Gibt es aus portfoliotheoretischer Sicht eine Liquiditätsfalle?

Nikolaus K.A. Läufer

4. August 2003

Zusammenfassung

In der Makroökonomik werden Liquiditätsfallen ohne Mikrofundierung als existent angenommen und die Japan-Krise hat Liquiditätsfallen zum aktuellen Diskussionsthema gemacht. Deshalb wird die Frage der Existenz von Liquiditätsfallen hier portfolio-theoretisch untersucht im Rahmen eines klassischen Mean-Variance-Ansatzes für zwei Assets (Geld und Wertpapiere). Vorausgesetzt wird eine stochastisch inflationäre Anlageumgebung ohne Geldillusion im Anlegerverhalten. Das Resultat ist negativ insofern als Liquiditätsfallen ausgeschlossen werden können, solange die erwartete Ertragssatzdifferenz der beiden Assets positiv zugunsten des Wertpapiers ausfällt (positiver nomineller Zinssatz auf Wertpapiere). Liquiditätsfallen sind ebenfalls ausgeschlossen, solange das Risiko der Ertragssatzdifferenz eine negative Rolle spielt, d.h. solange das Risiko größer null ist und solange gleichzeitig Risiko-Aversion besteht. Damit eine Liquiditätsfalle existiert muß entweder das Risiko überhaupt fehlen (Standardabweichung von null der Ertragsatzdifferenz) oder es darf keine Risikoaversion der Anleger geben.

Die in makroökonomischen Lehbüchern als Liquiditätsfalle bezeichnete Konstellation (flacher Verlauf der Geldnachfragefunktion und positiver nomineller Zinssatz grösser null) impliziert aus portfoliotheoretischer Sicht keine Liquiditätsfalle, sondern eine Wertpapierfalle.

JEL: E41, E10, E12, B22

Liquiditätsfalle, Geldnachfrage, Keynesianische Makro-Modelle, Mikrofundierung der Makroökonomik.

1 Einleitung

Die gegenwärtige Situation in der Weltwirtschaft, vor allem die ökonomische Entwicklung in Japan in den 90er Jahren des letzten Jahrhunderts, hat verschiedentlich dazu geführt, dass das alte Gespenst einer Liquiditätsfalle[1] in Erinnerung gerufen wurde. Krugman[2] mutmaßte, daß Japan in einer Liquiditätsfalle stecke und nur durch Weginflationierung der realen Geldbestände daraus wieder entkommen könne.

Solche Erklärungen und Aussagen setzen stillschweigend voraus, daß es Liquiditätsfallen geben kann. Wie ein Blick in makroökonomische Lehrbücher[3] zeigt, geht man dort in keynesianischen Modellen von der Existenz einer Liquiditätsfalle bei positiven Zinssätzen aus. Eine Liquiditätsfalle wird dabei definiert als eine Geldnachfrage, die bei fallendem Zinssatz, ab einem noch positiven Zinssatz (dem kritischen Niveau) unendlich elastisch wird. Diese Eigenschaft der Geldnachfrage verhindert, daß der gleichgewichtige Marktzinssatz unter dieses kritische Niveau absinken kann. Weitere stimulierende geldpolitische Maßnahmen, die zu einer Erhöhung der nominellen Geldmenge führen, haben dann keine Chance mehr, den Marktzinssatz weiter zu senken, und verpuffen ins Leere.

Die Liquiditätsfalle wird in der Literatur als Folge einer besonderen Eigenschaft der spekulativen Geldhaltung beschrieben. Die Portfolio-Theorie liefert die theoretische Grundlage für die spekulative Geldnachfrage. Wenn man die Existenz von Liquiditätsfallen überprüfen will, dann ist in erster Linie eine Neubetrachtung der Ergebnisse der Portfolio-Theorie erforderlich. In diesem kurzen Papier werden wir zu zeigen versuchen, daß, aus portfolio-theoretischer Sicht, begründete Zweifel an der Existenz von Liquiditätsfallen bestehen.

2 Definition und Arten von Liquiditätsfallen

2.1 Konkurrierende Definitionen

Eine Liste der wichtigsten Definitionen sieht wie folgt aus:

1. Unendliche Zinselastizität in allen Punkten der Geldnachfrage;
2. Unendlich große Geldnachfrage bei endlichen Zinssätzen;
3. Existenz einer institutionellen Untergrenze des Zinssatzes in Form eines positiven nominellen Zinssatzes, unter den dieser nicht fallen kann.
4. Nichtreaktion des nominellen Marktzinssatzes bei einer Erhöhung des Geldangebotes.

Die erste Definition bedarf einer näheren Erläuterung. Eine unendlich elastische Geldnachfragefunktion hat ab einem bestimmten Zinssatz im Zins-Geldmengen-Diagramm einen flachen oder horizontalen Verlauf. Es

[1]siehe J.M. Keynes (1936), S. 207.
[2]Siehe Krugman's Web-Seite.
[3]Siehe z.B. Dornbusch-Fischer (2001) , 8. Ed., S. 245, oder Sachs-Lorrain (1995), S. 477.

genügt also für eine Liquiditätsfalle nicht, daß die Geldnachfrage nur in einem Punkte vollständig elastisch ist.[4] Hier soll vielmehr, im Einklang mit der makroökonomischen Literatur, ein flacher Verlauf der Geldnachfragefunktion ab einem bestimmten Punkt vorliegen. Das heißt die Steigung der Geldnachfragefunktion soll ab diesem Punkt in allen Punkten null sein. Wir werden uns deshalb später nicht auf die Elastizitäten, sondern auf die Steigung der Geld-Nachfragefunktionen konzentrieren.

Die aufgelisteten Definitionen sind nicht äquivalent. Die erste Definition hat den Nachteil, daß sie Differenzierbarkeit der Geldnachfragefunktion voraussetzt und nur notwendige, aber keine hinreichenden Bedingungen nennt, unter denen die Nachfrage nach Geld unendlich groß werden kann. Die zweite Definition ist der ersten Definition vorzuziehen, weil sie mit der Vermeidung des Elastizitätsbegriffs weder Stetigkeit noch Differenzierbarkeit der Geldnachfragefunktion voraussetzt.

Die dritte Definition bezieht sich auf institutionelle Beschränkungen, die den Zinsmechanismus behindern. Die institutionellen Bedingungen erlauben nicht, daß der Zinssatz unter eine bestimmte Grenze sinkt. Die vierte Definition betrachtet die Wirkungen einer Geldmengenerweiterung auf den Marktzinssatz. Die vierte Definition ist die weiteste, sie setzt an den Effekten einer geldpolitischen Maßnahme an, während die anderen Definitionen strukturelle Elemente der Wirtschaft betrachten. Die dritte Definition ist unter Druck geraten, nachdem die Bank von Japan jüngst die Zinsen für Zentralbankgeld auf unter null gesetzt hat. Wir wählen die zweite Definition, weil dies unserer Absicht entgegenkommt, die Frage der Existenz einer Liquiditätsfalle aus portfolio-theoretischer Sicht zu behandeln. Dort, wo es möglich ist, verwenden wir zu Vergleichszwecken auch die erste Definition.

2.2 Aktive versus passive Liquiditätsfallen

Wir unterscheiden im Bereich der ersten und zweiten Definition im folgenden zwischen aktiven und passiven Liqudītätsfallen. Eine aktive Liquiditätsfalle liegt vor, wenn eine unendlich große Geldhaltung erforderlich ist, damit der Portfolio-Halter die für ihn beste Position (das Maximum der Nutzenerwartung) erreicht. Eine passive Liquiditätsfalle liegt dagegen dann vor, wenn die beste Position (das Maximum der Nutzenerwartung) eine unendlich große Geldhaltung zwar nicht erfordert, aber auch nicht ausschließt. Bei einer aktiven Liquiditätsfalle versucht der Portfolio-Halter seine Geldhaltung aktiv zu vermehren, weil sein Optimum im Unendlichen liegt. Bei einer passiven Liquiditätsfalle hat der Portfolio-Halter nichts dagegen, wenn seine Geldhaltung sich vermehrt. Er strebt diese Vermehrung aber nicht aktiv an, weil er sein Optimum auch mit jeder beliebigen endlichen Geldhaltung erreichen kann (Indifferenzlage).

[4] In einer linear fallenden Geldnachfragefunktion liegt solch ein einzelner Punkt unendlich elastischer Nachfrage bei einer Geldhaltung von Null.

3 Definition und Arten von Wertpapierfallen

Wenn wir nicht die Nachfrage nach Geld, sondern die Nachfrage nach Wertpapieren betrachten, dann können wir die ersten beiden Definitionen analog anwenden. Nach der ersten Definition liegt eine Wertpapierfalle dann vor, wenn die Wertpapiernachfrage ab einem Punkt unendlich zinselastisch ist. Nach der zweiten Definition sprechen wir dann von einer Wertpapierfalle, wenn die Nachfage nach Wertpapieren unendlich gross ist. Ferner kann man, analog zu den Liquiditätsfallen, zwischen aktiven und passiven Wertpapierfallen unterscheiden. Wir werden sehen, daß sich die Symmetrie der Definitionen für Liquiditäts- und Wertpapierfallen in einer Symmetrie der Existenz-Bedingungen niederschlägt.

4 Optimale Portfolio-Aufteilung bei Unsicherheit aller Ertragssätze

4.1 Voraussetzungen

Die Lehrbücher der Makroökonomik beziehen sich in der Regel auf Modelle, in denen zwei Anlageformen existieren: Geld, das keinen Ertrag abwirft, und Wertpapiere, die verzinslich sind. Diese von der Makroökonomik vorgenommene Beschränkung auf eine Zwei-Asset-Welt erleichtert die portfoliotheoretische Analyse der Geldhaltung enorm. Wir übernehmen sie.

Wir unterstellen ferner normalverteilte reale Ertragssätze, so daß wir den Erwartungsnutzen parametrisieren können: $U^e = f(\mu_r, \sigma_r^2)$. Der Erwartungsnutzen hängt positiv ab von μ_r und σ_r^2 beeinflusst ihn negativ, überhaupt nicht, oder positiv, je nachdem ob Risiko-Aversion, Risiko-Neutralität oder Risiko-Liebe der Anleger vorliegt.

Wir analysieren unterschiedliche Einstellungen zum Risiko. Für die Parameter der relativen Risiko-Einstellung unterstellen wir einen konstanten Verlauf, sodaß wir uns auf die Analyse eines Einheitsportfolios beschränken können.

4.2 Definition der Parameter

Der reale Ertragssatz auf Geld bzw. festverzinsliche Wertpapiere lautet $r_1^r = 0 - \pi$ bzw. $r_2^r = r_2^n - \pi$. r^r und r^n bezeichnen reale bzw. nominelle Ertragssätze. π ist die stochastische Inflationsrate. Die Erwartungswerte und die Varianzen der Ertragssätze lauten:

- **Geld**: $\mu_1 = E(r_1^r) = -\pi^e, \sigma_1^2 = \sigma_{r_1^r}^2 = \sigma_\pi^2$
- **verzinsliche Wertpapiere**: $\mu_2 = E(r_2^r) = E(r_2^n) - \pi^e, \sigma_2^2 = \sigma_{r_2^r}^2 = \sigma_{r_2^n}^2 + \sigma_\pi^2 - 2\sigma_{r_2^n,\pi}$.

Dabei steht π^e für die erwartete Inflationsrate.

Die Wahrscheinlichkeitsverteilung der *Differenz* der realen Ertragssätze, $r_1^r - r_2^r = -r_2^n$, hat folgende Parameter: $E(r_1^r - r_2^r) = (0 - \pi^e) - (E(r_2^n) - \pi^e) = -E(r_2^n)$, $\sigma^2_{r_1^r - r_2^r} = \sigma^2_{r_2^n}$ und $\sigma_{1,2} = \sigma_{r_1^r, r_2^r} = \sigma_\pi^2 - \sigma_{r_2^n,\pi}$.

Für den realen Ertragssatz eines Einheitsportfolios haben wir: $r^r = \alpha r_2^n - \pi$ mit den Parametern $\mu_r = \alpha(\mu_2 - \mu_1) - \pi^e = \alpha E(r_2^n) - \pi^e$ und $\sigma_r^2 = \alpha^2 \sigma^2_{r_1^r - r_2^r} - 2\alpha\sigma_{(r_1^r - r_2^r),\pi} + \sigma_\pi^2 = \alpha^2\sigma^2_{r_2^n} - 2\alpha\sigma_{r_2^n,\pi} + \sigma_\pi^2$. Darin ist α der Anteil verzinslicher Wertpapiere am Gesamtportfolio und $1 - \alpha$ ist der Anteil des Geldes.

4.3 Risiko-Aversion

Bei Risiko-Aversion hängt der Erwartungsnutzen $U^e = f(\underset{+}{\mu_r}, \underset{-}{\sigma_r^2})$ negativ vom Risikoparameter σ_r ab. Die Portfolio-Analyse liefert unter den gegebenen Voraussetzungen[5] folgende Formeln für die optimale Aufteilung des Vermögens:

Anteil verzinslicher Wertpapiere:

$$\begin{aligned}
\alpha^* &= \frac{\sigma_1^2 - \sigma_{1,2}}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\sigma_{1,2}} + \frac{\mu_2 - \mu_1}{q(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\sigma_{1,2})} && (1)\\
&= \frac{\sigma^2_{r_1^r} - \sigma_{r_1^r, r_2^r}}{\sigma^2_{r_1^r - r_2^r}} + \frac{E(r_2^r - r_1^r)}{q\sigma^2_{r_1^r - r_2^r}} && (2)\\
&= \underbrace{\frac{\sigma_{r_2^n,\pi}}{\sigma^2_{r_2^n}}}_{Minimum-Varianz-Komponente} + \underbrace{\frac{E(r_2^n)}{q\sigma^2_{r_2^n}}}_{spekulative\ Komponente}. && (3)
\end{aligned}$$

q ist der Parameter für die relative Risiko-Aversion und als solcher positiv.

Wenn die Inflationsrate π sicher ist, dann wird die Minimum-Varianz-Komponente, $\frac{\sigma_{r_2^n,\pi}}{\sigma^2_{r_2^n}}$, gleich null.

Anteil des Geldes:

$$1 - \alpha^*. \qquad (4)$$

Berücksichtigt man zusätzlich die Nebenbedingung, $-\infty \leq \alpha \leq 1$, d.h. die Vorschrift, daß im Asset "Geld" keine Verschuldung möglich ist, dann lauten die zugehörigen Beschreibungen der optimalen Anteile

[5] Solange wir jegliche Nichtnegativitätsbedingung der Anteile für Geld und verzinsliche Wertpapiere vernachlässigen, ist zugelassen, daß der Portfoliohalter sich unbeschränkt entweder in Geld oder in verzinslichen Wertpapieren verschulden kann und zwar zu "Zinssätzen", die den Anlageertragssätzen entsprechen. Auch für das Risiko der Ertragssätze wird bei Verschuldung und Anlage Symmetrie angenommen.

für festverzinsliche Wertpapiere:

$$Min(1, \alpha^*), \tag{5}$$

und für Geld:

$$Max(0, 1 - \alpha^*). \tag{6}$$

Wenn wir bei der Untersuchung der Bedingungen für das Vorliegen einer Liquiditätsfalle positive Geldhaltung voraussetzen, dann können wir bei Risiko-Aversion die Bedingung $-\infty \leq \alpha \leq 1$ vernachlässigen und uns auf die zuerst gebotene Beschreibung der optimalen Anteile beschränken.

4.4 Risiko-Neutralität

Bei Risiko-Neutralität spielen in der Funktion für den erwarteten Nutzen $U^e = f(\underset{+}{\mu_r})$ die Risikoparameter keine Rolle mehr. Scheidet man Verschuldung im Asset "Geld" aus[6], dann ist das maximierende α zu wählen unter der zuätzlichen Nebenbedingung $-\infty \leq \alpha \leq 1$. Je nachdem ob diese zusätzliche Nebenbedingung gilt oder nicht, lauten die optimalen Wertpapier-Anteile:

$$\alpha^* = \begin{Bmatrix} 1 \ (mit\ unbegrenzter\ Verschuldung\ in\ Geld:\ +\infty) \\ ? \\ -\infty \end{Bmatrix} \tag{7}$$

für

$$\mu_2 - \mu_1 = E(r_2^n) = \begin{Bmatrix} + \\ 0 \\ - \end{Bmatrix}. \tag{8}$$

4.5 Risiko-Liebe

Bei Risiko-Liebe hängt der Erwartungsnutzen $U^e = f(\underset{+}{\mu_r}, \underset{+}{\sigma_r^2})$ positiv vom Risikoparameter σ_r ab. Je nachdem ob die Nebenbedingung $-\infty \leq \alpha \leq 1$ gilt oder nicht, lauten die optimalen Wertpapier-Anteile[7]:

$$\alpha^* = \begin{Bmatrix} 1 \ (mit\ unbegrenzter\ Verschuldung\ in\ Geld:\ +\infty) \\ -\infty \\ -\infty \end{Bmatrix} \tag{10}$$

für

$$\mu_2 - \mu_1 = E(r_2^n) = \begin{Bmatrix} + \\ 0 \\ - \end{Bmatrix}. \tag{11}$$

[6] D.h. man schließt $(1 - \alpha) < 0$ aus.

[7] Man beachte: Sofern $\sigma_{r_2^n}^2 > 0$, gilt, unabhängig vom Vorzeichen von $\sigma_{r_2^n, \pi}$,

$$\lim_{\alpha \to -\infty} \sigma_r^2 = \infty. \tag{9}$$

5 Liquiditätsfallen

5.1 Risiko-Aversion

5.1.1 Erste Definition

Um die Existenz einer Liquiditätsfalle nach der *ersten Definition* zu überprüfen, fragen wir ob die Steigung der Nachfragefunktion ab einem bestimmten Punkt fortwährend (d.h. mengenunabhängig) null ist. Die Geldnachfragefunktion lautet:

$$M^d = (1 - \alpha^*)V. \tag{12}$$

Darin ist M^d die Geldnachfrage und V ist das gesamte Vermögen, das in Geld oder Wertpapieren (Zwei-Asset-Welt) angelegt wird.

Die Steigung der Geldnachfragefunktion[8] lautet:

$$\frac{\partial E(r_2^n)}{\partial M} = \frac{1}{\frac{\partial M}{\partial E(r_2^n)}}. \tag{13}$$

Die Steigung der Geldnachfragefunktion strebt mengenunabhängig gegen (minus) null, wenn die Ableitung der Geldnachfragefunktion nach $E(r_2^n)$, $\frac{\partial M}{E(r_2^n)} = -\frac{1}{q\sigma^2_{r_2^n}}V$, mengenunabhängig gegen (minus) unendlich geht. Letzteres ist der Fall, wenn die Varianz der Ertragssatzdifferenz, $\sigma^2_{r_2^n}$, gegen null geht, dh. wenn der nominelle Ertragssatz des Wertpapiers[9] sicher wird.

5.1.2 Zweite Definition

Bei Anwendung der *zweiten* Definition einer Liquiditätsfalle untersuchen wir die Frage, wann der optimale Anteil $1 - \alpha^*$ gegen (plus) unendlich geht.

Eine Fallunterscheidung bietet sich an.

1. Fall: $E(r_2^n) \neq 0$

Das α^* besteht aus zwei Komponenten, der Minimum-Varianz-Komponente und der spekulativen Komponente. Mit $\sigma_{r_2^n} \to 0$ können beide Komponenten gegen unendlich gehen. Die Minimum-Varianz-Komponente strebt dann allerdings langsamer gegen unendlich als die spekulative Komponente. Das liegt daran, daß der Zähler der Minimum-Varianz-Kompontente

[8] im Zins-Geldmengen-Diagramm.

[9] Der nominelle Ertragssatz eines verzinslichen Wertpapiers ist gleich dem nominellen Zinssatz des Wertpapiers plus der unsicheren relativen Kapitalwertänderung des Wertpapiers pro Zeiteinheit. In der Makroökonomik wird der Erwartungswert der Kapitalwertänderung gleich null gesetzt. Bei *fest*verzinslichen Wertpapieren bedeutet dies, daß der erwartete nominelle Ertragssatz gleich ist dem nominellen Zinssatz. Durch die Unsicherheit der Kapitalwertänderung wird der nominelle Ertragssatz auch festverzinslicher Wertpapiere zur stochastischen Größe.

wie der Nenner beider Komponenten gegen null strebt, während der Zähler der spekulativen Komponente konstant bleibt. Das Vorzeichen des nach Voraussetzung von null verschiedenen Zählers der spekulativen Komponente ist daher ausschlaggebend für das Konvergenzverhalten von α^* bei $\sigma_{r_2^n} \to 0$.

Die Bedingung $E(r_2^n) < 0$ ist, im gegebenen Fall, notwendig und hinreichend, dafür dass die spekulative Komponente gegen minus unendlich geht, wenn $\sigma_{r_2^n} \to 0$. Wegen der Dominanz der spekulativen Komponente im Konvergenzverhalten, ist diese Bedingung im vorliegenden Fall auch notwendig und hinreichend dafür, daß die Geldnachfrage gegen unendlich geht:

$$\lim_{\sigma_{r_2^n} \to 0} (1 - \alpha^*) \quad = \infty. \tag{14}$$

Eine sichere erwartete Ertragssatzdifferenz zugunsten des geldlichen Anlageobjektes[10] impliziert im vorliegenden Fall eine aktive Liquiditätsfalle, aktiv deshalb weil der Portfoliohalter den Wert $1 - \alpha^* = \infty$ in eigener Initiative realisieren muß, um das Nutzenmaximumum zu erreichen. Wir sprechen hingegen von einer passiven Liquiditätsfalle, wenn der Wert $1 - \alpha^* = \infty$ für das Nutzenmaximum zwar nicht erforderlich, durch das Nutzenmaximum aber auch nicht ausgeschlossen wird. Hier hat der Portfoliohalter nichts dagegen, wenn er in die Position unendlich großer Geldhaltung gestoßen wird. Es gibt allerdings keinen Anreiz dafür, diese Position aktiv aufzusuchen.

2. Fall: $E(r_2^n) = 0$

Hier entfällt die Dominanz der spekulativen Komponente. Ferner wird sich, bei $\sigma_{r_2^n} > 0$, durch Erhöhung des Parameters $1 - \alpha$ die Varianz des Portfolio-Ertragssatzes erhöhen, ohne dass sich der erwartete Ertragssatz des Portfolios verändert. Es besteht dann kein Nutzen-Anreiz, einen unendlich großen Wert von $1-\alpha$ zu wählen. Andererseits ist bei einem $\sigma_{r_2^n} = 0$ jeder Wert von $1-\alpha$ als optimale Lösung zulässig, insbesondere ein $1-\alpha \to \infty$ ist nicht auszuschließen. Wir haben dann eine passive Liquiditätsfalle vorliegen. Allerdings ist dann auch ein $+\alpha \to \infty$ zulässig. D.h. es existiert gleichzeitig eine passive Wertpapierfalle.

5.1.3 Ergebnisunterschiede nach Definitionen

Ein Vergleich der Ergebnisse für die erste und zweite Definition einer Liquiditätsfalle fördert folgendes zutage.

1. Nach der ersten Definition wird auch dort ($\sigma_{r_2^n} \to 0$ unter $E(r_2^n) > 0$) eine Liquiditätsfalle angezeigt, wo nach der zweiten Definition eher von einer Wertpapierfalle ($\alpha^* \to \infty$) die Rede sein sollte. Das liegt daran, daß die erste Definition keine Rücksicht auf $E(r_2^n)$ nimmt.

[10] Bei einem sicheren nominellen Ertragssatz auf Geld von null, bedeutet diese Voraussetzung (für eine Liquiditätsfalle): ein sicherer negativer nomineller Ertragssatz auf das nichtgeldliche Asset.

2. Die erste Definition zeigt auch dort ($\sigma_{r_2^n} \to 0$ unter $E(r_2^n) = 0$) eine Liquiditätsfalle an, wo nach der zweiten Definition kein nutzenmäßiger Anreiz besteht, entweder die Geldhaltung oder die Wertpapierhaltung auf einen unendlichen Wert zu treiben. Auch dies liegt an der Vernachlässigung von $E(r_2^n)$ in der ersten Definition.

3. Die erste Definition zeigt nicht nur aktive, sondern auch passive Liquiditätsfallen an. Die zweite Definition zeigt dagegen nur aktive Liquiditätsfallen an.

4. Die Konstellation (flacher Verlauf der Geldnachfragefunktion und positiver nomineller Zinssatz), die in Makro-Lehrbüchern als Liquiditätsfalle beschrieben wird, ist aus portfoliotheoretischer Sicht die Konstellation einer Wertpapierfalle ($\alpha^* \to \infty$).

5.2 Risiko-Neutralität und Risiko-Vorliebe

Bei Risiko-Neutralität (Risiko-Vorliebe) haben wir eine stetige, aber keine differenzierbare (eine weder stetige, noch differenzierbare) Geldnachfragefunktion. Die erste Definition der Liquiditätsfalle ist also nicht anwendbar. Die Geldnachfrage kann aber gegebenenfalls unbegrenzt sein, eine Situation, die wir nach der zweiten Definition als Vorliegen einer Liquiditätsfalle interpretieren. Wir stellen daher die Frage, unter welchen Voraussetzungen $1 - \alpha*$ gegen $+\infty$ strebt. Die Antwort lautet: Ein positiver Wert für $\mu_2 - \mu_1 = E(r_2^n)$ schließt jede Art von Liquiditätsfalle aus. Er impliziert eine aktive Wertpapierfalle ($\alpha* \to \infty$). Ein negativer Wert für $\mu_2 - \mu_1 = E(r_2^n)$ schließt jede Art von Wertpapierfalle aus. Er impliziert eine aktive Liquiditätsfalle.

Bei $\mu_2 - \mu_1 = E(r_2^n) = 0$ ist α^* nicht eindeutig festgelegt. Es ist nach Risiko-Einstellung zu differenzieren. Bei Risiko-Neutralität ist für $-\alpha^*$ jeder beliebige Wert, sogar $-\infty$ und $+\infty$ zulässig. Wir haben dann gleichzeitig eine passive Liquiditätsfalle und eine passive Wertpapierfalle vorliegen. Bei Risiko-Vorliebe gilt das gleiche, es sei denn die Ertragssatzdifferenz (r_2^n) ist unsicher ($\sigma_2 > 0$). Denn bei Risiko-Vorliebe und unsicheren Zinssätzen sind $+\infty$ und $-\infty$ und nur diese Werte nutzenmaximierend. Es liegt dann gleichzeitig eine aktive Liquiditätsfalle und eine aktive Wertpapierfalle vor.

6 Wertpapierfallen

Die Bedingungen für Wertpapierfallen sind symmetrisch zu denen für Liquiditätsfallen. Wenn das Vorzeichen von $E(r_2^n)$ umgekehrt wird, entsteht aus einer Liquiditätsfalle eine Wertpapierfalle. Der Charakter der Falle, ob aktiv oder passiv, ändert sich nicht durch die Vorzeichenumkehr. Man beachte, daß die Vorzeichenumkehr beim Wert $E(r_2^n) = 0$ keine Änderung bedeutet. Daher kommen Liquiditäts- und Wertpapierfallen gleichzeitig, d.h. zusammen bei gleicher Konstellation, vor.

Tabelle 1: **Parameterkonstellationen für Liquiditäts- und Wertpapierfallen**

	Risiko-Aversion		Risiko-Neutralität		Risiko-Liebe	
$\mu_2 - \mu_1$	$\sigma_{r_1^r - r_2^r} = 0$	$\sigma_{r_1^r - r_2^r} > 0$	$\sigma_{r_1^r - r_2^r} = 0$	$\sigma_{r_1^r - r_2^r} > 0$	$\sigma_{r_1^r - r_2^r} = 0$	$\sigma_{r_1^r - r_2^r} > 0$
+	W^a		W^a	W^a	W^a	W^a
0	L^p, W^p		L^p, W^p	L^p, W^p	L^p, W^p	L^a, W^a
-	L^a		L^a	L^a	L^a	L^a

Legende: L^a, L^p= Indikator für aktive bzw. passive Liquiditätsfalle;
W^a, W^p = Indikator für aktive bzw. passive Wertpapierfalle;
("Fallen" im Sinne der zweiten Definition. Bei Risiko-Aversion und der Konstellation $\sigma_{r_1^r - r_2^r} = 0$ und $\mu_2 - \mu_1 = 0$ kann auch die erste Definition angewandt werden.)

$\mu_2 - \mu_1 = E(r_2^n)$; $\sigma_{r_1^r - r_2^r} = \sigma_{r_2^n}$.

Wie die Tabelle deutlich macht, sind wegen der herrschenden Symmetrie Wertpapierfallen[11] das Spiegelbild von Liquiditätsfallen[12] und umgekehrt. Die Spiegelachse verläuft horizontal durch den Wert $\mu_2 - \mu_1 = E(r_2^n) = 0$.

7 Ergebnis

Die Ergebnisse unserer Analyse werden in der Tabelle übersichtlich dargestellt.

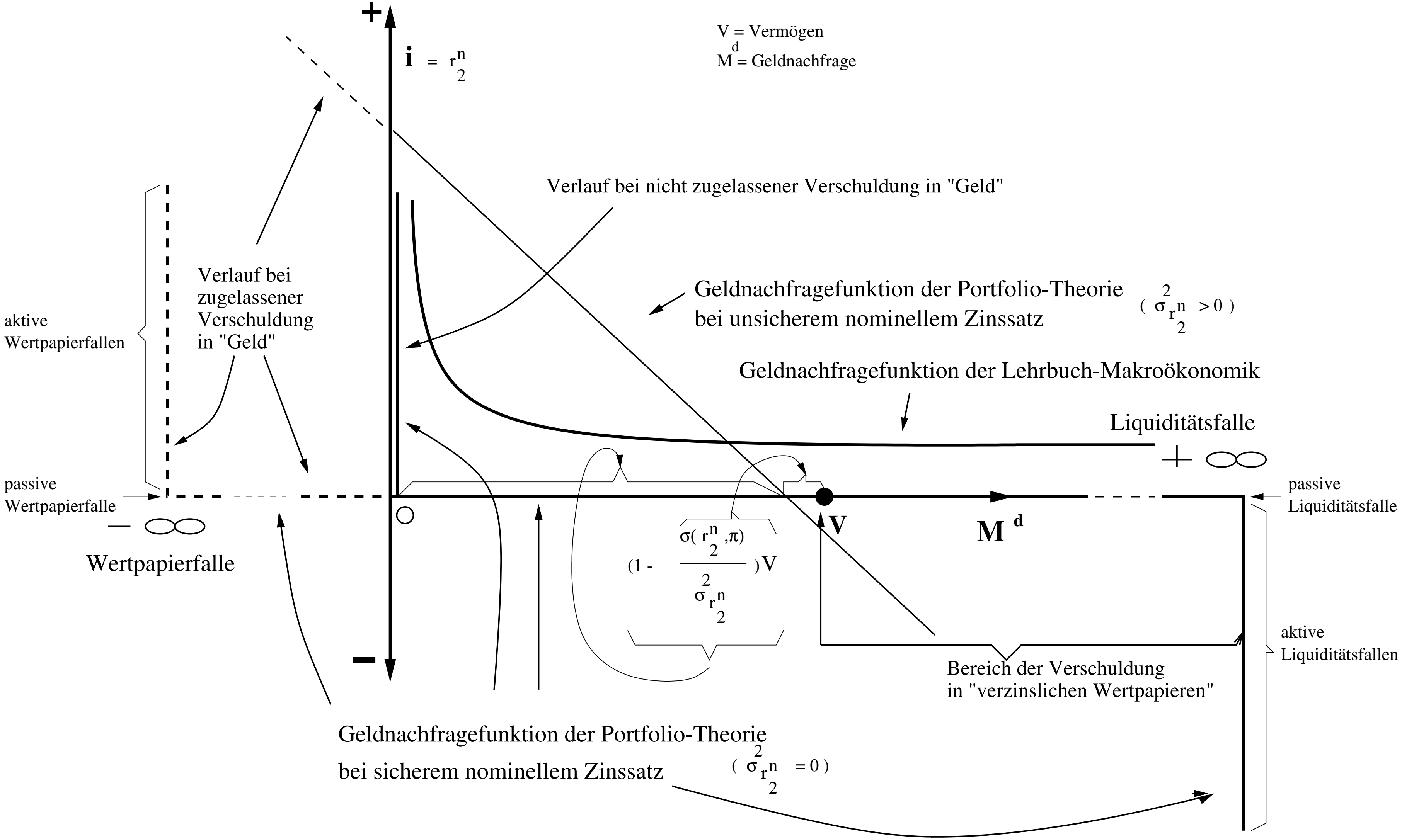
Wenn die reale Ertragssatzerwartung für das nichtgeldliche Asset (μ_2) gegenüber der realen Ertragsatzerwartung für Geld (μ_1) eine positive Differenz ($\mu_2 - \mu_1 > 0$) aufweist, kann es keine Liquiditätsfalle geben. Unter Risiko-Neutralität und Risiko-Liebe impliziert jede negative Differenz dieser Art ($\mu_2 - \mu_1 < 0$) die Existenz einer aktiven Liquiditätsfalle. Unter Risiko-Aversion muß die negative Ertragssatz-Differenz ($r_2^r - r_1^r$) für eine aktive Liquiditätsfalle außerdem sicher sein. Bei einer nullwertigen Differenz der erwarteteten Ertragssätze ($\mu_2 - \mu_1 = 0$) kann man eine aktive Liquiditätsfalle nur bei Risiko-Liebe erwarten. Allerdings gibt es dann passive Liquiditätsfallen, wenn die Ertragssatzdifferenz von null sicher ist ($\sigma^2_{r_2^n} = 0$) oder Risiko-Neutralität vorliegt.

Diese Resultate zeigen deutlich, daß das Risiko der Ertragssatzdifferenz für den Anleger keine *negative* Rolle spielen darf, wenn eine Liquiditätsfalle zustandekommen soll. Eine Liquiditätsfalle kann also nur entstehen, wenn der Anleger zum Risiko der Ertragssatzdifferenz entweder positiv eingestellt ist (Risiko-Liebe) oder wenn das Risiko überhaupt keine Rolle spielt,

[11]Siehe obere Hälfte der Tabelle.
[12]Siehe untere Hälfte der Tabelle.

Geldnachfragefunktionen bei Risikoaversion

Alternative Verläufe und Konzepte



sei es durch Einstellung des Anlegers (Risiko-Neutralität) oder nach Einschätzung des Risikos für die Ertragssatzdifferenz durch den Anleger.

Unter der Voraussetzung eines nominellen Ertragssatzes von null für Geld lautet das Haupt-Ergebnis: Im Bereich positiver nomineller Ertragssätze auf das nichtgeldliche Asset (verzinsliche Wertpapier) kann es aus portfoliotheoretischer Sicht weder eine aktive noch eine passive Liquiditätsfalle geben.

Die makroökonomische Literatur, in der im Zwei-Asset-Modell bei einem positiven nominellen Zinssatz[13] eine Liquiditätsfalle postuliert wird, steht im Widerspruch zu diesem Ergebnis. Damit eine Liquiditätsfalle im Einklang mit der Portfolio-Theorie angenommen werden kann, darf der Zinssatz auf nichtgeldliche Wertpapiere nicht positiv sein. Diese Bedingung ist zwar notwendig, aber im allgemeinen noch nicht hinreichend. Es ist zusätzlich erforderlich, daß das Risiko bei der Anlageentscheidung keine negative Rolle spielt. Letzteres kann der Fall sein, weil Risiko-Liebe besteht oder Risiko-Neutralität der Anleger vorliegt oder aber weil, nach Einschätzung der Anleger, beim nominellen Ertragssatz auf die nichtgeldliche Anlage[14] gar kein Risiko besteht.

Aus portfoliotheoretischer Sicht und bei angenommener *Risiko-Aversion* der Anleger gilt folgendes:

1. Die Konstellation, die in Makro-Lehrbüchern als Liquiditätsfalle beschrieben wird, (flacher Verlauf der Geldnachfragefunktion bei positivem nominellem Zinssatz, d.h. ein sicherer positiver nomineller Zinssatz[15]), ist eine Konstellation unbegrenzter *Wertpapier*nachfrage, also eine aktive *Wertpapier*falle. Für eine aktive Liquiditätsfalle im Sinne unbegrenzter Geldnachfrage, müsste ein sicherer negativer nomineller Zinssatz vorliegen.

2. Die Geldnachfragefunktion kann nur auf der Geldmengenachse (x-Achse)[16], dh. nur auf der Höhe eines nominellen Zinssatzes von null, wirklich flach oder horizontal verlaufen. Denn bei einem sicheren nominellen Zinssatz von null (auf nichtgeldliche Wertpapiere) ist jede positive Geldmenge optimal. Eine unendliche Geldhaltung ist dabei weder ausgeschlossen, noch erforderlich (passive Liquiditätsfalle).

3. Bei einem sicheren negativen nominellen Zinssatz kann hingegen kein endlicher Geldmengenwert optimal sein, die Geldnachfrage ist dann notwendigerweise unendlich gross (aktive Liquiditätsfalle).

[13]Bei einer angenommenen sicheren nominellen Verzinsung des Geldes von null repräsentiert ein positiver nomineller Zinssatz eine reale Ertragssatzdifferenz zugunsten des verzinslichen Wertpapiers. Siehe Fußnote 9.

[14]Es wird bei dieser Formulierung wie schon zuvor angenommen, daß der nominelle Ertragssatz auf Geld gleich null ist.

[15]Bei unsicherem nominellem Zinssatz und Risiko-Aversion ist aus portfoliotheoretischer Sicht kein flacher Verlauf der Geldnachfragefunktion möglich.

[16]Siehe die Graphik zur Geldnachfragefunktion.

Wertpapierfallen existieren symmetrisch zu den Liquiditätsfallen. Die beiden Fallen unterscheiden sich nur durch das Vorzeichen für die erwartete Ertragssatzdifferenz (nomineller Zinssatz). Weil bei einer Differenz von null sowohl ein positives als auch ein negatives Vorzeichen zulässig ist, treten Liquiditäts- und Wertpapierfallen bei dieser Konstellation gleichzeitig auf.

A Graphischer Anhang

A.1 Erläuterungen zur Graphik im Anhang

Die Grafik behandelt den Fall, in dem das erste Asset (Geld) einen sicheren erwarteten realen Ertragssatz von null besitzt ($\mu_1 = 0$). Die Sicherheit dieses Ertragssatzes wird durch den Wert $\sigma_1 = 0$ ausgedrückt. Für das zweite Asset (festverzinsliche Wertpapiere) wird annahmegemäß ein negativer realer Ertragssatz erwartet ($\mu_2 < 0$). Die Ertragssatzerwartung für das festverzinsiche Wertpapier ist annahmegemäß unsicher, d.h. $\sigma_2 > 0$.

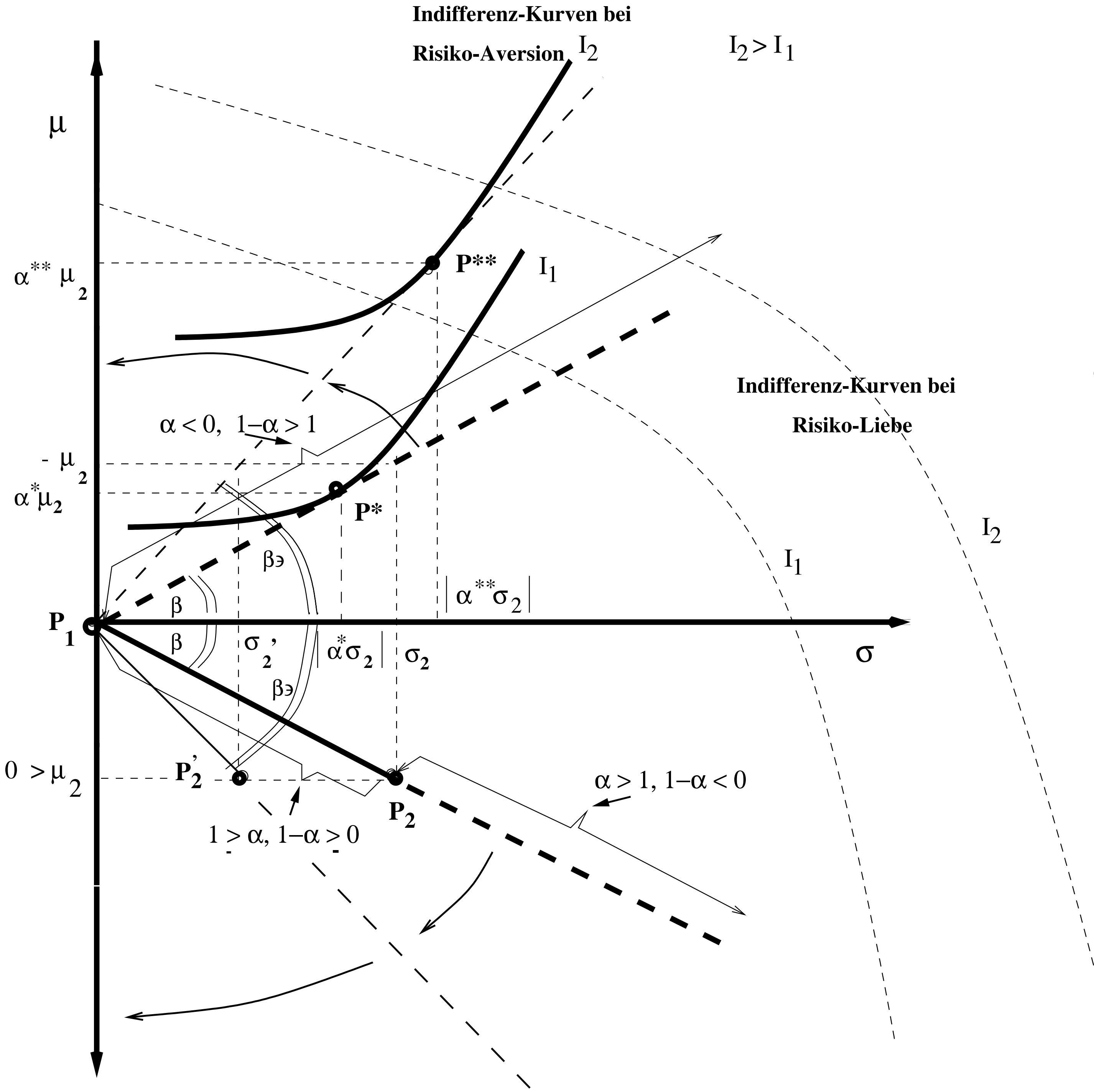
Die Grafik enthält zwei Bilanzgeraden. Eine einzelne Bilanzgerade besteht aus zwei symmetrischen Streckenzügen, die sich an der σ-Achse spiegeln. Die gestrichelten Teile einer Bilanzgeraden repräsentieren Portfolio-Aufteilungen, bei denen mehr als das vorhandene Vermögen in eines der beiden Assets investiert wird. Der entsprechende Portfolio-Anteil ist dann größer als 1. Wenn die Investition in ein Asset das Vermögen übersteigt, werden die fehlenden Mittel durch Verschuldung im anderen Asset beschafft. Verschuldung wird durch negative Portfolio-Anteile angezeigt. Die Punkte auf dem durchgezogenen Teil einer Bilanzgeraden repräsentieren Portfolio-Aufteilungen des Vermögens ohne Verschuldung.

P^* ist der Punkt der optimalen Aufteilung des Vermögens im Falle der fett gezeichneten Bilanz-Geraden. Hier wird optimalerweise mehr als das Vermögen in die Geldhaltung investiert ($1-\alpha^* > 1$), während man sich im im festverzinslichen Wertpapier verschuldet ($\alpha^* < 0$).

Verringert man nur σ_2, also nur den Parameter der Unsicherheit des Ertragssatzes des festverzinslichen Wertpapieres, auf den Wert $\sigma_2^{'} < \sigma_2$, dann verlagert sich das Optimum vom Punkt P^* zum Punkt P^{**}. Das optimale $1-\alpha^*$ steigt an auf den Wert $1-\alpha^{**} > 1-\alpha^*$. D.h. die optimale Geldhaltung nimmt zu. Läßt man schließlich σ_2 gegen null gehen, dann strebt der Optimalwert von $1-\alpha$, über $1-\alpha^{**}$ hinaus, gegen unendlich.

Was ändert sich, wenn wir den Fall mit unsicheren Ertragssätzen für beide Assets behandeln? Im wesentlichen zwei Dinge. Erstens wird Punkt P_1 nicht mehr im Ursprung liegen, sondern rechts vom Ursprung und je nach erwarteter Inflationsrate über oder unter der σ-Achse liegen. Zweitens wird die Bilanzgerade die Form eines gleichseitigen Hyperbelzweiges annehmen. Das prinzipielle Ergebnis über das Konvergenz-Verhalten von α^* bei $\sigma^2_{r_2^n} \to 0$ bleibt jedoch erhalten.

A.2 $\mu - \sigma$–Diagramm



Literatur

[1] Dornbusch, R., S. Fischer, R. Startz, Macroecnomics, 8. Ed., McGraw-Hill, Irwin, N.Y., 2001.

[2] Keynes, J.M., General Theory of Employment, Interest and Money, New York, Macmillan 1936.

[3] Krugman, P., Japan's Trap, http://web.mit.edu/Krugman/www/jpage.html

[4] -, Further Note on Japan's Liquidity Trap, http://web.mit.edu/Krugman/www/jpage.html

[5] Sachs, J. und F. Larrain, Makroökonomik (In globaler Sicht), Wien 1995.