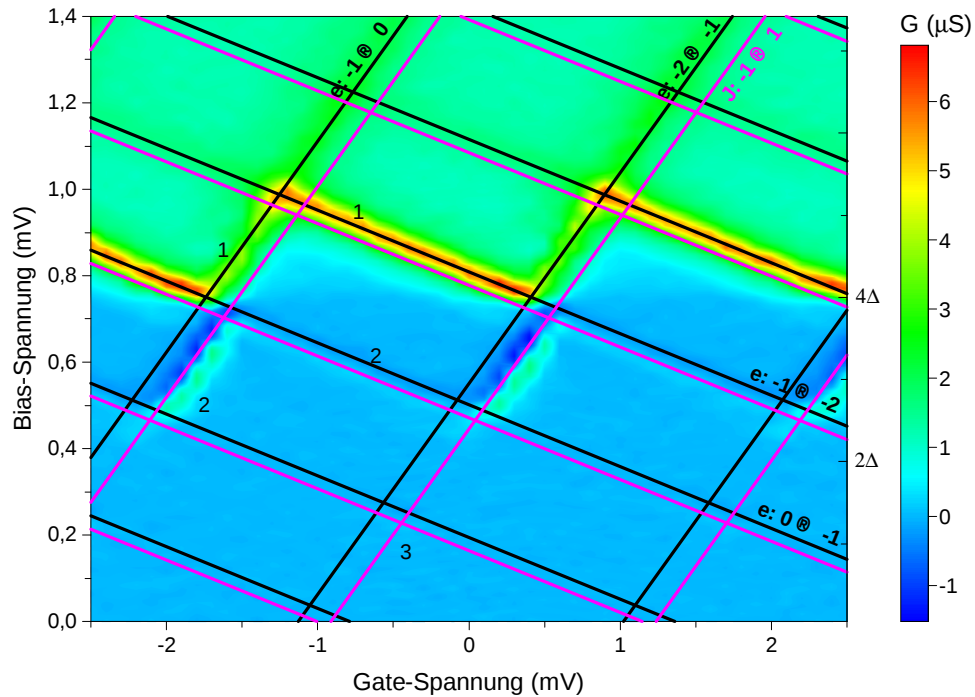


Abbildung 5.8: Leitwertdiagramm im supraleitenden Zustand bei $R_{BJ} = 790\text{ k}\Omega$ und $R_{TB} = 112\text{ k}\Omega$. Das Transportdiagramm mit den Parametern $\Delta = 192\text{ }\mu\text{eV}$, $E_C = 117\text{ }\mu\text{eV}$, $C_G = 75\text{ aF}$, $\delta C = -369\text{ aF}$ und $Q_0/e = 0,335$ umfasst die Linien des Quasiteilchen-Transports (e, schwarz) und des Cooper-Paar-Transports (J, magenta). Mit dem Transportdiagramm lassen sich der J-QP-Zyklus (2) und der 3e-Zyklus (3) durch ihre Lage in der Bias-Gate-Ebene leicht identifizieren.

Quasiteilchen- und den Cooper-Paar-Transport dargestellt. Die Beschriftung besteht einerseits aus dem zugrunde liegenden Transportmechanismus und andererseits aus dem anfänglichen und finalen Ladungszustand der Insel. Zusammen erlauben die Linien und die Beschriftungen die Identifizierung der Bestandteile und die energetische Umsetzbarkeit der Transportzyklen. Durch das Einbeziehen von Bias- und Gate-Spannung ist die Charakterisierung durch das Transportdiagramm sogar aussagekräftiger als die reine Betrachtung der Bias-Bereiche wie im vorherigen Abschnitt.

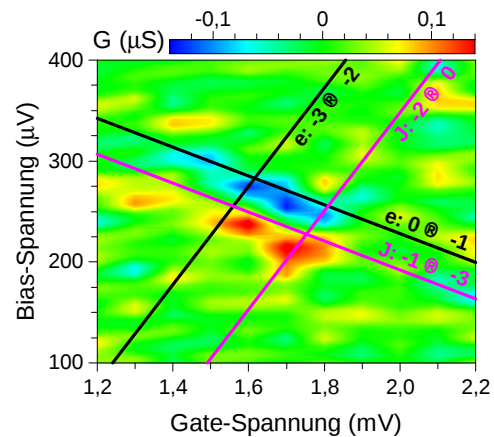
Das Quasiteilchen-Onset (1) folgt den Linien der Quasiteilchen. Zu niedrigen Bias-Spannungen hin wird das Onset durch Kreuzungspunkte von Linien mit gleichem End- und Anfangslade-

zustand der Insel ($e: -2 \Rightarrow -1$ und $e: -1 \Rightarrow -2$) begrenzt. Die Grenze des Onsets bei höheren Bias-Spannungen weisen jeweils die gleichen Anfangszustände auf ($e: -1 \Rightarrow 0$ und $e: -1 \Rightarrow -2$). Der J-QP-Zyklus (2) folgt jeweils den Linien für den Cooper-Paar-Transport. Der Zyklus wird dabei von zwei Quasiteilchen-Linien begrenzt. Für die $J: -1 \Rightarrow 1$ sind die begrenzenden Quasiteilchen-Linien die $e: 0 \Rightarrow -1$ Linie als untere und die $e: -1 \Rightarrow -2$ obere Grenze. Die untere Grenze wird zum Vollenden des Zyklus zur Herstellung des initialen Ladungszustands der Insel benötigt. Der für den Cooper-Paar-Transport benötigte Quasiteilchen-Transport ($e: 1 \Rightarrow 0$) benötigt eine niedrigere Bias-Spannung als der $e: 0 \Rightarrow -1$ Prozess und ist deshalb ebenfalls möglich. Dies kann auch im Transportdiagramm durch die Lage der $e: 1 \Rightarrow 0$ Linie bestätigt werden. Bei jedem festen Wert der Gate-Spannung liegt die $e: 1 \Rightarrow 0$ Linie bei kleineren Bias-Spannungen als die $e: 0 \Rightarrow -1$ Linie.

Die obere Begrenzung des J-QP-Zyklus durch die $e: -1 \Rightarrow -2$ Linie ist als sogenanntes poisoning bekannt. Oberhalb der entsprechenden Linie kann ein zusätzliches Quasiteilchen von der Insel tunneln und so die Anfangsbedingung für den Cooper-Paar-Transport zunichte machen.

Im entsprechenden Ausschnitt des Leitwertdiagramms mit angepasster Farbdarstellung aus Abbildung 5.9 ist der bereits erwähnte 3e-Zyklus besser zu erkennen. Er befindet sich am

Abbildung 5.9: Ausschnitt des Leitwertdiagramms im supraleitenden Zustand bei $R_{BJ} = 790\text{k}\Omega$ und $R_{TB} = 112\text{k}\Omega$ um den 3e-Zyklus. Für das Transportdiagramm wurden die gleichen Parameter wie in der Übersichtsdarstellung aus Abbildung 5.8 verwendet. Dargestellt werden die Linien für den Quasiteilchen-Transport (e, schwarz) und den Cooper-Paar-Transport (J, magenta). Der 3e-Zyklus liegt am Kreuzungspunkt der Cooper-Paar-Linien.



Kreuzungspunkt der Cooper-Paar-Linien $J: -2 \Rightarrow 0$ und $J: -1 \Rightarrow -3$. Die für die J-e Prozesse benötigten Quasiteilchen-Linien $e: 0 \Rightarrow -1$ und $e: -3 \Rightarrow -2$ sind ebenfalls dargestellt. In der Darstellung des Transportdiagramms fällt sofort auf, dass der Kreuzungspunkt der Cooper-Paar-Linien bei kleinerer Bias-Spannung als die beteiligten Quasiteilchen-Linien liegt. Am Kreuzungspunkt der Cooper-Paar-Linien, dem Punkt an dem beide Cooper-Paar-Transporte möglich wären, können strikt gesehen die für die J-e Transporte nötigen Quasiteilchen-Tunnelprozesse nicht stattfinden. Dies entspricht einer Verletzung der Voraussetzungen für die Möglichkeit des 3e-Zyklus aus Gleichung (4.17).

Nichtsdestoweniger ist der 3e-Zyklus in den Messungen sichtbar. Bei der energetischen Betrachtung der Transportprozesse aus Abschnitt 4.4 wurden die idealisierten und scharf definierten Grenzen genutzt. In der Realität sorgt eine energetische Verwaschung des Quasiteilchen-Transports durch eine endliche Temperatur oder andere in Abschnitt 5.4.6 diskutierten Effekte für die Möglichkeit des 3e-Zyklus. Zudem muss angeführt werden, dass bei der händischen

Anpassung der Transportdiagramme die zugrunde liegenden Parameter in einem gewissen Bereich variiert werden können, ohne dass zu große Abweichung zwischen Modell und Experiment festzustellen sind. Eine Unsicherheit der Ladungsenergie um $8\text{ }\mu\text{eV}$ könnte das Auftauchen des 3e-Zyklus erklären, scheint aber unwahrscheinlich, da das Transportdiagramm mit vielen Randbedingungen festgelegt wurde.

Auch bei dem hier vorgestellten Widerstand des Bruchkontakts lassen sich erste Anzeichen eines mesoskopischen Transports in Form der Andreev-Reflexion durch den Bruchkontakt nachweisen. In Abbildung 5.10 wurden dem Transportdiagramm die Linien für die Andreev-Reflexion ($m = 2$) über den Bruchkontakt (negative Steigung) hinzugefügt. Mit diesen lassen sich zwei weitere stromführende Zyklen identifizieren.

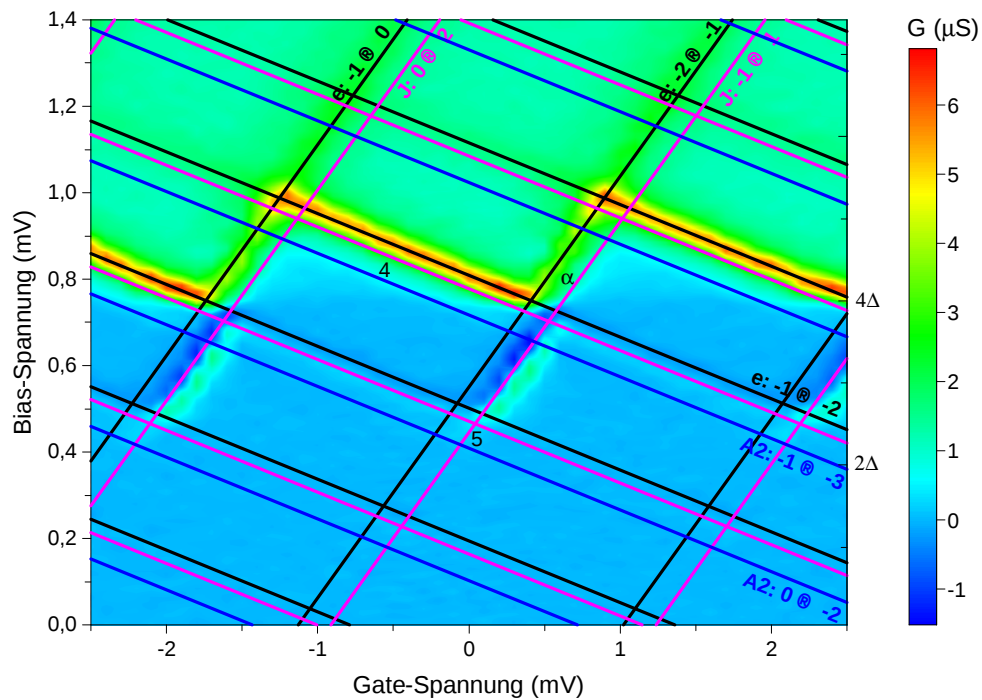


Abbildung 5.10: Leitwertdiagramm im supraleitenden Zustand bei $R_{\text{BJ}} = 790\text{ k}\Omega$ und $R_{\text{TB}} = 112\text{ k}\Omega$. Dargestellt ist das Transportdiagramm mit den gleichen Parametern wie in Abbildung 5.8. Neben den Linien für den Quasiteilchen-Transport (e, schwarz) und Cooper-Paar-Transport (J, magenta) wurden die Linien für die Andreev-Reflexion ($m = 2$, A, blau) über den Bruchkontakt gezeichnet. Damit kann der A-QP-Zyklus (4) und der 3e-A-Zyklus (5) identifiziert werden. Das Onset (α) an der Flanke des Tunnelkontakts könnte durch eine verwaschene Energiebedingung für den Quasiteilchen-Transport erklärt werden.

Vor dem ausgeprägten Maximum des Leitwerts durch das Quasiteilchen-Onset (1) ist ein kleineres Onset im Leitwert (4) erkennbar. Dieser wird durch die Andreev-Linie A: $-1 \Rightarrow -3$ und die Quasiteilchen-Linie e: $-2 \Rightarrow -1$ begrenzt. Bei dem entsprechenden Zyklus handelt es sich um den A-QP-Zyklus. Der zweite für den Zyklus notwendige Quasiteilchen-Transport e: $-3 \Rightarrow -2$ ist im Bereich des entsprechenden A-QP-Zyklus ebenfalls möglich.

Als Verlängerung des J-OP-Zyklus mit dem Cooper-Paar-Transport über den Tunnelkontakt (positive Steigung) in Richtung kleinerer Bias-Spannungen findet sich eine leichte Erhöhung des Leitwerts (5). Diese lässt sich als 3e-A-Zyklus identifizieren. Der Zyklus beinhaltet einen

J-e Transport, beschrieben durch die Linien J: $-1 \Rightarrow 1$ und e: $1 \Rightarrow 0$, die Andreev-Reflexion A: $0 \Rightarrow -2$ und den ausgleichenden Quasiteilchen-Transport e: $-2 \Rightarrow -1$. Analog zum 3e-Zyklus ist auch der 3e-A-Zyklus bei energetisch strikter Betrachtung in diesem Fall nicht möglich und muss durch eine Verwaschung der Energiebedingung des Quasiteilchen-Transports begründet werden.

Der gleiche Effekt kann auch für den schrittweisen Anstieg des Leitwerts (α) vor dem eigentlichen Quasiteilchen-Onset (1) über den Tunnelkontakt (positive Steigung) verantwortlich gemacht werden. Mit der Möglichkeit, durch den Transport eines Quasiteilchens die Ladung der Insel von -2 auf -1 zu erhöhen (e: $-2 \Rightarrow -1$), kann die Anfangsbedingung für den J-QP-Zyklus mit J: $-1 \Rightarrow 1$ wieder erreicht werden. Das Onset könnte sich dann aus einfachem Quasiteilchen-Tunneln und J-QP-Zyklus zusammensetzen und würde, wie in den Messungen sichtbar, durch die Cooper-Paar-Linie begrenzt.

5.3.3 Simulationen

Neben der qualitativen Betrachtung der einzelnen Transportprozesse und Zyklen gestattet die orthodoxe Theorie auch die quantitative Beschreibung durch numerische Simulationen. Das Vorgehen und die unterschiedlichen theoretischen Ansätze zur Simulation wurden in Abschnitt 4.5 vorgestellt. Da in den Simulationen keine weiteren energieverbreiternden Effekte außer einer endlichen Temperatur bei der Berechnung der Quasiteilchen-Raten berücksichtigt werden, sind die Merkmale der unterschiedlichen Transporte scharf umrissen. Bei der Berechnung des Leitwerts aus den simulierten Stromhöhen würden sich so unverhältnismäßig große und in den Messungen nicht vorgefundene Werte ergeben. Es kann daher nur der gemessene Strom mit den Simulationen verglichen werden.

In Abbildung 5.11 ist der Vergleich des gemessenen und simulierten Stromdiagramms für einen Kontakt mit $R_{\text{BJ}} = 1,7 \text{ M}\Omega$ dargestellt. Die Parameter des SETs für diesen Kontakt wurden durch Anpassen des dargestellten Transportdiagramms an die experimentellen Daten ermittelt. Neben den Parametern des SETs wurden für die Simulationen die Widerstände $R_{\text{BJ}} = 700 \text{ k}\Omega$ und $R_{\text{TB}} = 112 \text{ k}\Omega$ und eine Temperatur $T = 100 \text{ mK}$ verwendet. Zusätzlich wurden (multiple) Andreev-Reflexion ausgeschlossen ($\tau_{\text{AR}} = \tau_{\text{MAR}} = 0$). Mit den so gewählten Werten für die Simulation ergibt sich eine verhältnismäßig gute Übereinstimmung zwischen den simulierten und experimentell gemessenen Strömen. Die Stromhöhen in der ersten Raute oberhalb des Quasiteilchen-Onsets (1) stimmten gut überein. Innerhalb des Blockadebereiches der Supraleitung ist als einziger stromführender Transportprozess der J-QP-Zyklus (2) sichtbar. Dessen Lage wird durch die Simulationen gut beschrieben, die Stromhöhe und Ausdehnung entlang der Bias-Achse über- bzw. unterschätzt. Dieses Verhalten ist bei Anwendung der gekoppelten Cooper-Paar- und Quasiteilchen-Raten durchaus zu erwarten [PFT00].

Bei der Wahl des Widerstands für die Simulation wurde auf die korrekte Reproduktion der Ströme oberhalb des Quasiteilchen-Onsets Wert gelegt. Wie in Abbildung 5.12 dargestellt lässt sich der Strom für Bias-Spannungen oberhalb des Quasiteilchen-Onsets nur mit einer drastischen Verringerung des Widerstands des Bruchkontakts in den Simulationen annähernd

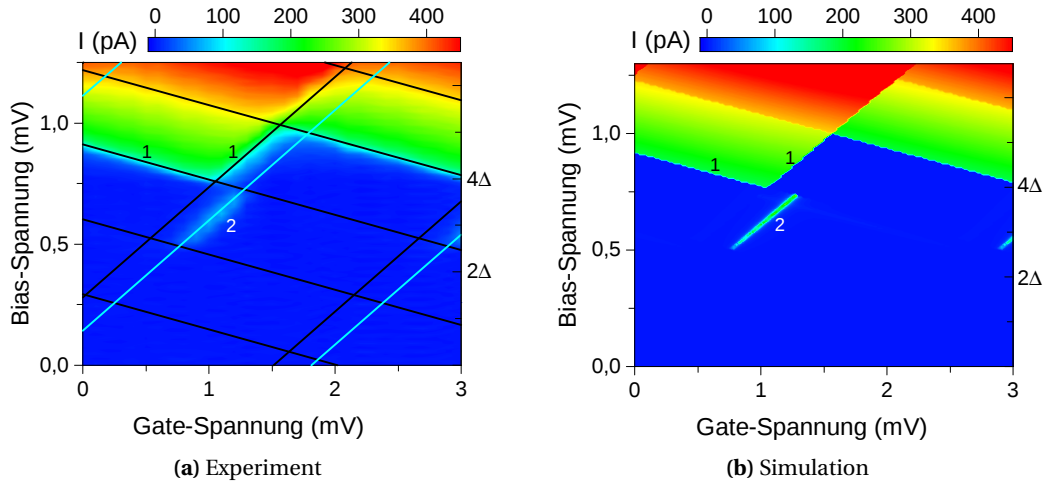


Abbildung 5.11: Experimentelles und simuliertes Stromdiagramm für einen Kontakt mit $R_{BJ} = 1,7 \text{ M}\Omega$. Grundlage für die Simulation stellen die mit dem in (a) dargestellten Transportdiagramm bestimmten Parameter $\Delta = 192 \mu\text{eV}$, $E_C = 117 \mu\text{eV}$, $C_G = 75 \text{ aF}$, $\delta C = -352 \text{ aF}$ und $Q_0/e = -0,158$. Zusätzlich wurden bei der Simulation $R_{BJ} = 700 \text{ k}\Omega$, $R_{TB} = 112 \text{ k}\Omega$ und $T = 100 \text{ mK}$ genutzt. Mit diesen Werten ergibt sich eine gute Übereinstimmung der Stromhöhen in der ersten Raute des Quasiteilchen-Tunnels (1). Die Simulation kann damit die Lage des J-QP-Zyklus (2) gut beschreiben, obwohl die maximale Stromhöhe und Breite des Zyklus über- bzw. unterschätzt wird.

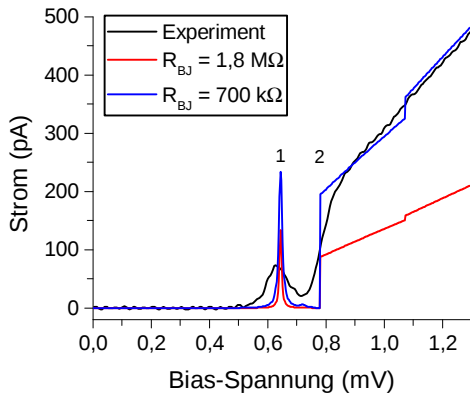


Abbildung 5.12: Vergleich der experimentellen und von simulierten Kennlinien für eine Gate-Spannung von $V_G = 1,1 \text{ mV}$. Als Widerstand des Bruchkontakts wurde in simulierten Kennlinien der experimentell bestimmte Widerstand ($R_{BJ} = 1,7 \text{ M}\Omega$, rot) und ein Widerstand ($R_{BJ} = 700 \text{ k}\Omega$, blau) mit guter Übereinstimmung des Stroms ab dem Quasiteilchen-Onset (1) genutzt. In beiden Fällen wird die Lage des e-e-Onsets (1) und des J-QP-Zyklus (2) gut beschrieben. Die Stromhöhe des J-QP-Zyklus (2) wird von den Simulationen überschätzt und die Breite unterschätzt.

beschreiben. Werden bei den Simulationen die experimentell bestimmten Widerstände verwendet, zeigen sich deutliche Abweichungen. Für die deutliche Abweichung gibt es mehrere mögliche Erklärungen.

Zum einen könnte schlicht ein Fehler in der Implementierung der Simulationen vorliegen. Allerdings können mit der für diese Arbeit programmierten Software die Simulationen aus [Poh99] ohne weitere Anpassung reproduziert werden. Ein numerischer Fehler durch die Software ist somit sehr unwahrscheinlich.

Wie schon in Abschnitt 5.2.3 diskutiert ist die Bestimmung des Widerstands mit einer größeren Unsicherheit behaftet. Gerade in diesem Kontakt wird die Bestimmung durch ein ausgeprägtes Coulomb-Staircase erschwert. Wird von einer relativen Unsicherheit von 7 % bei der Widerstandsbestimmung ausgegangen, so könnte sich der ermittelte Widerstand um bis zu $120 \text{ k}\Omega$

abweichen. Allerdings ist für die korrekte Reproduktion der Stromhöhen im Quasiteilchen-Onset eine Anpassung von knapp $1\text{ M}\Omega$ nötig, die nicht mehr alleine durch die Unsicherheit begründet werden kann.

Die wahrscheinlichste Möglichkeit für die abweichenden Widerstände ist in der Natur des Bruchkontakts zu suchen. In den Simulationen werden beide Kontakte als gewöhnliche Tunnelkontakte beschrieben. Im Gegensatz dazu handelt es sich beim Bruchkontakt auch bei hohen Widerständen um einen mesoskopischen Kontakt. Für den elektrischen Transport über den Bruchkontakt sind nur wenige Transportkanäle mit vergleichsweise hohen Transmissionen ausschlaggebend. Der Einfluss dieser veränderten Kopplung kann nicht mehr im Modell eines Tunnelkontakts mit einem einfachen normalleitenden Widerstand beschrieben werden.

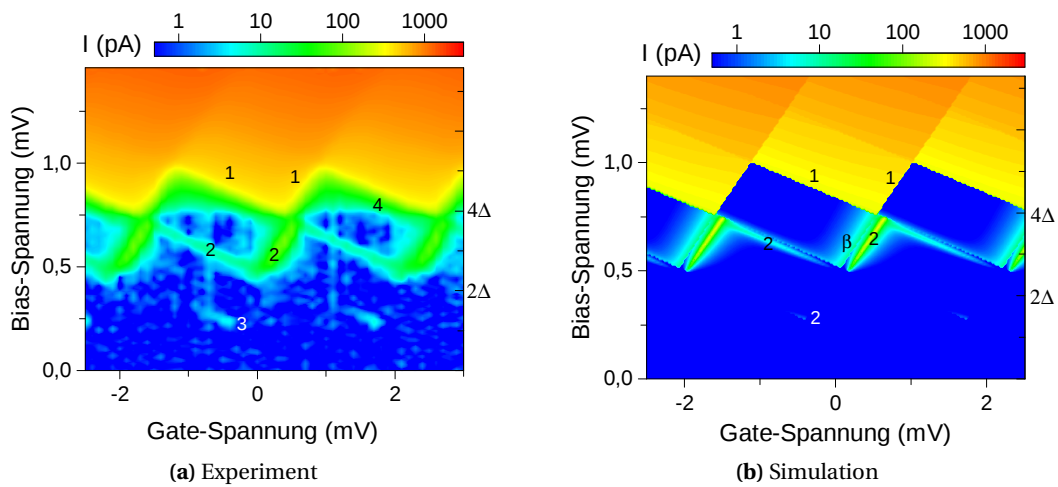


Abbildung 5.13: Experimentelles und simuliertes Stromdiagramm für den $R_{\text{BJ}} = 790\text{ k}\Omega$ Kontakt. Für die Simulationen wurde als Widerstand des Bruchkontakts $R_{\text{BJ}} = 450\text{ k}\Omega$ genutzt, um eine gute Übereinstimmung der Ströme oberhalb des Quasiteilchen-Onsets (1) zu erzeugen. Multiple Andreev-Reflexionen wurden ausgeschlossen ($\tau_{\text{AR}} = \tau_{\text{MAR}} = 0$). Die Simulationen zeigen neben dem J-QP-Zyklus (2) auch den 3e-Zyklus (3). Ein zusätzlicher Strombeitrag (β) ist nur in den Simulationen zu finden.

Die Simulation für den im vorherigen Abschnitt vorgestellten $R_{\text{BJ}} = 790\text{ k}\Omega$ Kontakt ist in Abbildung 5.13 dargestellt. Auch hier wurde für die Simulationen ein geringerer Widerstand des Bruchkontakts $R_{\text{BJ}} = 450\text{ k}\Omega$ angenommen, um eine gute Übereinstimmung im Bereich des Quasiteilchen-Tunnelns zu erreichen. In der Simulation ohne die Berücksichtigung der Andreev-Reflexion (Abbildung 5.13b) zeigt sich auch in diesem Kontakt eine gute Übereinstimmung der durch Cooper-Paar-Tunneln bedingten Transportzyklen bezüglich deren Lage. Der J-QP-Zyklus (2) über den Tunnelkontakt (positive Steigung) wird von den Simulationen in der Stromhöhe über- und in der Breite unterschätzt. Über den Bruchkontakt (negative Steigung) ist in den Simulationen der J-QP-Zyklus nur sehr schwach vorhanden. Gleiches gilt für den 3e-Zyklus (3), der in den Simulationen deutlich kleiner in Stromhöhe und Ausdehnung dargestellt wird. Der Strombeitrag (β) parallel zum J-QP-Zyklus über den Tunnelkontakt kann nur in den Simulationen gefunden werden.

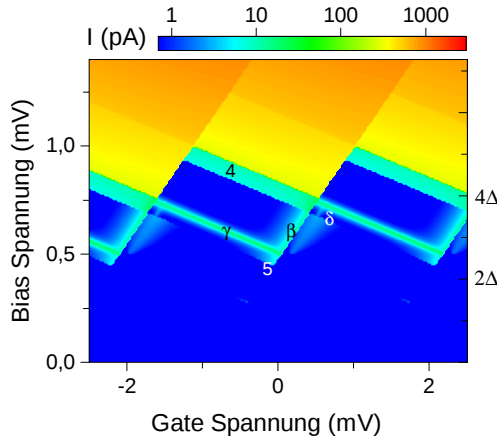


Abbildung 5.14: Simuliertes Stromdiagramm für den $R_{BJ} = 790\text{ k}\Omega$ Kontakt. Die hier dargestellte Simulation entspricht der aus Abbildung 5.13b. Allerdings wurde hier $\tau_{AR} = 0,01$ für den Bruchkontakt genutzt. Damit tauchen die Stromzyklen des A-QP (4) und des 3e-A (5) in den simulierten Daten auf. Als Artefakte der Simulation sind der Strombeitrag (γ) und der verringerte sowie unterdrückte (δ) J-QP-Zyklus über den Tunnelkontakt zu werten.

Die Berücksichtigung der Andreev-Reflexion in der Simulation mit $\tau_{AR} = 0,01$ für den Bruchkontakt führt auf die Ergebnisse aus Abbildung 5.14. In der Simulation können nun die Transportprozesse durch den A-QP- (4) und den 3e-A-Zyklus (5) gefunden werden.

Abweichend von den experimentellen Daten ist eine Unterdrückung des J-QP-Zyklus (δ) über den Tunnelkontakt durch die Andreev-Reflexion über den Bruchkontakt zu bemerken. Zusätzlich wird der J-QP-Zyklus über den Bruchkontakt vollständig von einem unbekannten Strombeitrag überlagert (γ), der durch die Linien des Quasiteilchen- und Josephson-Transports begrenzt wird. Verglichen mit den Simulationen ohne Andreev-Reflexionen (Abbildung 5.13b) fällt der J-QP-Zyklus (2) über den Tunnelkontakt deutlich kleiner aus.

Der vom Strombeitrag deutlich zu gering wiedergegebene A-QP-Zyklus (4) lässt vermuten, dass für die Simulationen entweder eine zu geringe Andreev-Transmission τ_{AR} oder ein zu hoher Widerstand des Bruchkontakts angenommen wurde. Das Erhöhen der Andreev-Transmission in den Simulationen führt allerdings zu einer noch drastischeren Verkleinerung der Höhe des J-QP-Zyklus über den Bruchkontakt, was nicht den experimentellen Ergebnissen entspricht.

Die in den Simulationen aus Abbildung 5.13b und Abbildung 5.14 vorhandenen zusätzlichen Strombeiträge (β) und (γ) und das poisoning (δ) des J-QP-Zyklus durch die Andreev-Reflexion können experimentell nicht nachgewiesen werden. Vielmehr liegt die Vermutung nahe, dass es sich hierbei nur um numerische Artefakte der Simulation handelt. Die Artefakte entstehen durch eine Veränderung der Wahrscheinlichkeiten P_n als Ergebnis der Master-Gleichung, sobald einer der betrachteten Transportmechanismen energetisch möglich wird. Da für die Berechnung des Stroms nur jeweils ein Kontakt genutzt wird, können die verschobenen Wahrscheinlichkeiten zusätzliche Strombeiträge bedingen. Mit der Einführung der Andreev-Reflexion als zusätzliche Transportmöglichkeit werden die Verschiebungen in den Wahrscheinlichkeiten P_n um so deutlicher. Im typischen Anwendungsfall symmetrischer SETs sind die artifiziellen Strombeiträge meist zu gering um wahrgenommen zu werden. Vorwiegend in Simulationen mit asymmetrischen Kontakten lassen sich vergleichbare Artefakte finden [PFT00, Abb.2]. In diesem Fall werden sie wegen der logarithmischen Skalierung des Stroms so deutlich sichtbar. Ob oder inwieweit sich diese Artefakte durch andere Simulationsansätze unterdrücken lassen, wurde bislang nicht untersucht.

Der Vergleich von experimentellem und simuliertem Stromdiagramm zeigt, dass sich auch bei einer Beteiligung der Andreev-Reflexion das Verhalten des Einzelektronentransistors zumindest qualitativ mit den Simulationen beschreiben lässt. Natürlich müssten für vollständig vergleichbare Ergebnisse zusätzliche Gegebenheiten eingeführt und berücksichtigt werden. Als wichtigste Gegebenheit müsste der mesoskopische Charakter des Bruchkontakts berücksichtigt werden. Zudem müsste die energetische Verbreiterung des Quasiteilchen-Transports geklärt und quantitativ beschrieben werden. Dennoch bieten die Ergebnisse der Simulationen einen guten Anhaltspunkt bei der Beschreibung der Transporteigenschaften.

5.3.4 Kopplung durch den Bruchkontakt

In einem großen Bereich des Bruchkontakt-Widerstands finden sich die in den vorherigen Abschnitten beschriebenen Transportprozesse. Die Transportprozesse werden hauptsächlich durch den Quasiteilchen- und Cooper-Paar-Transport durch Bruchkontakt und Tunnelbarriere bestimmt. Die Andreev-Reflexion als Vertreter des mesoskopischen Transports spielt nur eine untergeordnete Rolle.

Innerhalb des orthodoxen Regimes kann so der Einfluss unterschiedlicher Widerstände des Bruchkontakts auf die supraleitende Kopplung beobachtet werden. Abbildung 5.15 stellt die supraleitenden Leitwertdiagramme für vier unterschiedliche Widerstände des Bruchkontakts dar.

Bedingt durch den unterschiedlichen Widerstand des Bruchkontakts haben die Leitwerte bei Bias-Spannungen oberhalb der Blockade $eV_B > 4\Delta + 2E_C$ unterschiedliche Werte. Der Einfluss der Ladungseffekte als Coulomb-Staircase wird für geringere Widerstände zunehmend mehr vom Transport über den Bruchkontakt (negative Steigung) beeinflusst.

Ähnlich verhält es sich mit dem maximalen Leitwert am Quasiteilchen-Onset. Für größere Widerstände (Abbildung 5.15a) ist der maximale Leitwert am Quasiteilchen-Onset auf der positiven und negativen Flanke vergleichbar. Im Bereich niedrigerer Widerstände (Abbildung 5.15d) nimmt der maximale Leitwert des Onsets über den Bruchkontakt (negative Steigung) überverhältnismäßig zu. Dies spricht für eine zunehmende Kopplung der Quasiteilchen-Zustände durch den Bruchkontakt.

Die unterschiedlichen Widerstände des Bruchkontakts bewirken auch eine unterschiedliche supraleitende Kopplung. Dies ist unter anderen an der Stärke des J-QP-Zyklus wie in Abbildung 5.16 dargestellt zu sehen. Der J-QP-Zyklus mit dem Cooper-Paar-Transport über den Tunnelkontakt ist in allen Widerstandsbereichen ähnlich stark ausgeprägt. Der J-QP-Zyklus über den Bruchkontakt hingegen ist bei hohem Widerstand nicht nachweisbar. Bei geringem Widerstand ist der J-QP-Zyklus über den Bruchkontakt stärker ausgeprägt als über den Tunnelkontakt.

Ein vergrößerter Einfluss der Andreev-Reflexion über den Bruchkontakt mit sinkendem Widerstand lässt sich aus dem Vergleich nicht eindeutig belegen.

Der visuelle Vergleich der Coulomb-Blockade mit den unterschiedlichen Widerständen des Bruchkontakts aus Abbildung 5.15 zeigt auch, dass sich die charakteristischen Parameter des

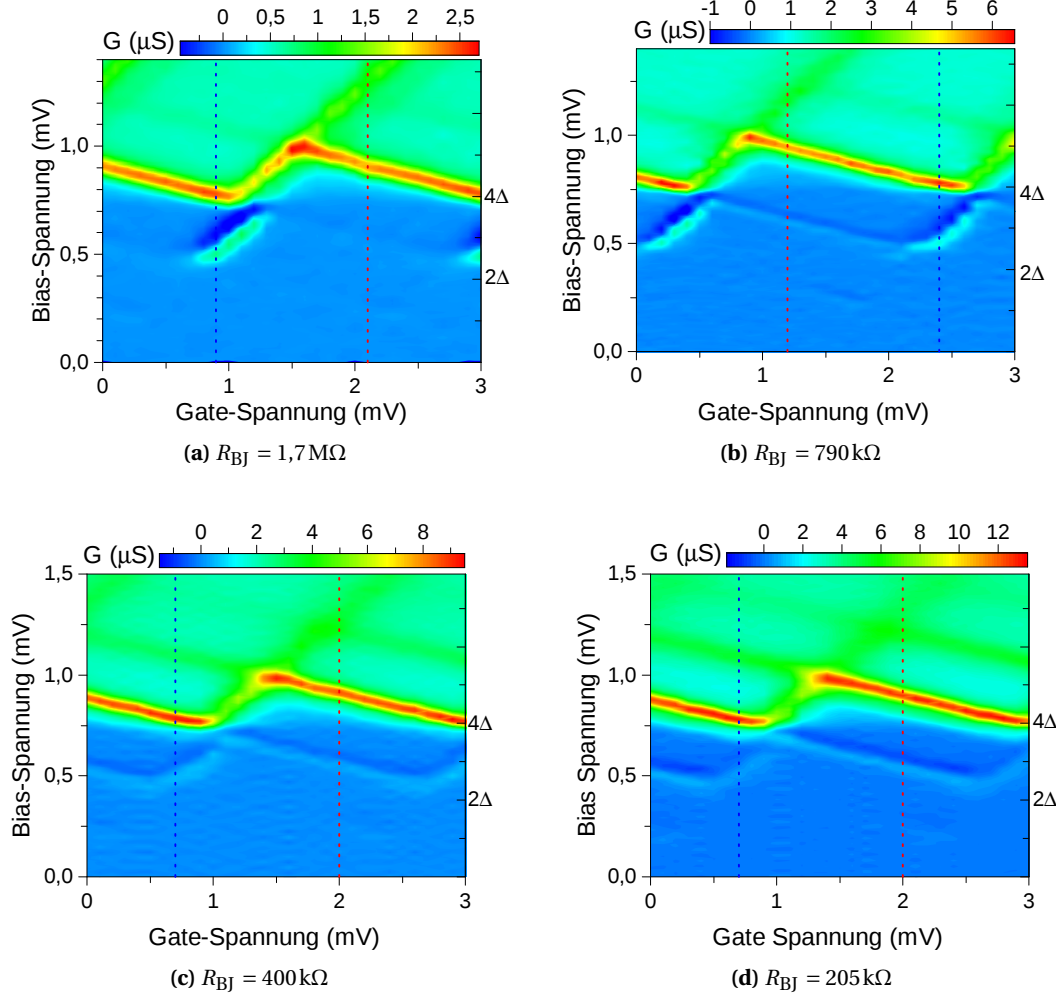


Abbildung 5.15: Vergleich supraleitender Leitwertdiagramme im orthodoxen Regime. Bei allen Widerständen sind als offensichtliche Transportprozesse das e-e-Onset bei $4\Delta \leq eV_B \leq 4\Delta + 2E_C$ und der J-QP-Zyklus bei $2\Delta + E_C \leq eV_B \leq 2\Delta + 3E_C$ wiederzufinden. Mit verringertem Widerstand werden die Transportprozesse über den Bruchkontakt (negative Steigung) deutlicher erkennbar. Die vertikalen gepunkteten Linien markieren die Gate-Spannungen für die der Leitwert als Funktion der Bias-Spannung in Abbildung 5.16a (blau) und Abbildung 5.16b (rot) dargestellt wird.

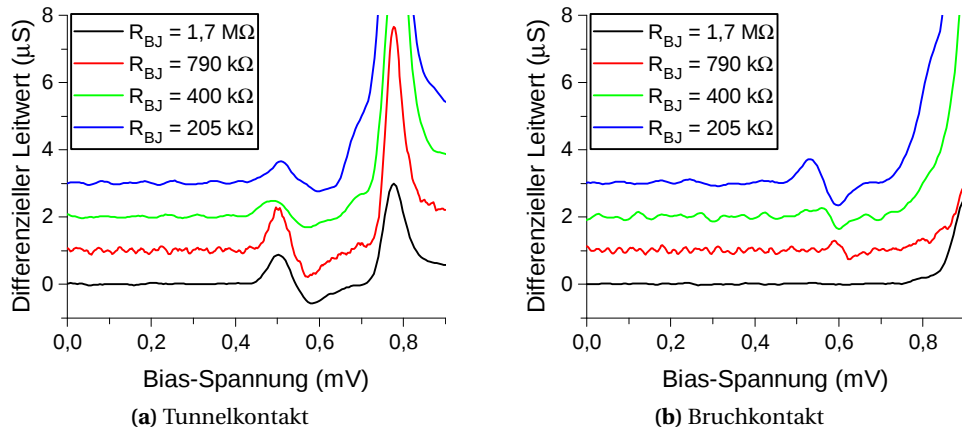


Abbildung 5.16: Verdeutlichung der supraleitenden Kopplung durch den J-QP-Zyklus mit dem Cooper-Paar-Transport über (a) den Tunnelkontakt und (b) den Bruchkontakt. Dargestellt sind jeweils der differenzielle Leitwert als Funktion der Bias-Spannung für die in Abbildung 5.15 blau ((a) Tunnelkontakt) bzw. rot ((b) Bruchkontakt) markierten Gate-Spannungen. Zur übersichtlichen Darstellung wurden die Leitwertkurven jeweils um $1 \mu\text{S}$ versetzt. (a) Der J-QP-Zyklus bei $V_B \approx 0,5 \text{ mV}$ über den Tunnelkontakt ist für alle Widerstände des Bruchkontakts ähnlich stark ausgeprägt. Dies zeigt sich als der Leitwertunterschied zwischen den benachbarten Maxima und Minima. Die Verkleinerung des J-QP-Zyklus bei geringeren Widerständen ($R_{\text{BJ}} = 400 \text{ k}\Omega$ und $R_{\text{BJ}} = 205 \text{ k}\Omega$) wird durch die nötige Mittelung zur Reduzierung von Rauschen ausgelöst. (b) Der J-QP-Zyklus $V_B \approx 0,6 \text{ mV}$ über den Bruchkontakt wird für abnehmende Widerstände des Bruchkontakts deutlich stärker. Dies spricht für eine erhöhte supraleitende Kopplung beim Schließen des Bruchkontakts.

Transportdiagramme E_C , C_G und δC nicht wesentlich ändern. Dies lässt sich aus der vergleichbaren Breite der Coulomb-Rauten entlang der Bias- und Gate-Achse sowie aus den annähernd gleichen Steigungen in allen Leitwertdiagrammen entnehmen. Lediglich die Offsetladung Q_0 , als Verschiebung der Strukturen entlang der Gate-Achse, ändert sich für jeden Kontakt. Die mechanische Einstellung des Bruchkontakts hat demnach keine oder nur geringfügige Auswirkungen auf die Kapazitäten der Kontakte.

5.4 Mesoskopisches Regime

Zu niedrigeren Widerständen des Bruchkontakts hin schließt sich an das orthodoxe Regime ein Widerstandsbereich mit veränderten Transportphänomenen an. Alle gemessenen Kontakte im Widerstandsbereich $60 \text{ k}\Omega \leq R_{\text{BJ}} \leq 80 \text{ k}\Omega$ zeigen fast gleiche Transporteigenschaften. In diesem Widerstandsbereich ist die Kopplung durch den Bruchkontakt klein genug, dass sich die Coulomb-Blockade mit den Ansätzen der orthodoxen Theorie beschreiben lässt. Allerdings zeigt sich in den supraleitenden Messungen der mesoskopische Charakter des Bruchkontakts mit wenigen hoch transmittierenden Transportkanälen als verstärkter Beitrag der multiplen Andreev-Reflexion an den Transportzyklen. In dem in dieser Arbeit als mesoskopisches Regime bezeichneten Widerstandsbereich muss die in Kapitel 4 vorgestellte Erweiterung der orthodoxen Theorie um die multiplen Andreev-Reflexionen angewendet werden, um die neu auftretenden Transportphänomene zu beschreiben.

5.4.1 Normalleitende Messungen

Das normalleitende Leitwertdiagramm mit einem Widerstand des Bruchkontakts $R_{BJ} = 72 \text{ k}\Omega$ ist in Abbildung 5.17 dargestellt. Die rautenförmige Coulomb-Blockade zeigt auch hier die vollständige Unterdrückung des Leitwerts bei geringen Bias-Spannungen. Im Bereich höherer Bias-Spannungen zeigt sich ein Coulomb-Staircase, der maßgeblich durch den Transport über den Bruchkontakt (negative Steigung) bestimmt wird.

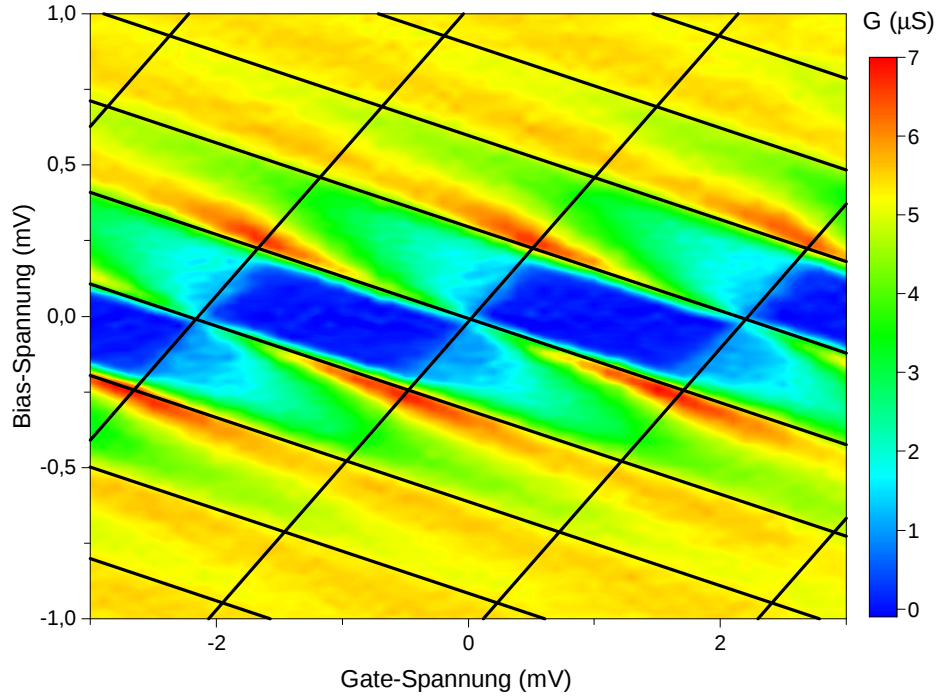


Abbildung 5.17: Normalleitendes Leitwertdiagramm des SETs mit $R_{BJ} = 72 \text{ k}\Omega$ und $R_{TB} = 112 \text{ k}\Omega$. Die Coulomb-Blockade zeigt sich als leicht verwaschene rautenförmige Unterdrückung des Leitwerts bei keinen Bias-Spannungen. Bei größeren Bias-Spannungen wird Coulomb-Staircase vom Transport durch den Bruchkontakt (negative Steigung) bestimmt. Mit den verwaschenen Rauten lässt sich im normalleitenden Zustand das Stabilitätsdiagramm nicht eindeutig bestimmen. Lediglich die Gate-Kapazität $C_G = 74 \text{ aF}$ und die Offsetladung $Q_0/e = -0,491$ können durch die Periodizität entlang und die Lage der Rauten auf der Gate-Achse bestimmt werden. Für das dargestellte Diagramm wurden die Parameter $E_C = 117 \mu\text{eV}$ und $\delta C = 377 \text{ aF}$ aus den supraleitenden Messungen (siehe Abschnitt 5.4.2) übernommen.

Die zentralen Rauten sind auf den Flanken des Bruchkontakts (negative Steigung) klar abgegrenzt. Im Gegensatz dazu sind die Flanken des Tunnelkontakts (positive Steigung) sehr verwaschen. Dies macht das Anpassen des Transportdiagramms schwierig. Während sich $C_G = 74 \text{ aF}$ noch einfach aus der Periodizität entlang der Gate-Achse bestimmen lässt, wird durch eine klar erkennbare Steigung nur das Verhältnis $\delta C/C_\Sigma$ festgelegt (vgl. Gleichungen (4.9) und (4.10)). Für das dargestellte Transportdiagramm wurden die Werte für $E_C = 117 \mu\text{eV}$ und $\delta C = 377 \text{ aF}$ aus den supraleitenden Messungen (siehe Abschnitt 5.4.2) übernommen.

Im Vergleich zum orthodoxen Regime zeigt sich nur eine geringfügige Abweichung der charakteristischen Parameter E_C , C_G und δC des SETs. Die Abweichung liegt aber im Bereich der

anzunehmenden Unsicherheiten bei der Bestimmung der Parameter durch das Transportdiagramm.

5.4.2 Supraleitende Messungen

Das supraleitende Leitwertdiagramm wie in Abbildung 5.18 dargestellt weist gegenüber den im orthodoxen Regime vorgestellten Messungen viele deutliche Unterschiede auf. Der Blockade-

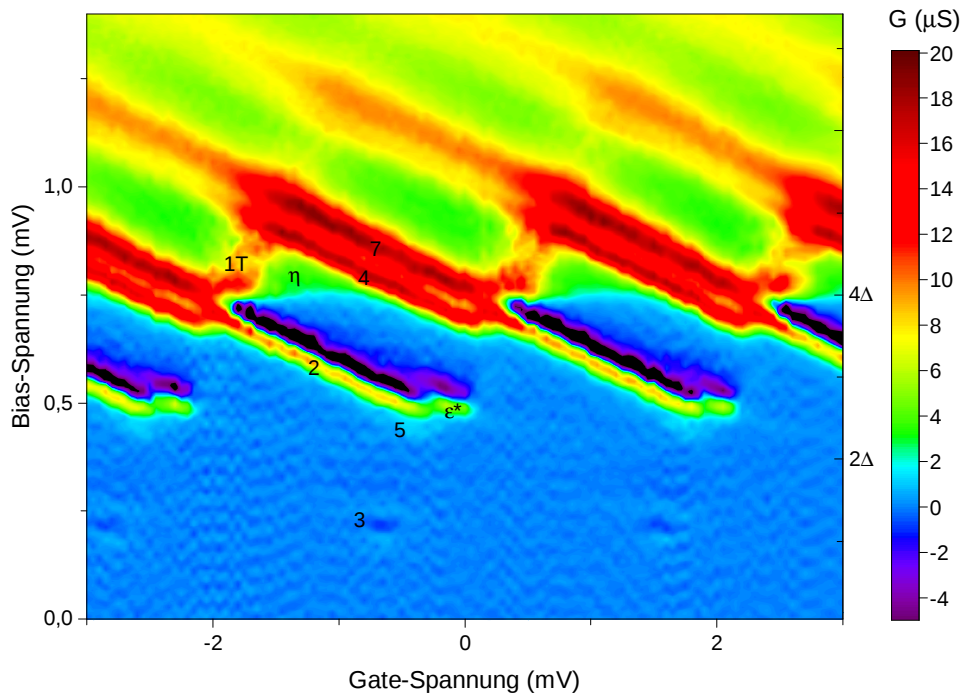


Abbildung 5.18: Leitwertdiagramm des SETs mit $R_{BJ} = 72\text{ k}\Omega$ und $R_{TB} = 112\text{ k}\Omega$ im supraleitenden Zustand. Die meisten Transportprozesse werden durch einen Transport über den Bruchkontakt bestimmt und folgen deshalb der negativen Steigung. Die Diskussion der markierten Transportprozesse erfolgt im Text.

bereich bei niedrigen und der Bereich des Quasiteilchen-Tunnels bei hohen Bias-Spannungen wird auf der Flanke des Bruchkontakts (negative Steigung) durch zwei deutlich sichtbare Onsets getrennt (4,7). Die Flanke des Tunnelkontakts (positive Steigung) zeigt einen einzelnen verbreiterten Onset (1T). Im Blockadebereich $V_B < 4\Delta$ sind entlang der Flanke des Bruchkontakts zwei versetzte peakförmige Transportprozesse (2, ϵ^*) zu finden. Direkt daneben ist die Leitfähigkeit in einem kleinen Bereich erhöht (4). Ab einer Bias-Spannung $V_B = 4\Delta/e$ gibt es einen konstanten Leitwertbeitrag (η). Tief im Blockadebereich lässt sich zumindest ein peakförmiger Strombeitrag erkennen (3). Alle genannten Transportmerkmale bis auf (ϵ^*) lassen sich im Rahmen der erweiterten orthodoxen Theorie erklären. Da das Zeichnen der Transportdiagramm-Linien mit allen möglichen Transporten sehr unübersichtlich wäre, wird im Folgenden schrittweise vorgegangen.

Das Leitwertdiagramm mit Transportdiagramm für den Quasiteilchen- und Cooper-Paar-Transport ist in Abbildung 5.19 dargestellt. Mit den Linien lassen sich analog zur Diskussion im orthodoxen Regime die Stromzyklen identifizieren.

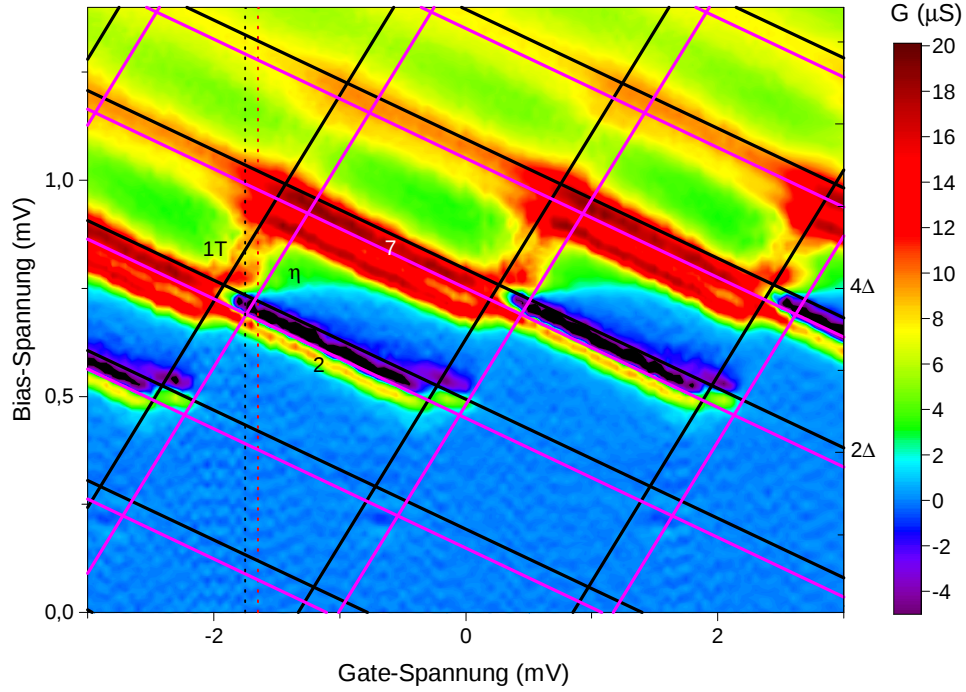


Abbildung 5.19: Leitwertdiagramm aus Abbildung 5.18 mit Transportdiagramm. Das Transportdiagramm wurde mit den Parametern $\Delta = 192\mu\text{eV}$, $E_C = 117\mu\text{eV}$, $C_G = 74\text{aF}$, $\delta C = 377\text{aF}$ und $Q_0/e = -0,472$ mit den Linien für Quasiteilchen- (Schwarz) und Cooper-Paar-Transport (Magenta) gezeichnet. Mit dem Transportdiagramm lassen sich der J-QP-Zyklus (2) über den Bruchkontakt und das Quasiteilchen-Onset (1T) über den Tunnelkontakt identifizieren. Der zweite ausgeprägte Onset (7) auf der Flanke des Bruchkontakts wird nicht durch die Quasiteilchen-Linien beschrieben. Das Onset (η) ohne Gate-Modulation bei $V_B = 4\Delta/e$ entsteht durch Cotunneln von Quasiteilchen. Die eingezeichneten vertikalen Linien geben die Gate-Spannungen der in Abbildung 5.20 dargestellten Kennlinien an.

Am einfachsten zu erkennen ist der J-QP-Zyklus (2). Anders als im orthodoxen Regime zeigt dieser im mesoskopischen Regime ein kritisches Verhalten als Sprung in der IV-Kennlinie (siehe Abbildung 5.20). Durch die große Kopplung des Bruchkontakts kann der J-QP-Zyklus einen so hohen Strom erzeugen, dass der kritische Strom des Bruchkontakts überschritten wird. Zusammen mit der Impedanz des Bias erklärt sich so ein Sprung in Strom und Spannung beim Erhöhen der angelegten Bias-Spannung. Auch beim Erniedrigen der angelegten Bias-Spannung tritt ein Sprung auf, wenn der erreichte negative differenzielle Leitwert die inverse Impedanz der Bias-Beschaltung betragsmäßig übertrifft. Dieses Verhalten wurde in [Joy95] für den J-e Transportprozess bei großen Kopplungen beschrieben.

Der Beitrag zum Leitwert (η) ab $V_B \geq 4\Delta/e$ kann durch kohärentes Tunneln von Quasiteilchen über beide Kontakte begründet werden. In SET mit einfachen Tunnelbarrieren wäre bei den hier vorliegenden Widerständen das Cotunneln von Quasiteilchen stark unterdrückt. Der mesoskopische Charakter des Bruchkontakts mit wenigen Transportkanälen bedeutet allerdings eine erhöhte Transmission der einzelnen Kanäle und somit eine höhere Kopplung durch den

Bruchkontakt.

Am schwierigsten einzuordnen sind die Effekte des Quasiteilchen-Onsets. Auf der Flanke des Bruchkontakts (negative Steigung) kann das zweite stark ausgeprägte Onset (7) bei der Lage der Quasiteilchen-Linie nicht als Quasiteilchen-Onset identifiziert werden. Die Quasiteilchen-Linie beschreibt aber den Coulomb-Staircase im Bereich höherer Bias-Spannungen.

Das Quasiteilchen-Onset durch die Tunnelbarriere (1T) erscheint in der Darstellung des Leitwerts verbreitert und verrauscht. An dieser Stelle lohnt sich ein Blick in die Strom-Spannung-Kennlinien. In Abbildung 5.20 sind die skalierten aber ansonsten ungefilterten zeitlichen Messsignale für Strom und Spannung über dem SET für zwei verschiedene Gate-Spannungen mit dem Quasiteilchen-Onset über den Tunnelkontakt dargestellt. Neben dem kritischen J-

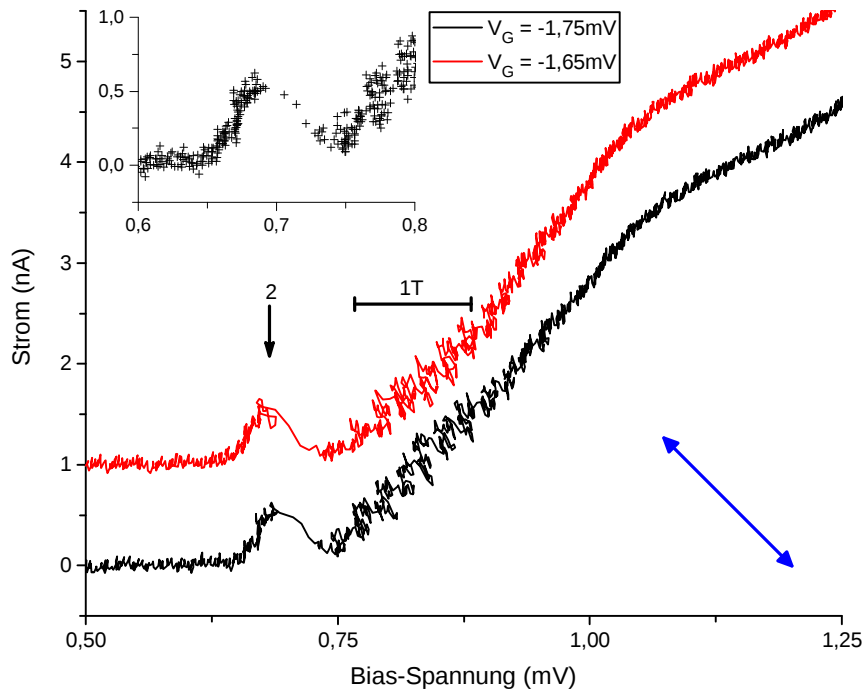


Abbildung 5.20: Darstellung der ungefilterten Strom- und Spannungs-Messsignale bei $V_G = -1,75 \text{ mV}$ (schwarz) und $V_G = -1,65 \text{ mV}$ (rot) als IV-Kennlinien. Die Gate-Spannungen sind in Abbildung 5.19 farblich passend markiert. Bei diesen Gate-Spannungen sind der J-QP-Zyklus (2) über den Bruchkontakt und das Quasiteilchen-Onset (1T) über den Tunnelkontakt in den Kennlinien vorhanden. Der J-QP-Zyklus (2) zeigt ein kritisches Verhalten. Durch die hohe Kopplung wird der kritische Strom des Bruchkontakts überschritten und sowohl Strom als auch Spannung zeigen einen Sprung. Der Sprung ist durch nur wenige Datenpunkte in der Detaildarstellung des J-QP-Zyklus bei $V_G = -1,75 \text{ mV}$ (oben links) zu erkennen. Die Richtung des Sprungs kann durch die inverse Impedanz des Bias ($Z_{\text{Bias}} \approx 100 \text{ k}\Omega$, blauer Pfeil unten rechts) begründet werden. Am Quasiteilchen-Onset (1T) über den Tunnelkontakt ist ein fluktuierendes Verhalten sichtbar. Die Ausrichtung der Fluktuationen kann ebenfalls auf die Impedanz des Bias zurückgeführt werden.

QP-Zyklus (2) bei $V_B \approx 0,7 \text{ mV}$ ist auch das Quasiteilchen-Onset (1T) im Bereich $0,8 \text{ mV} \leq V_B \leq 0,9 \text{ mV}$ abgebildet. Die Kennlinien bestätigen, dass es sich in der Tat um einen verhältnismäßig langsamen Anstieg des Stroms in einem breiteren Bereich der Bias-Spannung handelt. Zusätzlich lässt sich ein qualitativer Unterschied der Stromsignale gegenüber anderen Bereichen der Kennlinie bemerken. Während außerhalb des Onsets hauptsächlich ein Rauschen im

Messsignal des Stroms zu bemerken ist, fluktuieren im Onset sowohl Strom als auch Spannung mit der Zeit. Die Richtung der Fluktuation entspricht der Richtung des Sprunges beim kritischen J-QP-Zyklus und kann durch die Impedanz des Bias durch die Vorwiderstände begründet werden. Im Bereich des Quasiteilchen-Onsets über dem Tunnelkontakt scheinen mehrere Kombinationen aus Bias-Spannung und Strom energetisch möglich zu sein, zwischen denen der SET zufällig hin und her wechselt. Die möglichen Ursachen hierfür werden in Abschnitt 5.4.6 diskutiert.

Mit dem Transportdiagramm aus Abbildung 5.21, in dem die Linien für den Quasiteilchen-Transport über beide Kontakte und die Andreev-Reflexion ($m = 2$) sowie die multiple Andreev-Reflexion ($m = 3$) über den Bruchkontakt dargestellt werden, lassen sich weitere Stromzyklen identifizieren. Für das erste markante Onset (4) ist der schon im vorherigen Kapitel beschriebene A-QP-Zyklus verantwortlich. Ebenfalls aus dem orthodoxen Regime bekannt ist der 3e-A-Zyklus, auf den sich die kleine Erhöhung des Leitwerts (5) neben dem J-QP-Zyklus zurückführen lässt.

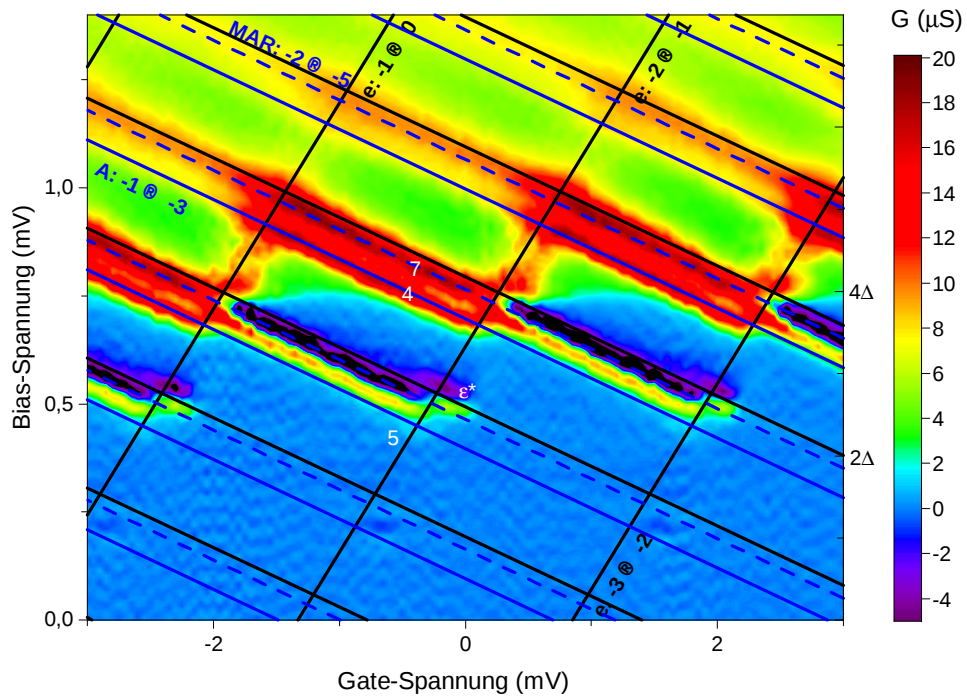


Abbildung 5.21: Leitwertdiagramm aus Abbildung 5.18 mit Transportdiagramm mit den Linien für Quasiteilchen-Transport (schwarz), Andreev-Reflexion ($m = 2$, blau) und multipler Andreev-Reflexion ($m = 3$, gestrichelt blau). Als Parameter des SETs wurden wie in Abbildung 5.19 $\Delta = 192 \mu\text{eV}$, $E_C = 117 \mu\text{eV}$, $C_G = 74 \text{ aF}$, $\delta C = 377 \text{ aF}$ und $Q_0/e = -0,472$ benutzt. Mit dem Transportdiagramm kann der A-QP-Zyklus (4), der 3e-A-Zyklus (5) und der MAR-QP-Zyklus (7) identifiziert werden. Der peakförmige Transportprozess (e^*) bleibt unidentifiziert.

Das zweite markante Onset (7) wird genau durch die Linie zu Beschreibung der multiplen Andreev-Reflexion ($m = 3$) getroffen. Die Vermutung liegt nahe, dass es sich bei dem Zyklus um einen MAR-QP-Zyklus handelt. Und tatsächlich wird auf der MAR: $-2 \Rightarrow -5$ Linie der gefundene Zyklus zu niedrigen Bias-Spannungen durch die $e: -3 \Rightarrow -2$ Linie begrenzt. Dieser Quasiteilchen-Tunnelprozess stellt die Anfangsbedingung für den MAR-QP-Zyklus wieder

her. Alle anderen benötigten Quasiteilchen-Transportprozesse $e: -5 \Rightarrow -4 \Rightarrow -3$ sind im Bereich des betrachteten Zyklus ebenfalls möglich. Im Bereich des höheren Bias wird der MAR-QP-Zyklus an der $e: -2 \Rightarrow -1$ Linie in der Häufigkeit deutlich eingeschränkt, kommt allerdings nicht vollständig zum Erliegen. Ab der $e: -1 \Rightarrow 0$ Linie erscheint der Zyklus nicht mehr als sichtbares Onset. Dies entspricht in etwa dem Phänomen der Unterdrückung des J-QP-Zyklus. Allerdings können im Fall des MAR-QP-Zyklus andere Quasiteilchen-, AR- und MAR-Transporte wieder für den nötigen Anfangsladungszustand der Insel sorgen. Der MAR-QP-Zyklus wird nicht vollständig unterdrückt aber in der Häufigkeit deutlich reduziert. Der zweite peakförmige Strombeitrag (ϵ^*) wird durch keine der Linien der (multiplen) Andreev-Reflexion getroffen. Der Strombeitrag bleibt ein unbekannter Transportprozess.

5.4.3 Negativer Bias

Als interessante Eigenschaft des mesoskopischen Regimes zeigt sich bei allen Messungen in diesem Regime eine Asymmetrie der zu beobachtenden Transportmerkmale bezüglich der Polarität des Bias. Das Leitwertdiagramm für den $R_{BJ} = 72 \text{ k}\Omega$ Kontakt mit negativer Bias-Spannung ist in Abbildung 5.22 dargestellt. Das eingefügte Transportdiagramm wurde mit den gleichen Parametern E_C , C_G und δC wie im positiven Bias erstellt. Die Offsetladung Q_0 wurde leicht angepasst.

Analog zum positiven Bias stellt sich das Quasiteilchen-Onset über den Tunnelkontakt (1T) deutlich verbreitert dar. Auf der Flanke des Bruchkontakts erscheint das Quasiteilchen-Onset in Kombination mit dem A-QP-Zyklus (4) und MAR-QP-Zyklus (7). Auch im negativen Bias ist das Cotunneln von Quasiteilchen (η) evident. Der J-QP-Zyklus (2) über den Bruchkontakt und der 3e-A-Zyklus (5) zeigen sich ebenso unverändert.

Unterschiede zum positiven Bias gibt es in den kleinen Strombeiträgen bei niedriger Bias-Spannung (3^*), die in dieser Darstellung als mehrere Peaks im Strom erscheinen. Der unbekannte Stromzyklus (ϵ^*) aus dem positiven Bias erscheint nicht im negativen Bias, dafür taucht ein anderer peakförmiger Strombeitrag (ϵ) entlang derselben Linie auf.

Als zusätzliche Merkmale im negativen Bias sind jeweils peakförmige Strombeiträge einmal parallel zur Gate-Achse (θ) und einmal entlang der Cooper-Paar-Linie über den Tunnelkontakt (2T) zu erahnen. Während der nicht durch die Gate-Spannung modulierbare Prozess (θ) durch einen nicht genauer bekannten Cotunnel-Prozess erklärt werden könnte, kann als Ursache des anderen Strombeitrags (2T) ein J-QP-Zyklus über den Tunnelkontakt angenommen werden.

Die zum Zeichnen des Transportdiagramms nötige Veränderung der Offsetladung Q_0 beim Wechsel vom positiven und negativen Bias bleibt physikalisch unbegründet. In der theoretischen Beschreibung sollten die gleichen Parameter das Transportdiagramm sowohl den negativen als auch den positiven Bias beschreiben können. Dies ist im orthodoxen Regime auch bei allen Kontakten der Fall.

Hier im mesoskopischen Regime ist die Bestimmung der Parameter anhand des Quasiteilchen-Onsets nicht möglich, da dieses entweder vom MAR-QP überdeckt oder deutlich verbreitet ist. Als charakteristische und deutlich sichtbare Merkmale wurden der J-QP- und der A-QP-Zyklus

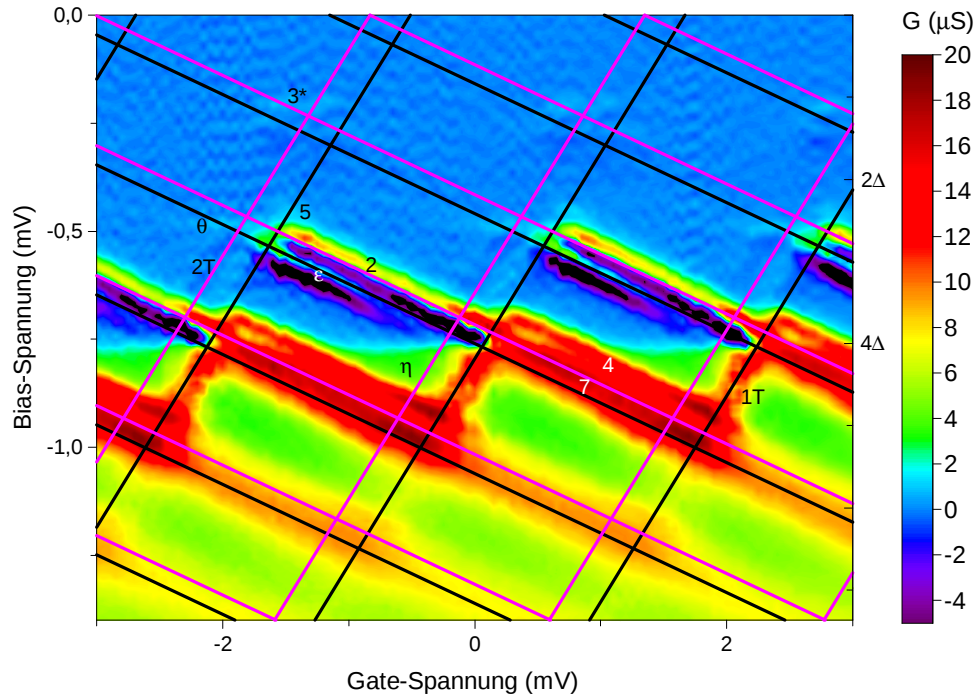


Abbildung 5.22: Leitwertdiagramm des SETs mit $R_{BJ} = 72\text{k}\Omega$ und $R_{TB} = 112\text{k}\Omega$ im supraleitenden Zustand bei negativen Bias-Spannungen. Das Transportdiagramm mit den Linien für Quasiteilchen- und Cooper-Paar-Transport wurde mit den gleichen Parametern $\Delta = 192\mu\text{eV}$, $E_C = 117\mu\text{eV}$, $C_G = 74\text{aF}$, $\delta C = 377\text{aF}$ wie im positiven Bias (vgl. Abbildung 5.19) aber leicht veränderter Offsetladung $Q_0/e = -0,381$ erstellt. Wie bei positiven Bias-Spannungen zeigen sich die Transportprozesse durch das e-e-Onset (1T), den J-QP-Zyklus (2), den A-QP-Zyklus (3), den MAR-QP-Zyklus (7) und den 3e-A-Zyklus (5). Auch das Quasiteilchen-Cotunneln (η) ist im negativen Bias wiederzufinden. Veränderungen zum positiven Bias gibt es bei den Transportprozessen bei kleinen Bias-Spannungen (3^*), durch einen kleinen J-QP-Zyklus über den Tunnelkontakt (2T), eine Veränderung des unbekannten Transportprozesses (ϵ) und einen zusätzlichen nicht Gate-modulierten peakförmigen Strombeitrag (θ).

zur händischen Bestimmung der Parameter genutzt. Dabei stellte sich heraus, dass es keinen Satz an Parametern gab, mit dem sich die genannten Prozesse in beiden Polaritäten des Bias beschreiben ließen. Lediglich eine kleine Anpassung der Offsetladung Q_0 zwischen negativem und positivem Bias lässt eine vollständige Beschreibung durch die orthodoxe Theorie zu. Aus rein technischer Sicht könnte eine stromabhängige Verschiebung der Gleichtaktspannung des Bias an der Probe als zusätzliche Gate-Spannung wirken und so zu einer stromabhängigen Offsetladung führen. Eine stromabhängige Offsetladung lässt sich experimentell nur schwer charakterisieren und in den hier vorgestellten Messungen nicht mehr kompensieren. Als pragmatische Lösung wurde die unabhängige Festlegung der Offsetladung anhand der J-QP- und A-QP-Zyklen in beiden Polaritäten des Bias gewählt.

5.4.4 Transportprozesse bei kleinen Bias-Spannungen

Eines der Merkmale, die sich abhängig von der Polarität des Bias unterscheiden, sind die Transportprozesse bei kleinen Bias-Spannungen ((3) in Abbildung 5.18 und (3*) in Abbildung 5.22). Die Leitwertdiagramme der entsprechenden Bereiche von Bias- und Gate-Spannung werden in Abbildung 5.23 dargestellt. Bei positiver Bias-Spannung zeigten sich ein einzelnes peakförmiges Transportmerkmal (κ) und ein Maximum des Leitwerts (λ) in einem breiteren Bereich der Gate-Spannung. Ob das Leitwertmaximum zu einem Onset oder einem peakförmigen Transportprozess gehört, kann aus den Daten nicht bestimmt werden. Demgegenüber sind im negativen Bias drei peakförmige Transportprozesse (μ , ξ , ρ) erkennbar. Die genaue Identifizie-

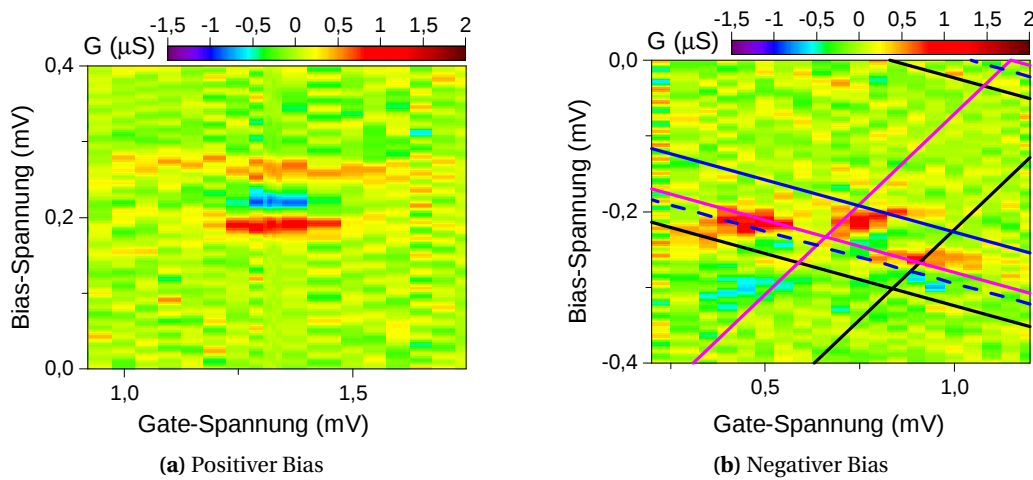


Abbildung 5.23: Leitwertdiagramme der Transportprozesse bei kleinen Bias-Spannungen im positiven ((3*) in Abbildung 5.18) und negativen ((3) in Abbildung 5.22) Bias. Die dargestellten Transportdiagramme wurden mit den gleichen Parametern wie in Abbildung 5.19 für den positiven Bias bzw. Abbildung 5.22 für den negativen Bias erstellt. Im positiven Bias (a) ist ein lokaler peakförmiger Transportprozesse (κ) und ein Maximum des Leitwerts (λ) zu erkennen. Im negativen Bias (b) sind drei peakförmiges Transportprozesse (μ , ξ , ρ) zu finden. Keiner der Transportprozesse lässt sich durch das Transportdiagramm eindeutig identifizieren.

rung der unterschiedlichen Transportprozesse mit dem Transportdiagramm gestaltet sich in diesem Fall schwierig. Mit dem hier vorliegenden Verhältnis von Δ und E_C liegen die Linien für die Andreev-Reflexion, die multiple Andreev-Reflexion und den Cooper-Paar-Transport über den Bruchkontakt sehr dicht beieinander. Zudem wird mit den genutzten Parametern keines der Merkmale durch die Linien des Transportdiagramms genau getroffen. Die Betrachtung der energetischen Grenzen der einzelnen Zyklen wäre eine andere Möglichkeit, die aber dadurch erschwert wird, dass in den Messungen ein nicht kompensierter Verstärker-Offset der Bias-Spannung enthalten ist (vgl. Abschnitt 3.4.2).

Unter Berücksichtigung eines Verstärkeroffsets und der in Abschnitt 5.4.6 diskutierten energetischen Verbreiterung der einzelnen Transportvorgänge verbleiben drei mögliche Zyklen als Quelle der Merkmale: der 3e-Zyklus theoretisch bei $V_B = 232 \mu\text{V}$, der J-A-Zyklus bei $V_B \geq 192 \mu\text{V}$ und der MAR-J-e-Zyklus bei $V_B \geq 244 \mu\text{V}$. Alle drei Zyklen führen aufgrund der Beteiligung des

Cooper-Paar-Transports zu einem peakförmigen Transportprozess. Allerdings kommt es bei keinem der Zyklen in der Beschreibung der orthodoxen Theorie zu einer Abhängigkeit von der Polarität der Bias-Spannung. Eine mögliche Erklärung ist die Folgende:

Der 3e-Zyklus wurde schon im orthodoxen Regime beschrieben und lässt sich unabhängig vom Bias nachweisen. Der Transport im positiven Bias wird dem 3e-Zyklus zugeordnet. Der J-A- und der MAR-J-e-Zyklus benötigen beide eine (multiple) Andreev-Reflexion über den Bruchkontakt. Die Andreev-Reflexion muss als J-A- bzw. J-MAR-Prozess zusätzlich für das Zerfallen des kohärenten Ladungszustands der Insel sorgen, der von der Josephson-Kopplung hervorgerufen wird. Hierbei kann durchaus die Richtung der Andreev-Reflexion als Transport auf (negativer Bias) oder von (positiver Bias) der Insel für einen unterdrückenden Effekt sorgen. Bei den beiden zusätzlichen Transportprozessen im negativen Bias könnte es sich demnach um einen J-A und einen MAR-J-e Zyklus handeln. Dass die entsprechenden Zyklen bei etwas anderen Bias-Spannungen liegen als mit der orthodoxen Theorie vorgeschagt wird, könnte mit der als scharf angenommenen Energieschwelle der multiplen Andreev-Reflexionen begründet werden. In [Sch+00] wird über die Verringerung der Spannungen, bei denen maximale Leitwerte durch die multiplen Andreev-Reflexionen auftreten, mit höheren Transmissionen des Kontakts berichtet.

Auch wenn die sichtbaren Transportmerkmale wahrscheinlich durch den 3e-, den J-A- und den MAR-J-e-Zyklus hervorgerufen werden, bleibt der genaue Ursprung der Abhängigkeit von der Polarität der Bias-Spannung ungeklärt. Hier wären einerseits mehr experimentelle Ergebnisse mit besserer Auflösung der entsprechenden Transportprozesse hilfreich. Andererseits müsste eine theoretische Beschreibung für das Zusammenspiel von Josephson-Transport und multipler Andreev-Reflexion entwickelt werden, die deutlich über den hier vorgestellten Ansatz im Rahmen der orthodoxen Theorie hinausgeht.

5.4.5 Der unbekannte Transportprozess

Beim Vergleich der Leitwertdiagramme bei positiver und negativer Bias-Spannung fällt die Asymmetrie durch die markanten Transportmerkmale (ϵ^*) in Abbildung 5.18 und (ϵ) in Abbildung 5.22 sofort ins Auge. Für keines der Merkmale lässt sich eine Beschreibung durch einen Zyklus im Rahmen der orthodoxen Theorie finden. Dies ist insofern nicht verwunderlich, da alle Transporte in der orthodoxen Theorie richtungsunabhängig beschrieben werden und damit nicht von der Polarität der Bias-Spannung abhängen.

Mit der genauen Darstellung der unbekannten Transportprozesse aus Abbildung 5.24 lassen sich einige Aussagen treffen.

Sowohl bei negativen als auch bei positiven Bias-Spannungen werden die unbekannten Transportprozesse von einer Quasiteilchen-Linie getroffen und folgen dieser. Während sich bei negativer Bias-Spannung der markante Prozess (ϵ^*) des positiven Bias mit verminderter Intensität ebenso finden lässt, ist der zum J-QP-Zyklus parallele Prozess (ϵ) bei positiver Bias-Spannung nicht nachweisbar. Aufgrund der Lage bezüglich Bias- und Gate-Spannung scheint den asymmetrisch auftauchenden Transportprozessen der gleiche physikalische Effekt zugrunde zu liegen.

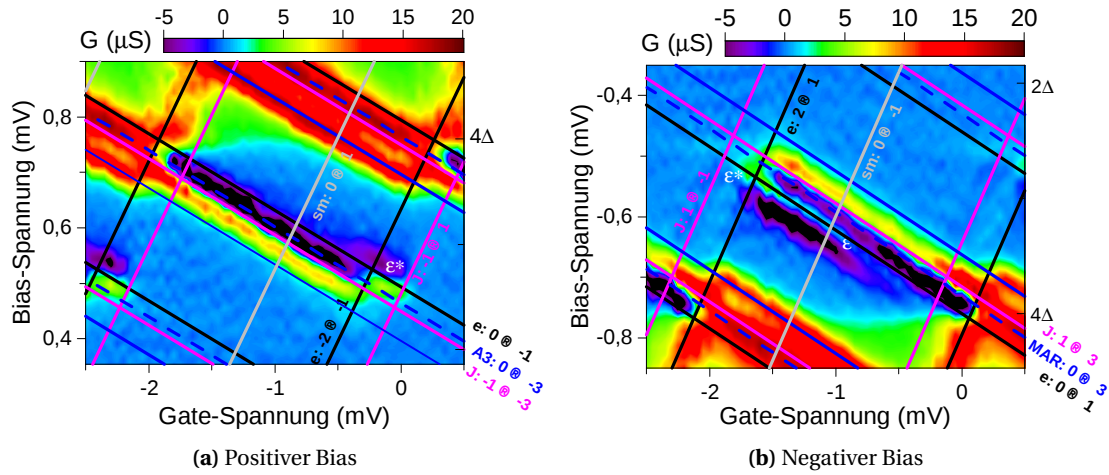


Abbildung 5.24: Leitwertdiagramm mit Fokus auf die unbekannten Transportprozesse im positiven und negativen Bias. Die Transportdiagramme wurden mit den gleichen Parametern wie in Abbildung 5.19 für den positiven Bias bzw. in Abbildung 5.22 für den negativen Bias erstellt. Die Lage der unbekannten Transportprozesse entlang der Quasiteilchen-Linie lässt vermuten, dass in beiden Polaritäten des Bias der gleiche physikalische Effekt zugrunde liegt.

Bei beiden Polaritäten der Bias-Spannung zeigt der unbekannte Transportprozesse ein kritisches Verhalten bezüglich des Stroms analog dem des J-QP-Zyklus. Dies ist einerseits aus der Form des Transportprozesses im Leitwertdiagramm abzulesen und andererseits deutlich in den unbearbeiteten Spannungs- und Stromsignalen aus Abbildung 5.25 ersichtlich. Hieraus kann eine Beteiligung von Cooper-Paaren abgeleitet werden.

Die kritischen Ströme der unbekannten Transportprozesse sind in der Größenordnung 0,25 nA bei positiven und 1 nA bei negativen Bias-Spannungen. Im negativen Bias ist der kritische Strom mit dem des J-QP-Zyklus vergleichbar. Dass es sich bei dem unbekannten Prozess um eine Art verschobenen J-QP-Zyklus handelt, ist allerdings unwahrscheinlich. Der supraleitende Transport durch den Josephson-Effekt benötigt zwingend die Resonanz der Energiezustände, die sich nur bei bestimmten Werten der Offsetladung $Q = C_G V_G + Q_0$ und Bias-Spannung erreichen lässt. Die Bias-Spannung wurde direkt gemessen und zeigt keine Fluktuationen. Eine Fluktuation der Offsetladung müsste sich auch bei allen anderen Transportprozessen zeigen und könnte nicht die Asymmetrie in der Bias-Spannung erklären.

Eine Reproduktion des J-QP-Zyklus wäre auch durch die Einstrahlung hochfrequenter Photonen denkbar. Ähnlich den Shapiro-Stufen in einem Josephson-Kontakt könnte sich der J-QP-Zyklus so bei größeren Bias-Spannungen wiederholen. Gegen eine Beteiligung hochfrequenter Wechselfelder spricht allerdings, dass der unbekannte Transportprozess nicht mehrfach wiederholt und nur im mesoskopischen Regime asymmetrisch im Bias erscheint.

Bei negativen Bias-Spannungen folgt der unbekannte Prozess der $e: 0 \Rightarrow 1$ Linie des Transportdiagramms. Hin zu betragsmäßig größeren Bias-Spannungen lässt sich eine Abschwächung des Prozesses ab der Singularity-Matching-Linie $sm: 0 \Rightarrow -1$ über den Tunnelkontakt bemerken. Das Singularity-Matching beschreibt den Transport bereits angeregter Quasiteilchen über

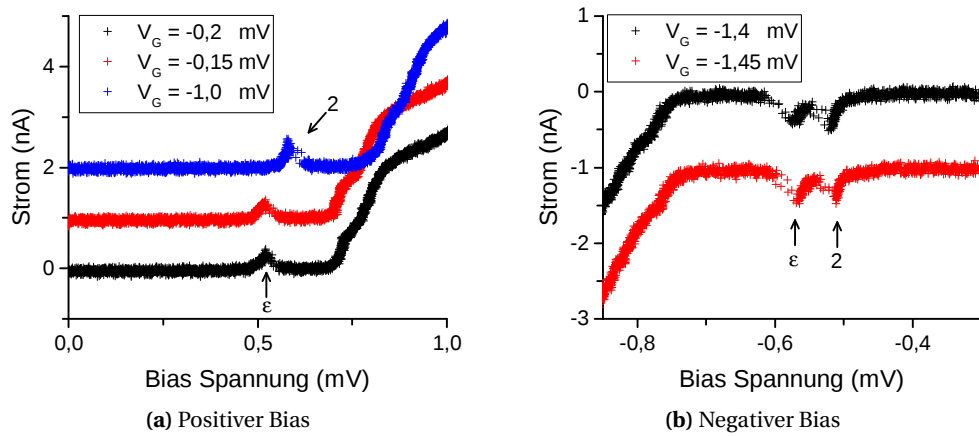


Abbildung 5.25: IV-Kennlinien der unbekannten Transportprozesse im negativen und positiven Bias. (a) IV-Kennlinien mit künstlichem Versatz im Strom des Transportprozesses (ϵ^*) bei zwei unterschiedlichen Gate-Spannungen im positiven Bias. Als Vergleich wurde eine Kennlinie mit einem J-QP-Zyklus (2) hinzugefügt. (a) Zwei IV-Kennlinien (künstlich im Strom versetzt) mit dem unbekannten Transportprozess (ϵ) und dem J-QP-Zyklus (2) im negativen Bias. Sowohl im positiven als auch im negativen Bias zeigt der unbekannte Transportprozess (ϵ , ϵ^*) einen Sprung im Strom- und Spannungssignal analog zum J-QP-Zyklus (2). Damit kann auf eine Beteiligung von Cooper-Paaren geschlossen werden. Im negativen Bias sind der unbekannte Prozess und der J-QP-Zyklus vergleichbar bezüglich der Höhe des kritischen Stroms.

den Kontakt. Dies könnte als ein Hinweis auf einen Transport über den Bruchkontakt gedeutet werden, der angeregte Quasiteilchen auf der Insel hinterlässt.

Bei einem Strom im negativen Bias müssen die negativen Ladungsträger durch den Bruchkontakt auf die Insel transportiert werden. Neben dem Quasiteilchen-Transport hinterlässt auch die multiple Andreev-Reflexion ($m = 3$) angeregte Quasiteilchen nach dem Transport auf der Insel.

Dem Transportdiagramm ist zu entnehmen, dass sich die Bedingung für eine multiple Andreev-Reflexion ebenfalls dicht am unbekannten Prozess befindet. Im negativen Bias könnte der Transportprozess durch eine multiple Andreev-Reflexion (MAR: $0 \Rightarrow 3$) mit zwei Quasiteilchen ($e : 3 \Rightarrow 2 \Rightarrow 1$) und einem Singularity-Matching-Transport (sm: $1 \Rightarrow 0$) durch einen MAR-QP-SM-Zyklus erklärt werden. Alle für den Zyklus nötigen Prozesse wären energetisch möglich. Zudem könnte die Asymmetrie in der Bias-Spannung erklärt werden, da im positiven Bias die multiple Andreev-Reflexion von der Insel ausgehen müsste und keine angeregten Quasiteilchen auf der Insel hinterlässt. Gegen diesen Zyklus spricht, dass er nur dissipative Transporte beinhaltet und somit einen Onset und kein peakförmiges kritisches Merkmal im Strom erzeugen müsste. Zudem lässt sich das im positiven Bias sichtbare Strommerkmal (ϵ^*) nicht erklären.

Bei dem asymmetrisch auftretenden Transportprozess handelt es sich nicht um eine Besonderheit dieser speziellen Probe. Wie in Abbildung 5.26 dargestellt konnte auch an einer anderen Probe TL5-II-16 ein asymmetrisch im Bias auftretender Transportprozess parallel zum J-QP-Zyklus beobachtet werden. Die Besonderheit der Probe TL5-II-16 war ein vergleichsweise sehr transparenter Tunnelkontakt mit $R_{TB} = 30 \text{ k}\Omega$ und eine deutlich reduzierte Ladungsenergie

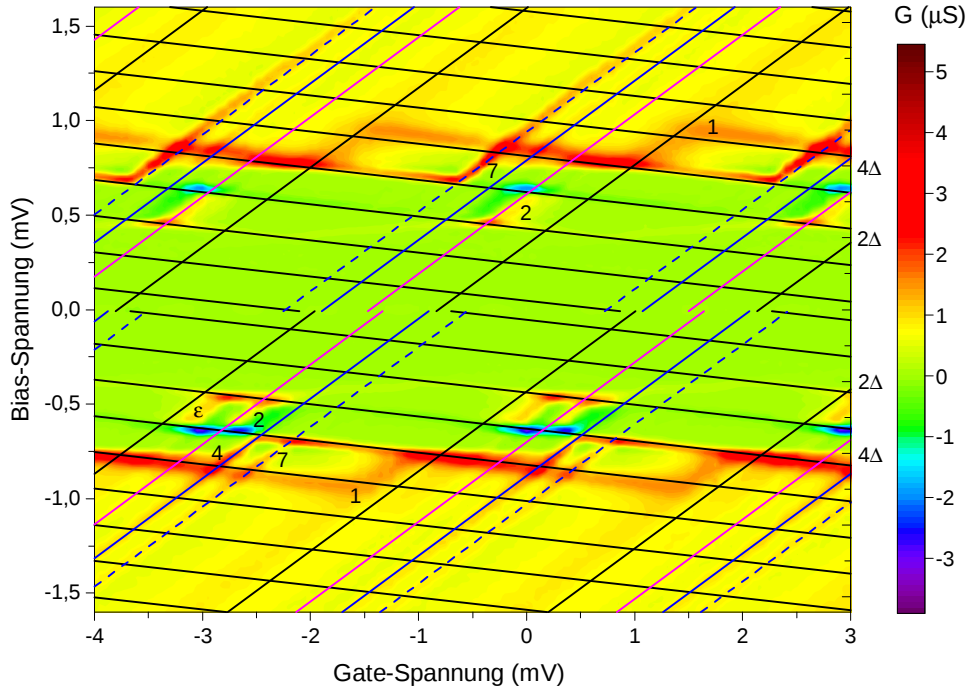


Abbildung 5.26: Leitwertdiagramm der Probe TL5-II-16 mit $R_{TB} = 30\text{ k}\Omega$ und $R_{BJ} = 1,5\text{ M}\Omega$. Das Transportdiagramm wurde mit den Parametern $\Delta = 190\mu\text{eV}$, $E_C = 83\mu\text{eV}$, $C_G = 54\text{ aF}$, $\delta C = -712\text{ aF}$ und $Q_0/e = 0,448$ erstellt. Bei dieser Probe sind multiple Andreev-Reflexionen über den Tunnelkontakt möglich. Als dominierende Transportprozesse zeigen sich der J-QP- (2), der A-QP- (4) und der MAR-QP-Zyklus (7). Das Quasiteilchen-Onset (1) wird von Quasiteilchen-Cotunnelprozessen überlagert. Im Leitwertdiagramm taucht ein unbekannter Transportprozess (ϵ) parallel zum J-QP-Zyklus bei negativen Bias-Spannungen auf.

$E_C = 83,5\mu\text{eV}$. Vermutlich bedingt durch ein vermehrtes Auftreten mikroskopischer Kurzschlüsse konnte an dieser Probe sowohl die Andreev-Reflexion ($m = 2$) als auch die multiple Andreev-Reflexion ($m = 3$) über den Tunnelkontakt nachgewiesen werden. Das Leitwertdiagramm aus Abbildung 5.26 wurde mit einem stark geöffneten Bruchkontakt mit $R_{BJ} = 1,5\text{ M}\Omega$ erstellt. Durch den hohen Widerstand ist die supraleitende Kopplung des Bruchkontakts minimal. Deshalb werden im Wesentlichen Quasiteilchen über den Bruchkontakt transportiert. Der Tunnelkontakt zeigt alle Möglichkeiten des supraleitenden Transports. Als dominierende Transportprozesse zeigen sich der J-QP- (2), der A-QP- (4) und der MAR-QP-Zyklus (7) mit den supraleitenden Transportbeiträgen durch die Tunnelbarriere (positive Steigung). Das Quasiteilchen-Onset (1) erscheint stark verwaschen über dem Hintergrund von koinzidenten Quasiteilchen-Tunnelprozessen.

Die Asymmetrie in der Polarität des Bias zeigt sich in dieser Messung als das Fehlen von Teilen des A-QP (4) Zyklus bei positiver Bias-Spannung und einen unbekannten Transportprozess (ϵ) bei negativer Bias-Spannung ohne Entsprechung im positiven Bias.

Der Bias- und Gate-Spannungsbereich um den unbekannten Transportprozess ist in Abbildung 5.27 vergrößert dargestellt. Der Prozess (ϵ) liegt parallel zum J-QP-Zyklus (2) über den Tunnelkontakt und wird zumindest annähernd durch die Quasiteilchen-Linie $e: -2 \Rightarrow -1$ beschrieben. Bei kleinem Bias wird der Prozess von der $e: 1 \Rightarrow 0$ Linie begrenzt. Bei größeren Bias-Spannungen wird der Prozess ab der $e: 0 \Rightarrow -1$ Linie unterdrückt. Dieses Verhalten ist

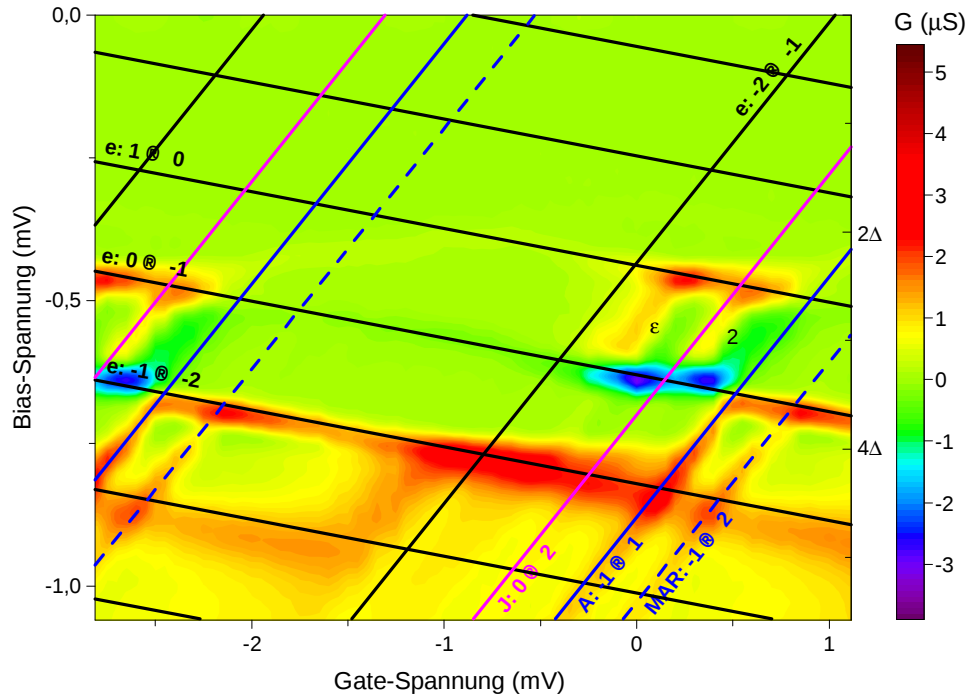


Abbildung 5.27: Vergrößerter Ausschnitt des Leitwertdiagramms aus Abbildung 5.26 um den unbekannten Transportprozess (ϵ). Mit der Lage der Linien lässt sich kein Zyklus für den Prozess aus dem Transportdiagramm ableiten.

auch für den J-QP-Zyklus zu finden. Mit diesen Randbedingungen lässt sich für den Transportprozess kein Zyklus im Rahmen der orthodoxen Theorie finden. Auf keinen Fall kann hier ein MAR-QP-SM-Zyklus für den beobachteten Transportprozess verantwortlich sein. Auch eine direkte Beteiligung einer multiplen Andreev-Reflexion kann durch die Lage der entsprechenden Linien weit entfernt vom Transportprozess ausgeschlossen werden.

Eine dritte untersuchte Probe TL6-I-5 zeigte ebenfalls einen transparenten Tunnelkontakt. In dieser konnte der Beitrag von Andreev-Reflexionen ($m = 2$) am Transport durch den Tunnelkontakt nachgewiesen werden. Multiple Andreev-Reflexionen ($m = 3$) oder von der Bias-Polarität abhängige Transportprozesse wurden nicht gefunden.

Mit dem Auftauchen eines vergleichbaren Transportprozesses in Probe TL5-II-16 lassen sich weitere Aussagen machen. Mit den Ergebnissen kann der MAR-QP-SM-Zyklus den unbekannten Transportprozess nicht erklären. Zudem kann die multiple Andreev-Reflexion ($m = 3$), zumindest so wie sie im hier verwendeten Modell eingeführt wurde, nicht direkt am unbekannten Transportprozess beteiligt sein.

Zusammen mit dem Fehlen einer Asymmetrie in Probe TL6-I-5 kann gefolgert werden, dass das Auftreten der multiplen Andreev-Reflexion allerdings eine notwendige Bedingung für das Auftreten des unbekannten Transportprozesses ist.

Eine alternative Ursache für den unbekannten Transportprozess ist möglicherweise der kohärente Transport über beide Kontakte mit der Beteiligung einer multiplen Andreev-Reflexion ($m = 3$). Ein kohärenter Transport lässt sich nicht im Rahmen der orthodoxen Theorie erfassen.

Des Weiteren stellt sich dabei die Frage, weshalb ein kohärenter Transportprozess durch die gleiche Steigung in der Bias-Gate-Ebene wie die unkorrelierten Transporte beschrieben werden sollte. Die Cotunnel-Effekte mit der Beteiligung von Quasiteilchen und Cooper-Paaren werden für gewöhnlich entlang anderer Steigungen beobachtet [Joy95].

Zudem spricht die Stromhöhe des beobachteten Transportprozesses nicht für einen Cotunnel-Effekt. Bei der in diesem Abschnitt beschriebenen Probe TL5-II-8 gibt es durch die Tunnelbarriere zwar eine supraleitende Kopplung (siehe den J-QP-Zyklus im orthodoxen Regime), diese fällt aber eher gering aus. Dies zeigt sich unter anderem daran, dass der J-QP-Zyklus über den Tunnelkontakt in den Messungen aus Abbildung 5.18 nicht sichtbar ist. Ein Cotunnel-Prozess mit einer multiplen Andreev-Reflexion über dem Bruchkontakt und einem Quasiteilchen- oder Cooper-Paar-Transport über den Tunnelkontakt müsste ein deutlich kleineres Transportmerkmal bedingen, da er die gleichzeitige Kopplung durch beide Kontakte benötigt.

Die Ursache für den unbekannten Transportprozess bleibt somit unbekannt. Klar ist, dass sich der Transportprozess nicht im Rahmen der orthodoxen Theorie beschreiben lässt. Aus experimenteller Sicht kann berichtet werden, dass der Transportprozess die multiplen Andreev-Reflexionen vielleicht nicht unbedingt beinhaltet, diese aber in ausreichendem Maße möglich sein muss. An dieser Stelle sind die Kollegen der theoretischen Physik gefordert, eine Beschreibung des Zusammenspiels aus multipler Andreev-Reflexion, Josephson-Transport und Coulomb-Blockade zu entwickeln.

5.4.6 Eigenschaften des Transports über den Tunnelkontakt

Sowohl im orthodoxen als auch im mesoskopischen Regime zeigen sich Besonderheiten für den Transport von Quasiteilchen über den Tunnelkontakt. Im orthodoxen Regime sind einige der auftretenden supraleitenden Transportzyklen (siehe Abschnitt 5.3) nur dann erklärbar, wenn dem Quasiteilchen-Transport über den Tunnelkontakt eine energetische Unschärfe unterstellt wird. Eine Möglichkeit zur Erklärung der Unschärfe oder Verwaschung der Energie im orthodoxen Regime wäre durch eine erhöhte Temperatur gegeben. Da dieses Verhalten aber hauptsächlich beim Transport durch den Tunnelkontakt sichtbar wird, scheint nicht nur eine erhöhte Temperatur dafür verantwortlich zu sein.

Hierfür spricht auch, dass es im mesoskopischen Regime zu einer Besonderheit beim Transport durch den Tunnelkontakt kommt. Das Quasiteilchen-Onset in den supraleitenden Messungen zeigt ein fluktuierendes Verhalten auf der Flanke des Tunnelkontakts (siehe Abschnitt 5.4.2). Dort stellt der Transport von Quasiteilchen über den Tunnelkontakt die energetische Grenze dar. Zudem ist das Quasiteilchen-Onset in der Bias-Gate-Darstellung stark verbreitert.

Im orthodoxen Regime lässt sich am Quasiteilchen-Onset über den Tunnelkontakt kein vergleichbares fluktuierendes Verhalten in den aufgezeichneten Strom- und Spannungsdaten nachweisen.

Die beobachteten Phänomene könnten sich auf das Vorhandensein von sogenannten Zwei-Niveau-Systemen [Pou+14] zurückführen lassen. Der mikroskopische Ursprung der Zwei-Niveau-Systeme ist bislang nicht zweifelsfrei geklärt, allerdings wird über das vermehrte

Auftreten von Zwei-Niveau-Systemen in ungeordneten Filmen und an Grenzflächen berichtet [FL03; Zim+08]. Im einfachsten Modell entstehen Zwei-Niveau-Systeme durch zwei dicht beieinander gelegenen Störstellen, die jeweils ein Potenzialminimum für ein einzelnes freies Elektron oder Ion bedeuten. Durch thermische Fluktuation oder von außen angelegte Potentiale können die freien Ladungsträger zwischen den Potenzialminima tunneln. In Josephson-Kontakten können bewegliche Sauerstoff-Ionen als Quelle von Zwei-Niveau-Systemen dienen [DuB+13].

Die Zwei-Niveau-Systeme wirken in Einzelelektronentransistoren als zusätzliche Offsetladung der Insel [FL03; Gus+13]. Mitunter sind Änderungen der Offsetladung bis zu $1e$ (einer vollen Periode in der Gate-Spannung) möglich [Ree+08; Sim+09]. In vielen Fällen sind die Zwei-Niveau-Systeme für sprunghafte Änderungen der Offsetladung auf einer Zeitskala von Sekunden bis Minuten verantwortlich [FL03; Pou+14; ZCC97]. Bei Schaltvorgängen mit großen Änderungen der an den Transistor angelegten Spannungen können viele Zwei-Niveau-Systeme ausgerichtet werden und zu einer langsamen Veränderung der Offsetladung über mehrere Stunden führen [Pou+14]. In Oxiden wurde zudem nachgewiesen, dass mechanische Verformung die Höhe der Tunnelbarriere oder die Tiefe der Potenzialminima in den Zwei-Niveau-Systemen beeinflussen kann [Gra+12; Lis+15].

Während der Oxidation des ersten Aluminiumfilms bei der Herstellung der Proben können sich sowohl an den Grenzflächen als auch direkt im Oxid Zwei-Niveau-Systeme verteilt über die gesamte Probe bilden. Allerdings sind keine sprunghaften Änderungen der Offsetladung als charakteristische Auswirkung von thermisch angeregten Zwei-Niveau-Systemen in den an dieser Probe gemessenen Daten vorhanden. Eher unwahrscheinlich scheint, dass die vorhandenen Zwei-Niveau-Systeme einen so geringen Effekt haben, dass dieser unterhalb der Messauflösung liegt. Mit den vergleichsweise großen Oxidflächen auf den Proben ist es wahrscheinlicher, dass sehr viele Zwei-Niveau-Systeme vorhanden sind. Die thermischen Fluktuationen aller Zwei-Niveau-Systeme könnten dann als zusätzliches Rauschen beschrieben werden, dessen Einfluss durch die Bandbreite des Messaufbaus und während der digitalen Nachverarbeitung reduziert wird. In jedem Fall kann davon ausgegangen werden, dass sich auch einige der Zwei-Niveau-Systeme im oder in direkter Nähe des Tunnelkontakts wiederfinden.

In direkter Nähe des Tunnelkontakts sind die Zwei-Niveau-Systeme beim Transport von Quasiteilchen großen Änderungen des Potenzialunterschieds über dem Oxid ausgesetzt. Die Fluktuationen am Quasiteilchen-Onset im mesoskopischen Regime könnten dann mit einer Anregung und dem kollektiven Effekt mehrerer Zwei-Niveau-Systeme auf die Offsetladung begründet werden. Mit diesem Ansatz bleibt allerdings das Fehlen von Fluktuationen im orthodoxen Regime und bei anderen Transportzyklen mit einem Transport von Quasiteilchen über den Tunnelkontakt ungeklärt.

Im Modell des Doppelpotenzialminimums können Zwei-Niveau-Systeme direkt am Transport durch den Tunnelkontakt beteiligt sein. Denkbar wären hier zusätzliche Transportwege durch die unbesetzten Störstellen im Oxid oder die lokale Variation des Potenzialgradienten durch das Oxid. Beide Effekte können die Verbreiterung bzw. Verschmierung der Energiebedingung für den Quasiteilchen-Transport erklären. Zusätzlich zeigt sich dann der Effekt nur dort, wo der

Quasiteilchen-Transport durch den Tunnelkontakt energetisch limitierend für einen Zyklus ist. Die Zwei-Niveau-Systeme würden sich somit hauptsächlich am Quasiteilchen-Onset über den Tunnelkontakt bemerkbar machen. Zusätzlich wäre das Auftreten der $3e^-$ - und $3e^-A$ -Zyklen und die Verlängerung des J-QP-Zyklus im orthodoxen Regime mit den dort bestimmten Parametern energetisch möglich.

Das Fehlen der Fluktuation im Quasiteilchen-Onset im orthodoxen Regime lässt sich auf zwei Arten begründen. Zum einen muss beim Einstellen des Widerstands des Bruchkontakts die Probe mechanisch verformt werden. Die mit der Verformung veränderten energetischen Eigenschaften der Zwei-Niveau-Systeme könnte für das Auftreten der sichtbaren Fluktuationen im mesoskopischen Regime verantwortlich sein. Allerdings wäre die genau richtige Beeinflussung der energetischen Eigenschaften ein erstaunlicher Zufall, vor allem weil auch nach mehreren Öffnungs- und Schließvorgängen des Bruchkontakts vergleichbare Transporteigenschaften nur im mesoskopischen Regime sichtbar sind.

Zum anderen ist die Stromdichte am Quasiteilchen-Onset im mesoskopischen Regime deutlich höher als im orthodoxen Regime. Die Zwei-Niveau-Systeme im Tunnelkontakt können dadurch vermehrt zu Übergängen angeregt werden. Dies ist der wahrscheinlichere Grund für die abweichenden Transporteigenschaften.

Auch wenn in den Messungen der beschriebenen Probe die für Zwei-Niveau-Systeme charakteristischen Sprünge der Offsetladung nicht nachweisbar sind, können die Besonderheiten des Transports von Quasiteilchen über den Tunnelkontakt mit diesen zumindest qualitativ begründet werden. Über eine vergleichbare Beeinflussung der Transporteigenschaften eines einzelnen Kontakts in einem supraleitenden Einzelelektronentransistor gibt es bislang keine anderen experimentellen Berichte oder theoretischen Modelle. Eine Quantifizierung oder der zweifelsfreie Beleg einer Beteiligung von Zwei-Niveau-Systemen kann deshalb nicht erfolgen.

5.5 Atomares Regime

Für sehr kleine Widerstände des Bruchkontakts zeigt sich erneut ein anderes Bild der Transportprozesse im supraleitenden SET. Mit Widerständen im Bereich $5\text{ k}\Omega \leq R_{\text{BJ}} \leq 15\text{ k}\Omega$ kann davon ausgegangen werden, dass sich im Bruchkontakt ein ein- oder mehratomiger metallischer Kontakt gebildet hat. In diesem atomaren Regime zeigen sich immer noch Effekte der Coulomb-Blockade, die sich durch eine Variation der Gate-Spannung beeinflussen lassen. Eine adäquate Beschreibung im Rahmen der orthodoxen Theorie ist nicht mehr möglich.

An das atomare Regime schließt sich bei noch kleineren Widerständen des Bruchkontakts vor der vollständigen Unterdrückung der Coulomb-Blockade ein Bereich mit dynamischer Coulomb-Blockade an, die nicht mehr von der Gate-Spannung beeinflusst werden kann.

5.5.1 Normalleitende Messungen

Das in Abbildung 5.28 dargestellte Leitwertdiagramm zeigt die normalleitende Messung des SETs bei einem Widerstand des Bruchkontakts von $R_{BJ} = 10 \text{ k}\Omega$. Obwohl es im Bereich kleiner

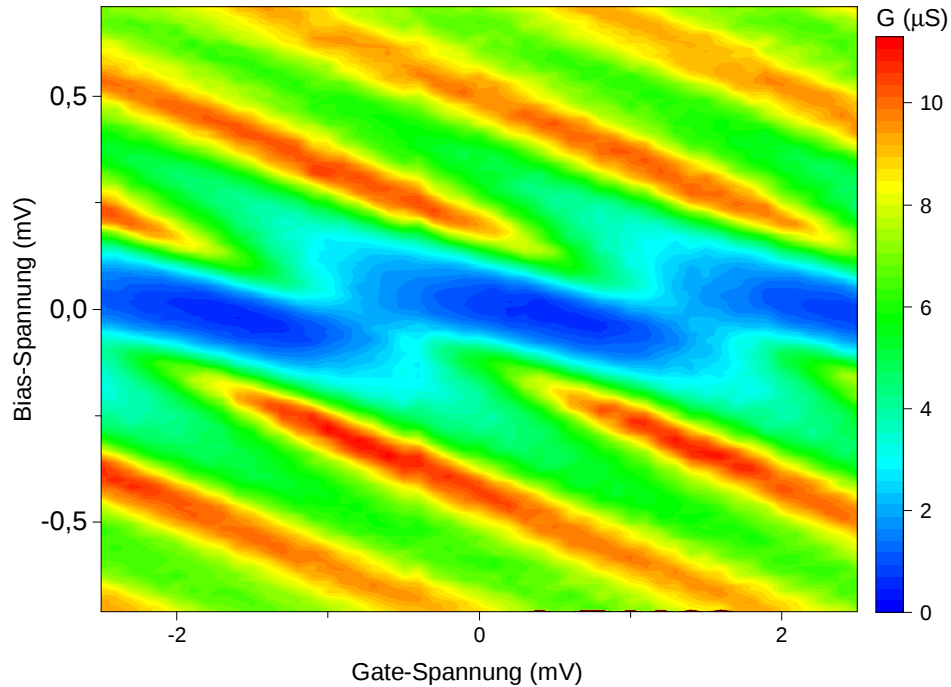
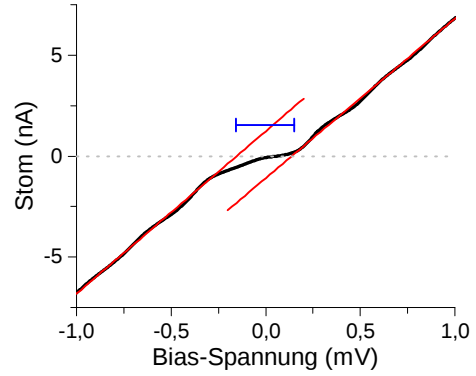


Abbildung 5.28: Normalleitendes Leitwertdiagramm des SETs mit $R_{BJ} = 10 \text{ k}\Omega$ und $R_{TB} = 112 \text{ k}\Omega$. Die Rauten der Coulomb-Blockade bei kleinen Bias-Spannungen erscheinen verwaschen. Bei höheren Bias-Spannungen wird der Coulomb-Staircase vom Transport über den Bruchkontakt (negative Steigung) bestimmt. Mit den verwaschenen Rauten kann kein Stabilitätsdiagramm angepasst werden. Nur die Gate-Kapazität $C_G = 75 \text{ aF}$ lässt sich aus der Periodizität entlang der Gate-Achse bestimmen. Die Ladungsenergie $E_C = 78 \mu\text{eV}$ kann mit den Verfahren verdeutlicht in Abbildung 5.29 bestimmt werden.

Bias-Spannungen zu einer deutlichen Reduktion des Leitwerts kommt, gibt es keine Bereiche, in denen der Transport vollständig unterdrückt wird. Die Bereiche mit unterdrücktem Leitwert gehen fließend ineinander über und es ist keine klare rautenförmige Struktur mehr zu erkennen. Das Coulomb-Staircase im Bereich höherer Bias-Spannungen wie ebenso das gesamte Leitwertdiagramm wird von Transportmerkmalen dominiert, die einem Transport über den Bruchkontakt (negative Steigung) zugeordnet werden können.

Ohne signifikante Merkmale entlang der Flanke des Tunnelkontakts (positive Steigung) kann im atomaren Regime nicht der vollständige Satz an charakteristischen Parametern bestimmt werden. Aus der Periodizität entlang der Gate-Achse lässt sich die Gate-Kapazität zu $C_G = 75 \text{ aF}$ bestimmen. Die Ladungsenergie E_C kann durch die in Abbildung 5.29 verdeutlichten Verfahren aus dem normalleitenden Kennlinien bestimmt werden. Im Bereich höherer Bias-Spannung folgt die Kennlinie einem nahezu linearen Verlauf. Wird in diesem Bereich eine lineare Regression für sowohl positive als auch negative Bias-Spannung durchgeführt, so sind die beiden entstehenden Geraden um gerade $4E_C / e$ entlang der Bias-Achse versetzt. Für den Kontakt

Abbildung 5.29: Verdeutlichung des Verfahrens zur Bestimmung der Ladungsenergie E_C aus den normalleitenden IV-Kennlinien. An die experimentelle Kennlinie (schwarz) werden zwei Geraden (rot) angepasst. Die lineare Regression wird jeweils für die Datenpunkte bei betragsmäßig großer Bias-Spannung durchgeführt. Der Versatz der angepassten Geraden entlang der Bias-Achse δV_B entspricht gerade der vierfachen Ladungsenergie $E_C = e\delta V_B / 4$.



mit $R_{BJ} = 10\text{ k}\Omega$ ergibt sich damit eine Ladungsenergie $E_C = 78\mu\text{eV}$. Je nachdem, welcher Bias-Bereich für die lineare Regression gewählt wird, unterscheiden sich die ermittelten Ladungsenergien um bis zu $10\mu\text{eV}$.

Verglichen mit den Ladungsenergien aus dem orthodoxen oder mesoskopischen Regime zeigt sich im atomaren Regime eine signifikante Verringerung der Ladungsenergie. Die Diskussion hierzu wird in Abschnitt 5.5.5 fortgesetzt.

5.5.2 Supraleitende Messungen

Das supraleitende Leitwertdiagramm des Kontakts mit $R_{BJ} = 10\text{ k}\Omega$ wird in Abbildung 5.30 dargestellt. Auch in der supraleitenden Messung werden alle markanten Merkmale durch den Transport über den Bruchkontakt (negative Steigung) dominiert. Bei höherer Bias-Spannung und damit klar im Bereich des Quasiteilchen-Tunnels zeigt sich ein Coulomb-Staircase bedingt durch den Transport über den Bruchkontakt (8). Ein rautenförmiges Onset des Quasiteilchen-Tunnels ist nicht sichtbar. Eine leichte Erhöhung des Leitwerts (η) bei Bias-Spannung $V_B \geq 4\Delta/e$ könnte als Teil des Quasiteilchen-Onsets identifiziert werden. Ob es sich dort um einen vollständigen e-e-Zyklus oder Quasiteilchen-Cotunneln handelt, lässt sich aus den Messungen nicht bestimmen.

Das auffälligste Merkmal (2) zeigt in den Kennlinien ein ähnliches kritisches Verhalten wie der J-QP-Zyklus im mesoskopischen Regime. Mit deutlich größeren kritischen Strömen wird hier durch den Sprung ein breiterer Abschnitt des Bias überdeckt.

Mit der im normalleitenden bestimmten Ladungsenergie lässt sich der untere Grenzwert der Bias-Spannung für den J-QP-Zyklus zu $eV_B \geq 2\Delta + E_C \approx 460\mu\text{eV}$ und die Bedingung für das Unterdrücken des Zyklus zu $eV_B = 2\Delta + 3E_C \approx 615\mu\text{eV}$ bestimmen. Beide Spannungswerte passen auf den gefundenen Transportprozess, bei dem es sich damit um einen J-QP-Zyklus handelt.

Analog lässt sich mit der Grenzbedingung $eV_B \geq 3\Delta + E_C \approx 653\mu\text{eV}$ der zweite, im Leitwert peakförmige Transportprozess (4) als A-QP-Zyklus identifizieren.

Mit der Identifizierung der J-QP- (2) und A-QP-Zyklen (4) ist das supraleitenden Transportdiagramm nicht nur bestimmt, sondern überbestimmt. Von den fünf unabhängigen Parametern

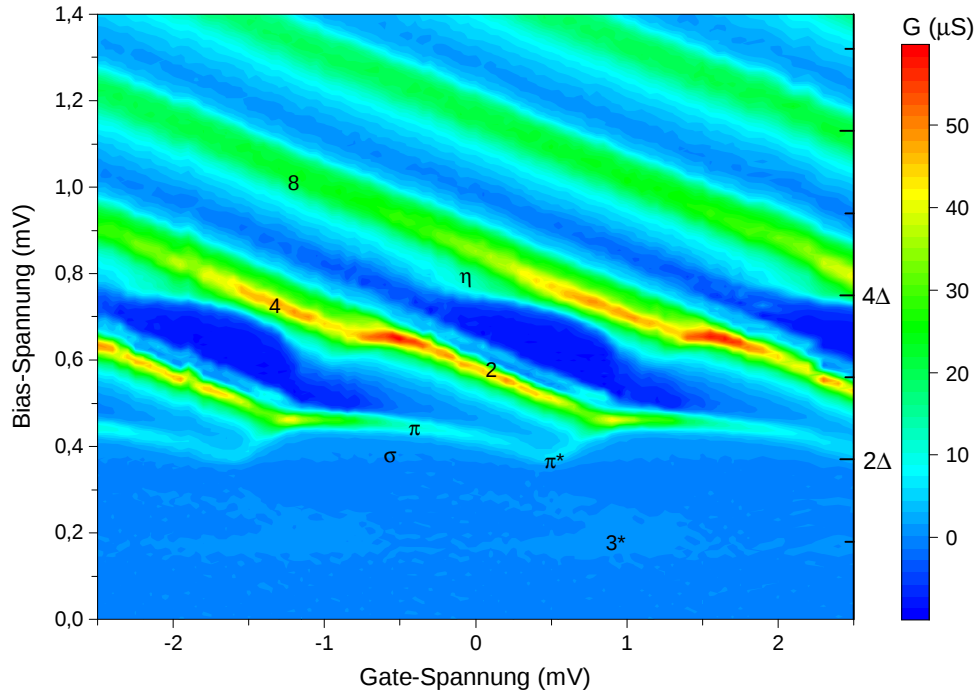


Abbildung 5.30: Supraleitendes Leitwertdiagramm des SETs mit $R_{\text{BJ}} = 10 \text{ k}\Omega$ und $R_{\text{TB}} = 112 \text{ k}\Omega$. Bei großen Bias-Spannungen wird das Coulomb-Staircase (8) vom Bruchkontakt (negative Steigung) bestimmt. Ein klares Quasiteilchen-Onset ist nicht erkennbar. Allerdings sind Onsets bei $V_B = 4\Delta/e$ (η) und bei $V_B = 4\Delta/e$ (π, σ) zu erkennen, die vermutlich durch Quasiteilchen-Tunneln bedingt sind. Als markante Transportprozesse lassen sich ein J-QP- (2) und A-QP-Zyklus (4) durch ihre Lage bezüglich des Bias und der Ladungsenergie $E_C = 78 \mu\text{eV}$ identifizieren. Bei $V_B \approx \Delta/e$ ist eine Erhöhung des Leitwerts (3^*) bei bestimmten Gate-Spannungen zu finden.

bleiben nach dem Festlegen von E_C und C_G aus der normalleitenden Messung und Δ als Eigenschaft der Probe nur noch zwei unabhängige Parameter übrig. Mit der gut bestimmbar Steigung für den Transport über den Bruchkontakt bleibt nur ein Freiheitsgrad, um die Lage der beiden Prozesse in der Bias-Gate-Ebene zu beschreiben. Im vorliegenden Fall kann der freie Parameter aber nur so gewählt werden, dass entweder der J-QP-Zyklus (2) oder der A-QP-Zyklus (4) richtig von den entsprechenden Linien beschrieben werden. Eine Beschreibung beider Transportprozesse durch ein konsistentes Transportdiagramm ist nicht möglich. Dies kann als Hinweis darauf gedeutet werden, dass die orthodoxe Theorie im atomaren Regime versagt.

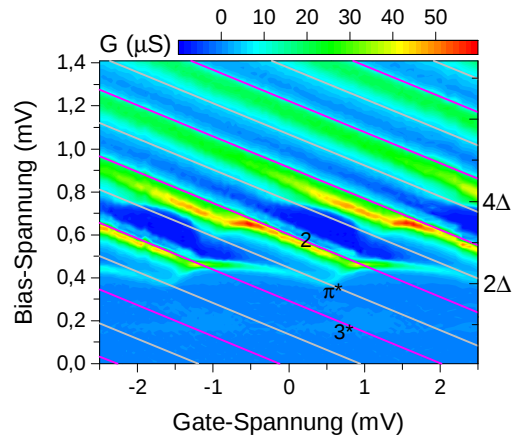
Bei kleineren Bias-Spannungen $V_B \geq 2\Delta/e$ ist im Leitwertdiagramm aus Abbildung 5.30 eine leichte schulterförmige Erhöhung im Leitwert (π) zu erkennen. Die Erhöhung ist sowohl bezüglich der Lage im Bias als auch in der Intensität leicht Gate moduliert. Der Verlauf der Erhöhung bildet keine Gerade in der Bias-Gate-Ebene.

Die schulterförmige Erhöhung (π) überdeckt einen kleineren Onset (σ), der unabhängig von der Gate-Spannung immer bei $V_B = 2\Delta/e$ zu finden ist. Der kleine Onset (σ) wird bei Gate-Spannungen sichtbar, bei denen die schulterförmige Erhöhung (π) zu höheren Bias-Spannungen verschoben wird (z. B. $V_G \approx 1 \text{ mV}$). Unter der Annahme, dass für diesen Transportprozess hauptsächlich Quasiteilchen verantwortlich sind, könnte das Onset (σ) durch

ein Cotunneln von Quasiteilchen über den Tunnelkontakt und angeregten Quasiteilchen (Singularity-Matching) über den Bruchkontakt begründet werden. Anders ausgedrückt erscheint für den Transportprozess der Bruchkontakt vollständig transparent und die Bias-Spannung muss nur die Energie für den Transport über den Tunnelkontakt aufbringen. Der Prozess kann auch als kohärentes Tunneln einzelner Quasiteilchen über beide Kontakte beschrieben werden.

Mit den angeregten Quasiteilchen könnte sich auch die Eigenschaften der schulterförmigen Erhöhung (π) zumindest teilweise begründen lassen. Bei $V_G \approx 0,6 \text{ mV}$ zeigt diese eine deutliche Änderung bezüglich ihrer Ausrichtung in der Bias-Gate-Ebene (π^*). Die Stelle würde genau von einer Linie getroffen werden, die mittig zwischen zwei benachbarten Cooper-Paar-Linien liegen würde. Dies trifft im Transportdiagramm gerade auf die Linien des Singularity-Matching zu (siehe Abbildung 5.31). Die unterschiedliche Höhe der Schulter (π) kann dann als eine Verlängerung des J-QP-Zyklus in den Bereich kleinerer Bias-Spannung mit einer Beteiligung von angeregten Quasiteilchen begründet werden.

Abbildung 5.31: Leitwertdiagramm aus Abbildung 5.30 mit Linien für Cooper-Paar-Transport (magenta) und Singularity-Matching (grau). Die Linien für den Cooper-Paar-Transport (magenta) wurden am J-QP-Zyklus (2) ausgerichtet. Die Singularity-Matching-Linien befinden sich genau zwischen zwei Cooper-Paar-Linien. Die Richtungsänderung des Onsets (π^*) wird von den Singularity-Matching-Linien getroffen. Die Leitwerterhöhung (3^*) bei $V_B \approx \Delta/e$ wird durch die Cooper-Paar-Linien beschrieben.



Im Bereich $V_B \approx \Delta/e$ finden sich abhängig von der Gate-Spannung weitere Erhöhungen des Leitwerts (3^* in Abbildung 5.30). In diesem Bereich der Bias-Spannung sind der 3e-Zyklus bei $V_B = 156 \mu\text{eV}$, der J-A-Zyklus bei $V_B = 192 \mu\text{eV}$ und der MAR-J-e-Zyklus bei $V_B = 206 \mu\text{eV}$ zu erwarten. Und tatsächlich scheint zumindest die Linie des Cooper-Paar-Transports einen Teil des erhöhten Leitwerts zu beschreiben. In der genaueren Darstellung der Leitwerterhöhung aus Abbildung 5.32 lassen sich keine klar abgegrenzten Transportprozesse erkennen. Damit könnten alle genannten Zyklen zum erhöhten Leitwert beitragen. Allerdings ist davon auszugehen, dass für die Erhöhung zusätzlich ein Cotunneln unter der Beteiligung des Josephson-Transports und der (multiplen) Andreev-Reflexionen mit verantwortlich ist.

5.5.3 Negativer Bias

Auch im atomaren Regime lässt sich in der Regel eine Asymmetrie der beobachtenden Transportprozesse zwischen positiver und negativer Bias-Spannung feststellen. Das Leitwertdiagramm des Kontakts mit $R_{\text{BJ}} = 10 \text{ k}\Omega$ für negativen Bias ist in Abbildung 5.33 dargestellt. Die

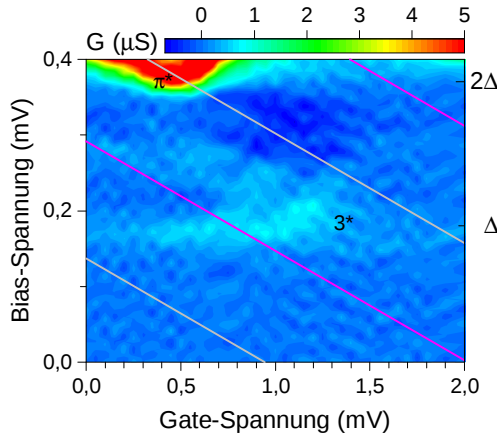


Abbildung 5.32: Vergrößerte Darstellung des Leitwertdiagramms aus Abbildung 5.30 um die Erhöhung des Leitwerts (3^*). Die Linie für den Cooper-Paar-Transport (magenta), angepasst an den J-QP-Zyklus, kann die Erhöhung beschreiben. Bei dieser Bias-Spannung wären der 3e-Zyklus bei $V_B = 156\mu\text{eV}$, der J-A-Zyklus bei $V_B = 192\mu\text{eV}$ und der MAR-J-e-Zyklus bei $V_B = 206\mu\text{eV}$ zu erwarten. Eine Identifizierung oder Zuordnung ist mit der vorliegenden Auflösung nicht möglich.

meisten Transportprozesse, die für positive Bias-Spannung diskutiert wurden, lassen sich auch bei negativer Bias-Spannung finden. Als deutliche Unterschiede lassen sich zwei zusätzliche Erhöhungen des Leitwerts (ω, ϕ) feststellen.

Mit einem Grenzwert des Bias von $eV_B \geq 8\Delta/3 + 2E_C \approx 667\mu\text{eV}$ für den MAR-QP-Zyklus wäre es möglich, die Erhöhung (ω) mit einem MAR-QP-Zyklus zu identifizieren. Weshalb diese im positiven Bias nicht sichtbar ist, bleibt ungeklärt. Eventuell erscheint der Transportprozess bei positiven Bias-Spannungen leicht zu höheren Werten des Bias verschoben und kann von der anderen Erhöhung des Leitwerts (η) nicht unterschieden werden.

Die zweite kleine Erhöhung des Leitwerts (ϕ) liegt neben dem J-QP-Zyklus (2). Dies wurde bereits bei dem unbekannten Transportprozess im mesoskopischen Regime beobachtet. Ohne die Möglichkeit, ein konsistentes Transportdiagramm festzulegen, können die beteiligten Transportprozesse nicht identifiziert und somit auch keine konkrete Aussage über die zugrunde liegenden Zyklen getroffen werden.

5.5.4 Starke Kopplung

Bei noch kleineren Widerständen des Bruchkontakts zeigt sich beim atomaren Regime ein deutlich verändertes Bild. Dies wird deutlich in der Darstellung des Leitwertdiagramms eines $R_{BJ} = 5\text{ k}\Omega$ Kontakts in Abbildung 5.34. Abgesehen von einem Coulomb-Straircase (8) bei höhere Bias-Spannungen sind in diesem Kontakt keine klar abgegrenzten Zyklen erkennbar. Allerdings kann der Transport durch den SET noch durch die Gate-Spannung beeinflusst werden. Dies zeigt sich in einem hohen Maximum des Leitwerts (π) bei $V_B \geq 2\Delta/e$ und einem deutlich kleineren Maximum (ψ) bei $V_B \geq 3\Delta/e$. Die Lage beider Maxima kann durch die Gate-Spannung leicht variiert werden. Zusätzlich zeigt der bei höherem Bias gelegene Transportprozess (ψ) einen Einfluss der Gate-Spannung auf den maximalen Leitwert.

Beide Transportmerkmale können nur unter der Annahme kohärenter Transportvorgänge erklärt werden. Wie schon in Abschnitt 5.5.2 diskutiert, müsste bei $V_B \geq 2\Delta/e$ (π) der Transport ein Cotunneln von Quasiteilchen über den Tunnelkontakt und angeregten Quasiteilchen über den Bruchkontakt beinhalten.

Der Transportprozess (ψ) bei $V_B \geq 3\Delta/e$ könnte durch einen kohärenten Transport von

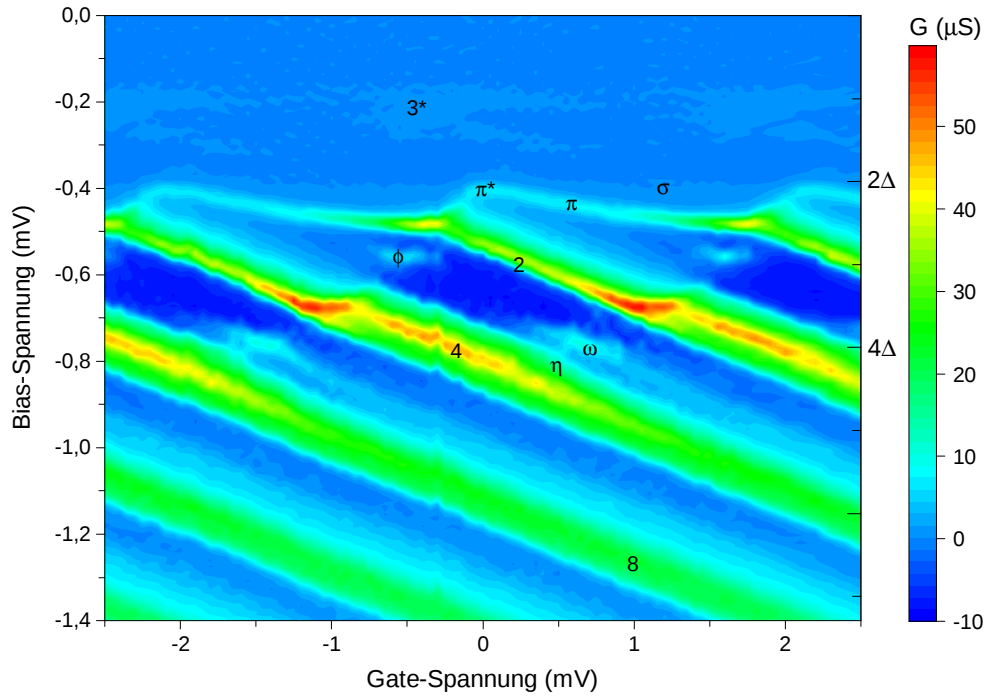


Abbildung 5.33: Supraleitendes Leitwertdiagramm des SETs mit $R_{BJ} = 10\text{ k}\Omega$ und $R_{TB} = 112\text{ k}\Omega$ im negativen Bias. Viele der Transportprozesse, die schon bei positiven Bias-Spannungen gefunden wurden, sind auch hier vorhanden. Diese sind der Coulomb-Staircase (8), der J-QP-Zyklus (2), der A-QP-Zyklus (3) und die Leitwerterhöhung (3^*) bei $eV_B = \Delta$. Die vermutlich durch Quasiteilchen getragenen Transportprozesse bei $eV_B = 4\Delta$ (η) und bei $eV_B = 4\Delta$ (π, σ) erscheinen ebenfalls bei positiven Bias-Spannungen. Als im Bias asymmetrische Transportprozesse lassen sich zwei Leitwerterhöhungen (ω, ϕ) ausmachen.

Andreev-Reflexionen über den Bruchkontakt und Quasiteilchen-Transport über den Tunnelkontakt beschrieben werden. Dies würde auch die Variation der maximalen Höhe des Leitwerts erklären. Der angenommene Cotunnel-Prozess geht mit einer Erhöhung der Inselladung einher. Damit ist der Prozess sensitiv auf den Ladungszustand und die vom Gate induzierte Offsetladung der Insel.

Im Bereich niedriger Bias-Spannung $V_B < \Delta/e$ sind ebenfalls einige Transportprozesse wahrnehmbar, die mit der Gate-Spannung moduliert werden können. Wie in Abbildung 5.35 dargestellt erscheinen alle Prozesse als Hügel-Tal-Struktur im Leitwert und haben somit einen peakförmigen Verlauf im Strom. Damit müsste bei allen Transportprozessen ein Cooper-Paar-Transport beteiligt sein. Mit der fehlenden Möglichkeit, das Transportdiagramm zu erstellen, ist es allerdings schwierig, die anderen beteiligten Transportprozesse zu identifizieren.

Mit der aus den normalleitenden Messungen des Kontakts bestimmten Ladungsenergie $E_C = 62\text{ }\mu\text{eV}$ lassen sich die Bias-Grenzen für die möglichen Zyklen bestimmen. Mit $V_B = 124\text{ }\mu\text{eV}$ für den 3e-Zyklus, $V_B = 192\text{ }\mu\text{eV}$ für den J-A-Zyklus und $V_B = 190\text{ }\mu\text{eV}$ wird allerdings keiner der Prozesse getroffen. Wahrscheinlich sind Cotunnel-Prozesse mit Cooper-Paaren, Quasiteilchen und multiplen Andreev-Reflexionen für die gefundenen Transportprozesse verantwortlich.

Im Vergleich zu dem in Abschnitt 5.5.2 vorgestellten Kontakt lässt sich bei dieser Bruch-

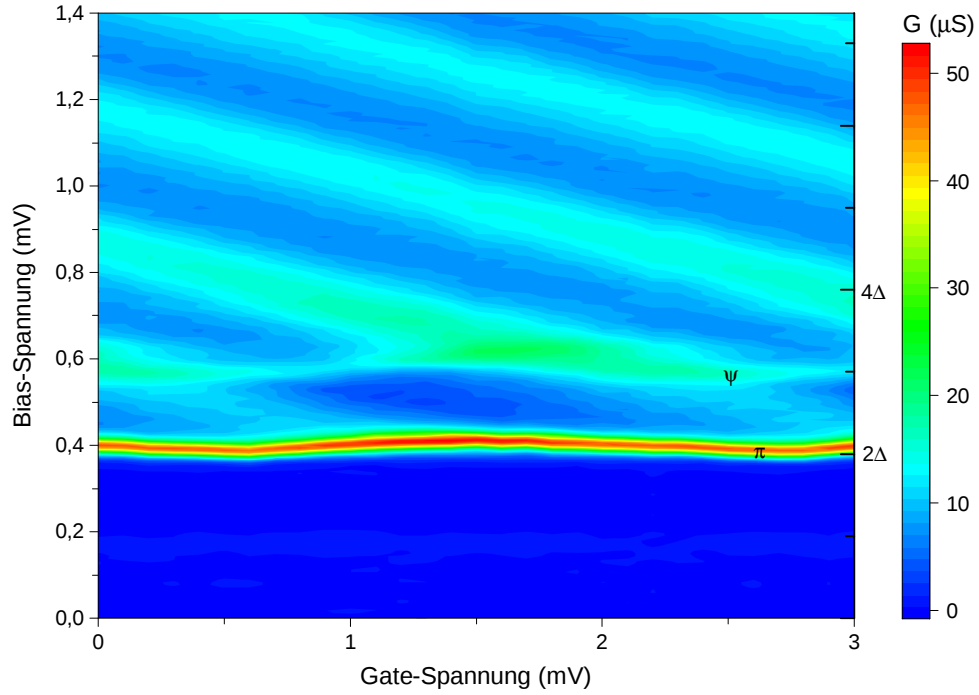


Abbildung 5.34: Supraleitendes Leitwertdiagramm des SETs mit $R_{BJ} = 5 \text{ k}\Omega$ und $R_{TB} = 112 \text{ k}\Omega$. Bei großen Bias-Spannungen wird das Coulomb-Staircase (8) vom Bruchkontakt (negative Steigung) bestimmt. Bei kleineren Bias-Spannungen sind zwei Maxima des Leitwerts (π , ψ) vorzufinden. Es sind keine klar definierten Transportprozesse durch Zyklen erkennbar. Trotzdem lassen sich die beiden Onsets (π , ψ) durch eine Gate-Spannung modulieren.

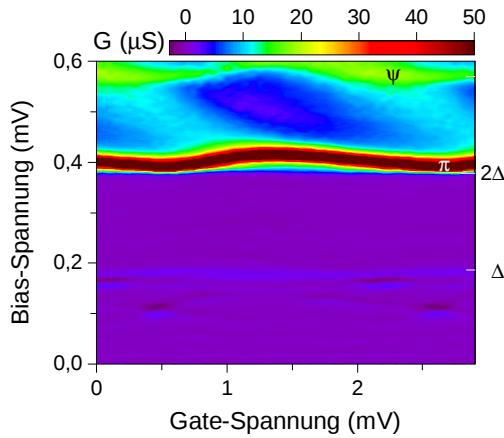


Abbildung 5.35: Leitwertdiagramm des SETs mit $R_{BJ} = 5 \text{ k}\Omega$ und $R_{TB} = 112 \text{ k}\Omega$ mit einer erhöhten Auflösung des Bereichs kleiner Bias-Spannungen. Die schon in Abbildung 5.34 gefundenen Onsets (π , ψ) sind auch hier zu erkennen. Bei Bias-Spannungen $V_B \leq \Delta/e$ sind einige peakförmige Transportprozesse erkennbar. Ohne Transportdiagramm oder andere Hilfsmittel können die beteiligten Transportmechanismen allerdings nicht identifiziert werden.

kontaktkonfiguration keiner der Transportprozesse durch Zyklen aus der orthodoxen Theorie beschreiben. In der Tat sind alle Messungen mit Widerständen im atomaren Regime entweder mit der Messung aus Abschnitt 5.5.2 vergleichbar oder zeigen das in diesem Abschnitt diskutierte Verhalten. Hierfür muss in erster Linie die Kopplung durch den Bruchkontakt eine Rolle spielen.

Eine einfache Erklärung wäre mit der Anzahl der Kontaktatome gegeben. Es wäre durchaus denkbar, dass bei einatomigen Kontakten noch Zyklen im Sinne der orthodoxen Theorie möglich und sichtbar sind. In mehratomigen Kontakten kann die erhöhte Kopplung für ein energetisches Überlappen der einzelnen Ladungszustände sorgen. In der Folge kann es keine klar abgegrenzten Transportprozesse geben, die nur bei bestimmten Gate- und Bias-Spannungen möglich sind. Insofern stellt sich die Frage, ob es sich bei den bei starker Kopplung beobachteten Effekten noch um eine Coulomb-Blockade im engeren Sinn handelt. Es lässt sich aber auf jeden Fall feststellen, dass die Effekte durch eine Wechselwirkung der Supraleitung mit Ladungseffekten zustande kommen.

Ob es sich bei den eingestellten Kontakten tatsächlich um ein- oder mehratomige Kontakte handelt, müsste sich am Leitwert oder Widerstand ablesen lassen. Mit den nicht linearen Kennlinien der Coulomb-Blockade ist allerdings die Bestimmung des Widerstands des Bruchkontakts nur als Serienwiderstand mit dem Widerstand der Tunnelbarriere möglich. Mit der in Abschnitt 5.2.3 begründeten Unsicherheit von 7 % bei der Bestimmung des Gesamtwiderstands, ergibt sich für das atomare Regime eine Unsicherheit des Widerstand im Bereich 8,4 k Ω . Damit kann der Widerstand nur bedingt zur Unterscheidung zwischen ein- und mehratomigen Kontakten herangezogen werden.

5.5.5 Renormalisierung der Ladungsenergie

Bei der Diskussion der vorgestellten normalleitenden Messungen im atomaren Regime wird eine deutlich kleinere Ladungsenergie als im orthodoxen oder mesoskopischen Regime gefunden. Die Abhängigkeit der Ladungsenergie vom Widerstand des Bruchkontakts wird in Abbildung 5.36 grafisch dargestellt. Die Ladungsenergie für die unterschiedlichen Kontakte wurde dabei mit der in Abschnitt 5.5.1 vorgestellten Methode aus den normalleitenden Messungen ermittelt. Die dargestellten Unsicherheiten in der Ladungsenergie ergeben sich durch den minimalen und maximalen Wert, der bei unterschiedlichen Grenzen der linearen Regression gefunden werden kann. Für Kontakte im orthodoxen oder mesoskopischen Regime wurde die im normalleitenden bestimmte Ladungsenergie auf die Vereinbarkeit mit der Ladungsenergie aus dem supraleitenden Transportdiagramm überprüft. Kontakte mit offensichtlichen Umordnungen des Bruchkontakts während der Messung wurden ausgeschlossen.

In der Abhängigkeit der Ladungsenergie vom Bruchkontakt-Widerstand fällt auf, dass die Ladungsenergie E_C im orthodoxen und mesoskopischen Regime ($R_{BJ} \geq 50 \text{ k}\Omega$) im Rahmen der Unsicherheit konstant ist. Im atomaren Regime ($R_{BJ} \lesssim 1/G_0 = 12,7 \text{ k}\Omega$) hingegen zeigt sich eine signifikante Verringerung von E_C . Ob sich die Verringerung der Ladungsenergie zwischen mesoskopischem und atomarem Regime kontinuierlich oder sprunghaft vollzieht, kann aus den vorliegenden Daten nicht bestimmt werden. Mit dem Bruchkontakt lassen

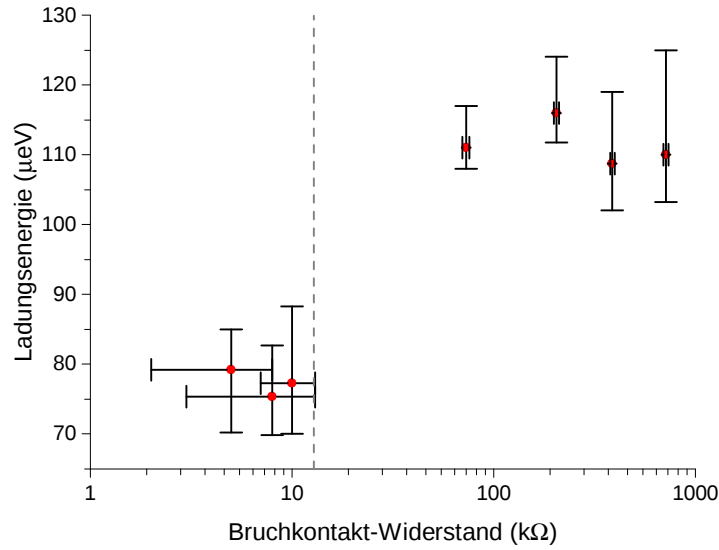


Abbildung 5.36: Ladungsenergie des SETs bei unterschiedlichen Widerständen des Bruchkontakts. Die Ladungsenergie wurde nach dem in Abschnitt 5.5.1 beschriebenen Verfahren aus den normalleitenden Messungen bestimmt und mit den Ergebnissen des supraleitenden Transportdiagramms überprüft. Als Unsicherheit der Ladungsenergie und des Widerstands ist die Varianz der entsprechenden Größe angegeben, die bei unterschiedlichen Bias-Grenzen der linearen Regression und unterschiedlichen Gate-Spannungen gefunden wurde. Alle Messungen im orthodoxen und mesoskopischen Regime zeigen die gleiche Ladungsenergie. Für Messungen mit $R_{BJ} < 1/G_0 \approx 12,7 \text{ k}\Omega$ kann eine Renormalisierung der Ladungsenergie gefunden werden.

sich im entsprechenden Widerstandsbereich nur schwer über längere Zeit stabile Kontakte erzielen, die für die supraleitenden und normalleitenden Messungen benötigt werden (siehe Abschnitt 5.1).

Über eine Renormalisierung der Ladungsenergie in SETs mit höherer Kopplung zwischen Insel und Zuleitung wird in vielen anderen Arbeiten berichtet. Sie konnte unter anderem in metallischen Einzelektronentransistoren mit Aluminium-Oxidkontakten nachgewiesen werden [Ave+97; Poh99]. Allerdings wurden in diesen Arbeiten die Ergebnisse von vielen unterschiedlichen Proben miteinander verglichen. Zudem haben in der Regel beide Oxid-Kontakte ähnliche Eigenschaften. In Einzelektronentransistoren auf zweidimensionalen Elektronengasen entfällt der Vergleich verschiedener Proben. Es lässt sich die Kopplung durch einen der Quantenpunktkontakte *in situ* ändern und ebenfalls eine Renormalisierung der Ladungsenergie feststellen [MFK95]. In [Fox+93] wird die Renormalisierung auf eine Erhöhung der Kapazität des veränderten Quantenpunktkontakts zurückgeführt. Bei diesen SETs muss allerdings für jede Einstellung des Quantenpunktkontakts die Spannung an allen verwendeten Gate-Elektroden nachjustiert werden.

Aus theoretischer Sicht ist eine Renormalisierung sowohl für makroskopische Tunnelkontakte [Ave+97; FSZ95] als auch für Kontakte mit einem einzigen Leitwertkanal zu erwarten [Fle94; Fle93]. Für beliebige nicht ideal ballistische Kontakte wird eine exponentielle Reduktion der Ladungsenergie mit dem Leitwert erwartet [Naz99]. Wie schnell die Ladungsenergie reduziert wird, hängt dabei von den Eigenschaften des Kontakts ab.

Äquivalent zu den bisherigen Arbeiten kann die hier gefundene Renormalisierung der Ladungsenergie durchaus auf eine erhöhte Kopplung durch den Bruchkontakt im atomaren Regime zurückgeführt werden. Abweichend von den bisherigen Arbeiten zeigt sich die Renormalisierung hier erstmals innerhalb eines einzelnen metallischen SETs und bei der Veränderung von nur einem der beiden Kontakte. Bedingt durch den mesoskopischen Charakter des Bruchkontakts sind die hier vorgestellten Ergebnisse nicht direkt mit den Messungen an SETs mit Oxidkontakten oder Quantenpunktkontakten vergleichbar. Ob und in welchem Umfang der mesoskopische Transport bei der Renormalisierung eine Rolle spielt, wurde bislang nicht untersucht. Auch bleibt unklar, ob die zur Renormalisierung notwendige Erhöhung der Gesamtkapazität der Insel durch eine geometrische Veränderung des Bruchkontakts oder eine von der Transmission des Bruchkontakts abhängige Quantenkapazität zu beschreiben ist. Es wäre durchaus denkbar, dass sich in Zukunft mit dem besseren Verständnis der supraleitenden Transportphänomene der mesoskopische Charakter des Bruchkontakts im atomaren Regime genauer quantifizieren lässt und damit quantitative Aussagen über den Einfluss des mesoskopischen Transports auf die Renormalisierung möglich werden.

Zusammenfassung

Im Rahmen dieser Arbeit wurden experimentelle Transportmessungen an Einzelelektronentransistoren durchgeführt. Einzelelektronentransistoren (SETs) bestehen aus einer durch zwei Tunnelkontakte von den Zuleitungen getrennten leitenden Insel und zeigen den Effekt der Coulomb-Blockade. Die Coulomb-Blockade entsteht aus der elektrostatischen Abstoßung gleicher Ladungen und der Quantisierung der Ladung. Bei kleinen Transportspannungen verhindert die Abstoßung der Elektronen das Tunneln weiterer Ladungsträger auf die Insel und der Stromfluss durch den SET wird unterdrückt. Die Coulomb-Blockade kann mit einer kapazitiv an die Insel gekoppelten Gate-Elektrode moduliert werden.

Die charakteristische Energie der Ladungseffekte im SET ist die Ladungsenergie E_C , die beim Hinzufügen eines Elektrons auf die Insel aufgebracht werden muss. Damit sich in einem SET die Coulomb-Blockade zeigt, müssen die thermischen Fluktuationen und die Ladungsfluktuationen durch die Kopplung der Tunnelkontakte klein genug sein. Dies stellt eine Anforderung an die Temperatur $E_C > k_B T$ und die Widerstände der Tunnelkontakte ($R > R_K$). Unter diesen Voraussetzungen lässt sich der elektrische Transport im SET durch die orthodoxe Theorie beschreiben. Die Beschreibung im Rahmen der orthodoxen Theorie geht von sequenziellen und unabhängigen Tunnelvorgängen einzelner Elektronen durch die Kontakte des SET aus. Wird ein SET aus supraleitenden Materialien gefertigt, so kommen zwei neue Energien mit ins Spiel: die supraleitende Bandlücke Δ und die Josephson-Energie E_J als Maß für die supraleitende Kopplung durch die Tunnelkontakte. Im Spezialfall $E_J \ll E_C < \Delta$ ist einerseits die Kopplung der Tunnelkontakte klein genug, um die Ladungseffekte nicht zu unterdrücken und andererseits sind die Ladungseffekte klein genug, um die Supraleitung nicht zu brechen. In diesem Fall kann neben dem Tunneln einzelner Quasiteilchen auch die volle Bandbreite an supraleitenden Transportphänomenen zum Transport im SET beitragen. Hierunter fällt neben dem Josephson-Effekt auch die multiple Andreev-Reflexion als Transportphänomen der mesoskopischen Supraleitung. Auch im supraleitenden SET kann die orthodoxe Theorie für die Beschreibung des Transports genutzt werden, wenn die verschiedenen supraleitenden Transportmechanismen mitberücksichtigt werden.

Der in dieser Arbeit entwickelte supraleitende Einzelelektronentransistor aus Aluminium besteht aus einer Insel, die durch einen klassischen Oxid-Tunnelkontakt und einen mechanisch kontrollierten Bruchkontakt mit den Zuleitungen verbunden ist. Durch den Bruchkontakt lässt sich dessen Kopplung *in situ* verändern. Dies gestattet die Untersuchung des Einflusses der Kopplung auf die Coulomb-Blockade in metallischen SETs innerhalb einer Probe. Bildet der

Bruchkontakt einen mesoskopischen Kontakt, können im supraleitenden Zustand zusätzlich multiple Andreev-Reflexionen zum Transport beitragen.

Sowohl die Supraleitung als auch die Coulomb-Blockade erfordern bei den Messungen tiefe Temperaturen. Alle Messungen wurden deshalb in einem Entmischungskryostaten mit einem speziell auf den SET zugeschnittenen Messsystem durchgeführt. Eine symmetrische Wechselspannung mit geringer Frequenz dient als Quelle des Bias im SET. Im Bias-Stromkreis sind zwei Referenzwiderstände symmetrisch um die SET-Probe verteilt. Diese begrenzen den Strom durch den SET und erlauben die Messung des Stroms durch das Abgreifen der Spannung am Referenzwiderstand. Mit dieser Beschaltung können die Transportcharakteristiken einerseits hochaufgelöst und andererseits für unterschiedliche Gesamtwiderstände des SETs ohne Umbauten im Messsystem bestimmt werden. Dies ist nötig, da sich mit dem Bruchkontakt Gesamtwiderstände in einem breiten Bereich einstellen lassen. Im Zuge der Arbeit wurde außerdem eine Automatisierung der Messung und eine Datenverarbeitung entwickelt, die es erlauben, die Transporteigenschaften mit einer feinen Variation der Gate-Spannung aufzuzeichnen und daraus die präsentierten Ergebnisse in guter Qualität zu gewinnen.

Die in Abhängigkeit der Konfiguration des Bruchkontakts beobachteten Transportphänomene lassen sich in drei Kategorien unterteilen.

Bei vollständig geöffnetem Bruchkontakt stellt dieser einen klassischen Tunnelkontakt dar. Die wichtigen Transportmechanismen sind dann das Quasiteilchen-Tunneln und der Josephson-Transport. Alle beobachteten Transportphänomene lassen sich durch sequenzielles Tunneln von Quasiteilchen und Cooper-Paaren beschreiben. Die erweiterte orthodoxe Theorie kann in diesem sogenannten orthodoxen Regime alle beobachteten Transportphänomene beschreiben.

Bei etwas weiter geschlossenem Bruchkontakt kommt der mesoskopische Charakter des Bruchkontakts deutlicher zur Geltung. Als Transportmechanismus wird die multiple Andreev-Reflexion mit mehreren transportierten Ladungen zunehmend wichtiger. Die meisten der beobachteten Transportphänomene lassen sich in diesem sogenannten mesoskopischen Regime durch die orthodoxe Theorie erweitert um die multiplen Andreev-Reflexion beschreiben. Allerdings taucht mindestens ein Transportprozess in den Messungen auf, der nicht durch die erweiterte orthodoxe Theorie beschreibbar ist. Ein vergleichbarer Transportprozess kann bei anderen Messungen gefunden werden, bei denen ebenfalls nachweislich die multiple Andreev-Reflexion mit drei transportierten Ladungen zum Transport beiträgt.

Hat der Bruchkontakt einen Widerstand, der als atomarer metallischer Kontakt identifizierbar ist, wird der elektrische Transport durch Cotunnel-Prozesse dominiert. Allerdings zeigt der SET dennoch ein mit der Gate-Elektrode modulierbares Transportverhalten. In diesem sogenannten atomaren Regime versagt die orthodoxe Theorie. Einige der Messungen im supraleitenden Zustand zeigen zwar noch einige durch sequenzielles Tunneln erklärbare Transportprozesse, eine konsistente Beschreibung ist aber nicht möglich. Im normalleitenden Zustand tritt eine Renormalisierung der Ladungsenergie auf. Eine Renormalisierung der Ladungsenergie konnte bislang nicht innerhalb einer einzelnen metallischen SET-Probe nachgewiesen werden.

Insgesamt eignet sich diese Bauform des supraleitenden SETs sehr gut, um den Einfluss verschiedener Kopplungen auf die Coulomb-Blockade zu untersuchen. Durch die Möglichkeit

die Transportphänomene auch im supraleitenden Zustand zu beobachten, lässt sich klar unterscheiden, bei welchen Kopplungen des Bruchkontakts der mesoskopische Transport signifikant wird. Die Charakterisierung des SETs im orthodoxen Regime liefert einen ersten Anhaltspunkt für die Beschreibung in den stärker gekoppelten Regimen.

Nichtsdestoweniger ist die hier verwendete theoretische Beschreibung für das mesoskopische und das atomare Regime unzureichend. Vor allem das Zusammenspiel von Coulomb-Blockade und multipler Andreev-Reflexion wurde wenig von theoretischer Seite beleuchtet.

Des Weiteren bedarf die beobachtete Renormalisierung der Ladungsenergie weiterer Untersuchung. Bisher ist nicht geklärt, wodurch die damit verbundene Änderung der Gesamtkapazität verursacht wird. Hierfür werden weitere systematische Experimente benötigt.

Literaturverzeichnis

- [AA89] D. Averin und V. Y. Aleshkin. „Resonance Tunneling of Cooper Pairs in a System of Two Small Josephson Junctions“. In: *JETP Lett* 50 (1989), S. 9.
- [AA90] V. Y. Aleshkini und D. V. Averin. „Resonant Tunneling of Cooper Pairs in a Double Josephson Junction System“. In: *Physica B: Condensed Matter*. LT-19 165 (1990), S. 949.
- [AB63] V. Ambegaokar und A. Baratoff. „Tunneling Between Superconductors“. In: *Physical Review Letters* 10 (1963), S. 486.
- [AL91] D. V. Averin und K. K. Likharev. „Single Electronics: A Correlated Transfer of Single Electrons and Cooper Pairs in Systems of Small Tunnel Junctions“. In: *Mesoscopic Phenomena in Solids*. Hrsg. von B. Altshuler, P. Lee und W. Richard Webb. 1st edition. Bd. 30. Modern Problems in Condensed Matter Sciences. Elsevier, 1991, S. 173.
- [ARV93] N. Agraït, J. G. Rodrigo und S. Vieira. „Conductance Steps and Quantization in Atomic-Size Contacts“. In: *Physical Review B* 47 (1993), S. 12345.
- [Ave+97] D. V. Averin, A. N. Korotkov, A. J. Manninen und J. P. Pekola. „Resonant Tunneling through a Macroscopic Charge State in a Superconducting Single Electron Transistor“. In: *Physical Review Letters* 78 (1997), S. 4821.
- [BCS57] J. Bardeen, L. N. Cooper und J. R. Schrieffer. „Theory of Superconductivity“. In: *Physical Review* 108 (1957), S. 1175.
- [BK13] W. Buckel und R. Kleiner. *Supraleitung: Grundlagen und Anwendungen*. John Wiley & Sons, 2013. 510 S.
- [BP82] A. Barone und G. Paternò. *Physics and Applications of the Josephson Effect*. Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, 1982.
- [Bri04] B. Briechle. „Entwicklung von Bruchkontaktelektroden mit separat ansteuerbarer Gatterelektrode“. Diplomarbeit. Universität Konstanz, 2004.
- [Cho+99] D. Chouvaev, L. S. Kuzmin, D. S. Golubev und A. D. Zaikin. „Strong Tunneling and Coulomb Blockade in a Single-Electron Transistor“. In: *Physical Review B* 59 (1999), S. 10599.
- [CML96] J. C. Cuevas, A. Martín-Rodero und A. Levy Yeyati. „Hamiltonian Approach to the Transport Properties of Superconducting Quantum Point Contacts“. In: *Physical Review B* 54 (1996), S. 7366.

- [Con16] T. Conzelmann. „Optimierung der Herstellung und elektrische Charakterisierung ultrakleiner Tunnelkontakte aus Aluminium und Aluminiumoxid“. Bachelor Thesis. Universität Konstanz, 2016.
- [Cue+98] J. C. Cuevas, A. Levy Yeyati, A. Martín-Rodero, G. Rubio Bollinger, C. Untiedt und N. Agraït. „Evolution of Conducting Channels in Metallic Atomic Contacts under Elastic Deformation“. In: *Physical Review Letters* 81 (1998), S. 2990.
- [DuB+13] T. C. DuBois, M. C. Per, S. P. Russo und J. H. Cole. „Delocalized Oxygen as the Origin of Two-Level Defects in Josephson Junctions“. In: *Physical Review Letters* 110 (2013), S. 077002.
- [EDM94] T. M. Eiles, M. H. Devoret und J. M. Martinis. „Coulomb Blockade of Andreev Reflection in the NSN Single-Electron Transistor“. In: *Physica B: Condensed Matter* 194-196 (Part 1 1994), S. 1111.
- [EMD93] T. M. Eiles, J. M. Martinis und M. H. Devoret. „Even-Odd Asymmetry of a Superconductor Revealed by the Coulomb Blockade of Andreev Reflection“. In: *Physical Review Letters* 70 (1993), S. 1862.
- [FD87] T. A. Fulton und G. J. Dolan. „Observation of Single-Electron Charging Effects in Small Tunnel Junctions“. In: *Physical Review Letters* 59 (1987), S. 109.
- [FL03] M. Furlan und S. V. Lotkhov. „Electrometry on Charge Traps with a Single-Electron Transistor“. In: *Physical Review B* 67 (2003), S. 205313.
- [Fle93] K. Flensberg. „Capacitance and Conductance of Mesoscopic Systems Connected by Quantum Point Contacts“. In: *Physical Review B* 48 (1993), S. 11156.
- [Fle94] K. Flensberg. „Capacitance and Conductance of Dots Connected by Quantum Point Contacts“. In: *Physica B: Condensed Matter* 203 (1994), S. 432.
- [Fox+93] E. B. Foxman, P. L. McEuen, U. Meirav, N. S. Wingreen, Y. Meir, P. A. Belk, N. R. Belk, M. A. Kastner und S. J. Wind. „Effects of Quantum Levels on Transport through a Coulomb Island“. In: *Physical Review B* 47 (1993), S. 10020.
- [FPT98] R. J. Fitzgerald, S. L. Pohlen und M. Tinkham. „Observation of Andreev Reflection in All-Superconducting Single-Electron Transistors“. In: *Physical Review B* 57 (1998), R11073.
- [FSZ95] G. Falci, G. Schön und G. T. Zimanyi. „Unified Scaling Theory of the Electron Box for Arbitrary Tunneling Strength“. In: *Physical Review Letters* 74 (1995), S. 3257.
- [Ful+89] T. A. Fulton, P. L. Gammel, D. J. Bishop, L. N. Dunkleberger und G. J. Dolan. „Observation of Combined Josephson and Charging Effects in Small Tunnel Junction Circuits“. In: *Physical Review Letters* 63 (1989), S. 1307.
- [GD92] H. Grabert und M. H. Devoret. „Introduction to Single Charge Tunneling“. In: *Single Charge Tunneling*. Hrsg. von H. Grabert und M. H. Devoret. Bd. 294. NATO ASI Series. Springer, Boston, MA, 1992, S. 1.
- [GG00] G. Göppert und H. Grabert. „Single Electron Tunneling at Large Conductance: The Semiclassical Approach“. In: *The European Physical Journal B - Condensed Matter and Complex Systems* 16 (2000), S. 687.

- [Göp00] G. Göppert. „Single Electron Tunneling at Large Conductance“. PhD Thesis. Albert Ludwigs Universität Freiburg i. Br., 2000.
- [Gra+12] G. J. Grabovskij, T. Peichl, J. Lisenfeld, G. Weiss und A. V. Ustinov. „Strain Tuning of Individual Atomic Tunneling Systems Detected by a Superconducting Qubit“. In: *Science* 338 (2012), S. 232.
- [Gre+11] T. Greibe, M. P. V. Stenberg, C. M. Wilson, T. Bauch, V. S. Shumeiko und P. Delsing. „Are “Pinholes” the Cause of Excess Current in Superconducting Tunnel Junctions? A Study of Andreev Current in Highly Resistive Junctions“. In: *Physical Review Letters* 106 (2011), S. 097001.
- [Gus+13] M. V. Gustafsson, A. Pourkabirian, G. Johansson, J. Clarke und P. Delsing. „Thermal Properties of Charge Noise Sources“. In: *Physical Review B* 88 (2013), S. 245410.
- [Had+98] P. Hadley, E. Delvigne, E. H. Visscher, S. Lähteenmäki und J. E. Mooij. „3e Tunneling Processes in a Superconducting Single-Electron Tunneling Transistor“. In: *Physical Review B* 58 (1998), S. 15317.
- [Hek+93] F. W. J. Hekking, L. I. Glazman, K. A. Matveev und R. I. Shekhter. „Coulomb Blockade of Two-Electron Tunneling“. In: *Physical Review Letters* 70 (1993), S. 4138.
- [Her+93] J. M. Hergenrother, M. T. Tuominen, T. S. Tighe und M. Tinkham. „Fabrication and Characterization of Single-Electron Tunneling Transistors in the Superconducting State“. In: *IEEE Transactions on Applied Superconductivity* 3 (1993), S. 1980.
- [Her95] J. M. Hergenrother. „Parity Effects and Charge Transport in the Single-Electron Transistor“. PhD Thesis. Harvard University, 1995.
- [HMP08] T. Holmqvist, M. Meschke und J. P. Pekola. „Double Oxidation Scheme for Tunnel Junction Fabrication“. In: *Journal of Vacuum Science & Technology B: Microelectronics and Nanometer Structures Processing, Measurement, and Phenomena* 26 (2008), S. 28.
- [HTT94] J. M. Hergenrother, M. T. Tuominen und M. Tinkham. „Charge Transport by Andreev Reflection through a Mesoscopic Superconducting Island“. In: *Physical Review Letters* 72 (1994), S. 1742.
- [IN92] G.-L. Ingold und Y. V. Nazarov. „Charge Tunneling Rates in Ultrasmall Junctions“. In: *Single Charge Tunneling*. Hrsg. von H. Grabert und M. H. Devoret. Bd. 294. NATO ASI Series. Springer, Boston, MA, 1992, S. 21.
- [JED98] P. Joyez, D. Esteve und M. H. Devoret. „How Is the Coulomb Blockade Suppressed in High-Conductance Tunnel Junctions?“ In: *Physical Review Letters* 80 (1998), S. 1956.
- [Jez+16] S. Jezouin, Z. Iftikhar, A. Anthore, F. D. Parmentier, U. Gennser u. a. „Controlling Charge Quantization with Quantum Fluctuations“. In: *Nature* 536 (2016), S. 58.
- [Jos62] B. D. Josephson. „Possible New Effects in Superconductive Tunnelling“. In: *Physics Letters* 1 (1962), S. 251.
- [Joy+97] P. Joyez, V. Bouchiat, D. Esteve, C. Urbina und M. H. Devoret. „Strong Tunneling in the Single-Electron Transistor“. In: *Physical Review Letters* 79 (1997), S. 1349.

- [Joy95] P. Joyez. „The Single Cooper Pair Transistor: A Macroscopic Quantum System“. PhD Thesis. Université Pierre et Marie Curie-Paris VI, 1995.
- [KBT82] T. M. Klapwijk, G. E. Blonder und M. Tinkham. „Explanation of Subharmonic Energy Gap Structure in Superconducting Contacts“. In: *Physica B* 109 (1982), S. 1657.
- [Kra+95] J. M. Krans, J. M. van Ruitenbeek, V. V. Fisun, I. K. Yanson und L. J. de Jongh. „The Signature of Conductance Quantization in Metallic Point Contacts“. In: *Nature* 375 (1995), S. 767.
- [KSS97] J. König, H. Schoeller und G. Schön. „Cotunneling at Resonance for the Single-Electron Transistor“. In: *Physical Review Letters* 78 (1997), S. 4482.
- [Lan57] R. Landauer. „Spatial Variation of Currents and Fields Due to Localized Scatterers in Metallic Conduction“. In: *IBM Journal of Research and Development* 1 (1957), S. 223.
- [Lik87] K. Likharev. „Single-Electron Transistors: Electrostatic Analogs of the DC SQUIDS“. In: *IEEE Transactions on Magnetics* 23 (1987), S. 1142.
- [Lim98] B. Limbach. „Untersuchung von Einzelelektronentransistoren auf der Basis von nanostrukturiertem Aluminium“. Diplomarbeit. Universität Karlsruhe, 1998.
- [Lis+15] J. Lisenfeld, G. J. Grabovskij, C. Müller, J. H. Cole, G. Weiss und A. V. Ustinov. „Observation of Directly Interacting Coherent Two-Level Systems in an Amorphous Material“. In: *Nature Communications* 6 (2015), S. 6182.
- [LSS17] T. Lorenz, S. Sprenger und E. Scheer. „Coulomb Blockade and Multiple Andreev Reflection in a Superconducting Single-Electron Transistor“. In: *Journal of Low Temperature Physics* (2017).
- [McC68] D. E. McCumber. „Effect of Ac Impedance on Dc Voltage-Current Characteristics of Superconductor Weak-Link Junctions“. In: *Journal of Applied Physics* 39 (1968), S. 3113.
- [MFK95] L. W. Molenkamp, K. Flensberg und M. Kemerink. „Scaling of the Coulomb Energy Due to Quantum Fluctuations in the Charge on a Quantum Dot“. In: *Physical Review Letters* 75 (1995), S. 4282.
- [MvRdJ92] C. J. Muller, J. M. van Ruitenbeek und L. J. de Jongh. „Experimental Observation of the Transition from Weak Link to Tunnel Junction“. In: *Physica C: Superconductivity* 191 (1992), S. 485.
- [Naz99] Y. V. Nazarov. „Coulomb Blockade without Tunnel Junctions“. In: *Physical Review Letters* 82 (1999), S. 1245.
- [NCT96] Y. Nakamura, C. D. Chen und J. S. Tsai. „Quantitative Analysis of Josephson-Quasiparticle Current in Superconducting Single-Electron Transistors“. In: *Physical Review B* 53 (1996), S. 8234.
- [Oct+83] M. Octavio, M. Tinkham, G. E. Blonder und T. M. Klapwijk. „Subharmonic Energy-Gap Structure in Superconducting Constrictions“. In: *Physical Review B* 27 (1983), S. 6739.

- [Ole+94] L. Olesen, E. Laegsgaard, I. Stensgaard, F. Besenbacher, J. Schiøtz, P. Stoltze, K. W. Jacobsen und J. K. Nørskov. „Quantized Conductance in an Atom-Sized Point Contact“. In: *Physical Review Letters* 72 (1994), S. 2251.
- [Pas+93a] J. I. Pascual, J. Méndez, J. Gómez-Herrero, A. M. Baró, N. García und V. T. Binh. „Quantum Contact in Gold Nanostructures by Scanning Tunneling Microscopy“. In: *Physical Review Letters* 71 (1993), S. 1852.
- [Pas+93b] C. Pasquier, U. Meirav, F. I. B. Williams, D. C. Glatli, Y. Jin und B. Etienne. „Quantum Limitation on Coulomb Blockade Observed in a 2D Electron System“. In: *Physical Review Letters* 70 (1993), S. 69.
- [PFT00] S. L. Pohlen, R. J. Fitzgerald und M. Tinkham. „The Josephson–quasiparticle (JQP) Current Cycle in the Superconducting Single-Electron Transistor“. In: *Physica B: Condensed Matter* 284 (2000), S. 1812.
- [Pie15] W. W. Piegorsch. *Statistical Data Analytics: Foundations for Data Mining, Informatics, and Knowledge Discovery*. Wiley, 2015.
- [Pob07] F. Pobell. *Matter and Methods at Low Temperatures*. Springer Berlin Heidelberg, 2007.
- [Poh99] S. L. Pohlen. „The Superconducting Single-Electron Transistor“. PhD Thesis. Harvard University, 1999.
- [Pop+12] I. M. Pop, T. Fournier, T. Crozes, F. Lecocq, I. Matei, B. Pannetier, O. Buisson und W. Guichard. „Fabrication of Stable and Reproducible Submicron Tunnel Junctions“. In: *Journal of Vacuum Science & Technology B, Nanotechnology and Microelectronics: Materials, Processing, Measurement, and Phenomena* 30 (2012), S. 010607.
- [Pou+14] A. Pourkabirian, M. V. Gustafsson, G. Johansson, J. Clarke und P. Delsing. „Nonequilibrium Probing of Two-Level Charge Fluctuators Using the Step Response of a Single-Electron Transistor“. In: *Physical Review Letters* 113 (2014), S. 256801.
- [Ree+08] D. G. Rees, P. Glasson, L. R. Simkins, E. Collin, V. Antonov, P. G. Frayne, P. J. Meeson und M. J. Lea. „Thermally Excited Tunneling from a Metastable Electronic State in a Single-Cooper-Pair Transistor“. In: *Applied Physics Letters* 93 (2008), S. 173508.
- [Ric17] H. Richter. *Ergebnisse zur SPICE Simulation der Eingangsstufen der NF LI75-A Verstärker*. Persönliches Gespräch. 2017.
- [Sch+00] E. Scheer, J. C. Cuevas, A. L. Yeyati, A. Martín-Rodero, P. Joyez, M. H. Devoret, D. Esteve und C. Urbina. „Conduction Channels of Superconducting Quantum Point Contacts“. In: *Physica B: Condensed Matter* 280 (2000), S. 425.
- [Sch+97] E. Scheer, P. Joyez, D. Esteve, C. Urbina und M. H. Devoret. „Conduction Channel Transmissions of Atomic-Size Aluminum Contacts“. In: *Physical Review Letters* 78 (1997), S. 3535.
- [Sch+98] E. Scheer, N. Agraït, J. C. Cuevas, A. L. Yeyati, B. Ludoph, A. Martín-Rodero, G. R. Bollinger, J. M. van Ruitenbeek und C. Urbina. „The Signature of Chemical Valence in the Electrical Conduction through a Single-Atom Contact“. In: *Nature* 394 (1998), S. 154.

- [Sch02] C. Schirm. „Leitwertfluktuationen von Ein-Atom-Kontakten“. Diplomarbeit. Universität Konstanz, 2002.
- [Sch09] C. Schirm. „Einfluss hoher Ströme auf atomare Kontakte“. Dissertation. Universität Konstanz, 2009.
- [Sch10] O. Schecker. „Von Punktkontakten zu Nano-Elektro-Mechanischen Systemen - NEMS - Herstellung und Charakterisierung von Ein-Atom-Kontakten“. Dissertation. Universität Konstanz, 2010.
- [Sch98] G. Schön. „Single-Electron Tunneling“. In: *Quantum Transport and Dissipation*. Hrsg. von T. Dittrich. 1st edition. Wiley-VCH, 1998, S. 149.
- [Sie99] J. Siewert. „Two-Quasiparticle Tunneling in All-Superconducting Single-Electron Transistors“. In: *Europhysics Letters* 46 (1999), S. 768.
- [Sim+09] L. R. Simkins, D. G. Rees, P. H. Glasson, V. Antonov, E. Collin, P. G. Frayne, P. J. Meeson und M. J. Lea. „Thermal Excitation of Large Charge Offsets in a Single-Cooper-Pair Transistor“. In: *Journal of Applied Physics* 106 (2009), S. 124502.
- [Spr16] S. Sprenger. „Herstellung und Charakterisierung von supraleitenden Einzelelektronentransistoren“. Master Thesis. Universität Konstanz, 2016.
- [SS96] J. Siewert und G. Schön. „Charge Transport in Voltage-Biased Superconducting Single-Electron Transistors“. In: *Physical Review B* 54 (1996), S. 7421.
- [ST99] J. R. Schrieffer und M. Tinkham. „Superconductivity“. In: *Reviews of Modern Physics* 71 (1999), S. 313.
- [Ste68] W. C. Stewart. „Current-voltage Characteristics of Josephson Junctions“. In: *Applied Physics Letters* 12 (1968), S. 277.
- [Tha+17] M. Thalmann, H.-F. Pernau, C. Strunk, E. Scheer und T. Pietsch. „Comparison of Cryogenic Low-Pass Filters“. In: *Review of Scientific Instruments* 88 (2017), S. 114703.
- [Tin04] M. Tinkham. *Introduction to Superconductivity*. 2. ed. Dover books on physics. Dover Publ, 2004. 454 S.
- [Tuo+92] M. T. Tuominen, J. M. Hergenrother, T. S. Tighe und M. Tinkham. „Experimental Evidence for Parity-Based $2e$ Periodicity in a Superconducting Single-Electron Tunneling Transistor“. In: *Physical Review Letters* 69 (1992), S. 1997.
- [vdBri+91] A. M. van den Brink, A. A. Odintsov, P. A. Bobbert und G. Schön. „Coherent Cooper Pair Tunneling in Systems of Josephson Junctions: Effects of Quasiparticle Tunneling and of the Electromagnetic Environment“. In: *Zeitschrift für Physik B Condensed Matter* 85 (1991), S. 459.
- [vdBSG91] A. M. van den Brink, G. Schön und L. J. Geerligs. „Combined Single-Electron and Coherent-Cooper-Pair Tunneling in Voltage-Biased Josephson Junctions“. In: *Physical Review Letters* 67 (1991), S. 3030.
- [Vio+96] D. Vion, M. Götz, P. Joyez, D. Esteve und M. H. Devoret. „Thermal Activation above a Dissipation Barrier: Switching of a Small Josephson Junction“. In: *Physical review letters* 77 (1996), S. 3435.

- [vRui+96] J. M. van Ruitenbeek, A. Alvarez, I. Piñeyro, C. Grahmann, P. Joyez, M. H. Devoret, D. Esteve und C. Urbina. „Adjustable Nanofabricated Atomic Size Contacts“. In: *Review of Scientific Instruments* 67 (1996), S. 108.
- [vWee+88] B. J. van Wees, H. van Houten, C. W. J. Beenakker, J. G. Williamson, L. P. Kouwenhoven, D. van der Marel und C. T. Foxon. „Quantized Conductance of Point Contacts in a Two-Dimensional Electron Gas“. In: *Physical Review Letters* 60 (1988), S. 848.
- [Wal+02] C. Wallisser, B. Limbach, P. vom Stein und R. Schäfer. „Single-Electron Transistors in the Regime of High Conductance“. In: *International Workshop on Superconducting Nano-Electronics Devices*. Hrsg. von J. Pekola, B. Ruggiero und P. Silvestrini. Springer, Boston, MA, 2002, S. 123.
- [Wal02] C. Wallisser. „Einzelelektronentransistoren Im Regime Kleiner Widerstände“. Dissertation. Forschungszentrum Karlsruhe, 2002.
- [Wha+88] D. A. Wharam, T. J. Thornton, R. Newbury, M. Pepper, H. Ahmed u. a. „One-Dimensional Transport and the Quantisation of the Ballistic Resistance“. In: *Journal of Physics C: Solid State Physics* 21 (1988), S. L209.
- [Woh+07] S. Wohlthat, F. Pauly, J. K. Viljas, J. C. Cuevas und G. Schön. „Ab Initio Study of Charge Transport through Single Oxygen Molecules in Atomic Aluminum Contacts“. In: *Physical Review B* 76 (2007), S. 075413.
- [Yan+08] I. K. Yanson, O. I. Shklyarevskii, J. M. van Ruitenbeek und S. Speller. „Aluminum Nanowires: Influence of Work Hardening on Conductance Histograms“. In: *Physical Review B* 77 (2008), S. 033411.
- [YvR97] A. I. Yanson und J. M. van Ruitenbeek. „Do Histograms Constitute a Proof for Conductance Quantization?“ In: *Physical Review Letters* 79 (1997), S. 2157.
- [ZCC97] N. M. Zimmerman, J. L. Cobb und A. F. Clark. „Modulation of the Charge of a Single-Electron Transistor by Distant Defects“. In: *Physical Review B* 56 (1997), S. 7675.
- [Zim+08] N. M. Zimmerman, W. H. Huber, B. Simonds, E. Hourdakis, A. Fujiwara u. a. „Why the Long-Term Charge Offset Drift in Si Single-Electron Tunneling Transistors Is Much Smaller (Better) than in Metal-Based Ones: Two-Level Fluctuator Stability“. In: *Journal of Applied Physics* 104 (2008), S. 033710.