

## LOKALE SERIELLE ABHÄNGIGKEIT IN ITEM-BUNDLES

*Kempf, Wilhelm (Konstanz)*

Zwei Modellannahmen sind grundlegend für das binäre Rasch-Modell (RM): lokale stochastische Unabhängigkeit (LSU) der Antwortvariablen  $x_{vj}$  und Suffizienz des Summenscores. Während letztere Annahme ein technisches Erfordernis für die Parameterschät-

zung darstellt, bedeutet die LSU eine wesentliche Einschränkung des Anwendungsbereiches des Modells. Versuche zur Überwindung dieser Einschränkung führten zur Entwicklung des Dynamischen Testmodells (DTM), dessen Anwendung jedoch lange Zeit an numerischen Schwierigkeiten scheiterte, die erst nach einer Neuformulierung der Modellstruktur (Kempf, in press) gelöst werden konnten.

$$(1) \text{ Prob}(x_{v_i}=1|r) = \{\exp(\theta_v - \delta_i) + \exp(\Phi_r - \delta_i)\} / \{1 + \exp(\theta_v - \delta_i)\}.$$

Grundlegend für das DTM ist das Konzept der lokalen seriellen Abhängigkeit (LSA), wonach die Lösungswahrscheinlichkeit eines Items  $i$  von der Anzahl  $r$  der zuvor gelösten Aufgaben abhängt. Ein anderer Weg zur Abschwächung der LSU geht auf Andrich (1985) zurück und besteht in der Anwendung des polytomen Rasch-Modells (PRM)

$$(2) \text{ Prob}(y_{v_t}=y) = \exp(\theta_v - \delta_t y) / \left\{ \sum_{s=0}^k \exp(\theta_v - \delta_t s) \right\}$$

auf die Scores in sog. "Item-Bundles": Gruppen von  $k$  Items, zwischen welchen LSU besteht, während die Antworten innerhalb eines Bundles voneinander abhängig sein können. Andrich hat drei Modelle untersucht, die alle zu Spezialfällen des PRM für ordinale Daten mit  $\theta_{vy} = y\theta_v$  führen: 1. Das Binomialmodell (konstante Itemschwierigkeiten und LSU innerhalb der Itembundles). 2. Das RM (variable Itemschwierigkeiten und LSU innerhalb der Itembundles). 3. Ein Modell mit konstanten Itemschwierigkeiten und lokaler Abhängigkeit innerhalb der Item-Bundles.

Anders als im DTM wird diese Abhängigkeit hier jedoch nicht über bedingte Lösungswahrscheinlichkeiten beschrieben, sondern über die Schwellenwahrscheinlichkeiten

$$(3) \text{ Prob}(y_{v_t}=y | y_{t-1} \leq y_{v_t} \leq y) = \exp(\theta_v - \delta_t + c_y + \Phi_y) / \{1 + \exp(\theta_v - \delta_t + c_y + \Phi_y)\},$$

worin  $c_y = \ln\{(k-y+1)/y\}$  (Kempf, 1991). Die Formulierung eines allgemeinen Modells mit lokaler Abhängigkeit bei variablen Itemschwierigkeiten ist innerhalb dieses Ansatzes nicht möglich, da es zu einer Überparametrisierung des PRM für ordinale Daten führt und die Modellparameter dann nicht identifizierbar sind. Soll beides gleichzeitig beschrieben werden - variable Itemschwierigkeiten und lokale Abhängigkeit - so führt die Anwendung des DTM auf die bedingten Lösungswahrscheinlichkeiten jedoch ebenfalls zur Geltung des PRM für die Scorewahrscheinlichkeiten der Bundle-Scores. Anders als die von Andrich diskutierten Modellvarianten führt das DTM jedoch nicht zu einer Variante des PRM für ordinale Daten, sondern zu einem PRM mit den Personenparametern

$$(4) \theta_{vy} = \sum_{r=0}^{y-1} \ln\{\exp(\theta_v) + \exp(\Phi_r)\}.$$