Steffen Bogen*

Diagramm, Experiment und die Anschaulichkeit von Theorie: zur Schematisierung der Bewegung bei Galileo Galilei

<https://doi.org/10.1515/mial-2017-0025>

Abstract: How and where do relationships arise that can be rendered diagrammatically? Do they emerge through the process of human reasoning or through the act of drawing on surface? Or do they unfold in the dynamic processes at play in observable reality? The following article argues that the latter is the case, making recourse to the philosophy of Charles Sanders Peirce. As a case study, it explores Galileo Galilei's investigation of free-fall motion and examines both printed texts and manuscripts in order to understand how Galilei arrived at his conclusions. While the published diagrams present his results in graphic traditions that date back to the 14th century, Galilei's handwritten sketches and notes demonstrate the difficult process of hypothesis formation. In these documents we can observe Galilei grappling with adapting the forms of older diagrammatical notation to his experiments. Through close observation of the phenomena in front of him, Galileo tries to comprehend clearly which parameters of motion can be measured and correlated on the inclined plane.

Keywords: Galileo Galilei, Nicole Oresmes, scientific revolution, hypothesis formation, measuring

„Wir fangen einen durch die Luft fliegenden Ball.“¹ Mit diesem so überraschenden wie wichtigen Satz beginnt Sybille KRÄMERS Buch über Diagrammatologie. In der Eigenständigkeit des Zugriffs und in der Dichte des Arguments ragt es über viele Einzelbeiträge und Zusammenfassungen der letzten Jahre hinaus. Unter der Überschrift ‚Spielfelder des Denkens und Erkennens‘ zeigt bereits ihre Einleitung auf,

1 Sybille Krämer, *Figuration, Anschauung, Erkenntnis. Grundlagen einer Diagrammatologie*. Berlin 2016, S. 11.

*Kontakt: Prof. Dr. Steffen Bogen, Professor mit Schwerpunkt Lehre, Universität Konstanz, Kunstwissenschaft, Fach 152, 78457 Konstanz, E-Mail: steffen.bogen@uni-konstanz.de

dass Diagramme nicht nur um das Problem der Figuration und Anschauung kreisen, sondern auch um das Problem von Feld und Zugriff. Diese Idee steht am Anfang eines Gedankenflugs, der an einer bestimmten, noch zu markierenden Stelle abbrechen wird.

Das Fangen des Balls wird als geistig-körperliche Tätigkeit im Materialitätskontinuum der Welt beschrieben, „innerhalb von dem, was raum-zeitlich situiert, also wahrnehmbar und berührbar ist.“² Zu dieser Welt stehen die Diagramme nach KRÄMER in einem paradoxen Verhältnis. Sie sind zutiefst von ihrem materiellen Hier und Jetzt geprägt, versuchen damit aber in gewisser Weise ‚geistige Bälle‘ zu fangen. Da das Geistige zwar an den menschlichen Körper gebunden, aber an sich unkörperlich ist (zumindest nach Definitionen, denen die Autorin folgt), muss es im Diagramm neu materialisiert werden. Das wird als „paradoxe Kunstgriff“ bezeichnet, in dem „abstrakte Entitäten körperliche Surrogate“ bekommen.³

Mit der Dualität von Geist und Körper, Abstraktem und Materiellem entsteht eine Klippe. Vom harten Boden der Tatsachen aus betrachtet, stellt sich die Frage, warum das Fangen des Balles überhaupt *auch* eine geistige Tätigkeit sein soll. Aus den Höhen der Theorie betrachtet, entsteht das umgekehrte Problem: Warum hat das körperliche Hantieren mit Diagrammen überhaupt etwas Geistiges an sich? Die Lösung, die KRÄMER anbietet, beruht auf einem Zugeständnis: Geist kann im Sinn des ‚embodied, extended oder embedded mind‘ den biologischen Körper überschreiten und sich im Umgang mit symbolischen Artefakten manifestieren. Wenn Bälle geworfen, getreten, gefangen oder gestoppt werden, bleibt der Geist an die Körper der Spieler gebunden. Die konkreten Bälle sind von ihm nicht betroffen. Anders wenn Spielfelder abgesteckt oder Angriff und Verteidigung auf einer Taktiktafel durchgespielt werden.⁴ Hier soll sich der menschliche Geist in der Begrenzung und Zentrierung des Feldes auslagern können. Dennoch entsteht auch hier nach KRÄMER eine unüberbrückbare Kluft zwischen dem, was als Materie ‚nur‘ raum-zeitlich situiert bleibt, und den Linien, die geistig werden können. Der Ball fliegt weiter durch die finstere Nacht.

2 Krämer (Anm. 1), S. 11.

3 Ebd. Zu einer Fundamentalkritik dieser Prämisse vgl. bereits Helmut Pape, *Die Unsichtbarkeit der Welt. Eine visuelle Kritik neuzeitlicher Ontologie*. Frankfurt am Main 1997.

4 Zur Affinität von Diagramm und Spielfeld vgl. Steffen Bogen, *Das Diagramm als Spiel. Semiotische Entdeckungen im Spielebuch von Alfons dem Weisen (1283 n.Chr.) mit einigen Beobachtungen zu Gudea als Architekt (2000 v.Chr.)*. In: Eckart Conrad Lutz, Vera Jerjen u. Christine Putzo (Hgg.), *Diagramm und Text. Diagrammatische Strukturen und die Dynamisierung von Wissen und Erfahrung*. Wiesbaden 2014, S. 385–412.

Abb. 1: Datenbild zur Flugbahn eines Fußballs: (<http://www.weltderphysik.de/gebiet/leben/fussball/rolle-des-luftwiderstands/>) (Zugriff: 20.2.2017), bei Krämer (Anm. 1), Abb. 13, S. 44.

KRÄMERS Sammlung von „Allerweltsdiagrammen“, zu der auch „Irrtumbilder“, „Fehldiagramme“ und „unmögliche Objekte“ gehören, soll deshalb nicht nur die Reichweite, sondern die Grenzen des Diagrammatischen aufzeigen. In einem Beispiel taucht auch der Fußball wieder auf (Abb. 1).⁵ Wenn seine Flugbahn als „Datenbild“ berechnet wird, so argumentiert KRÄMER, sei das keineswegs mit einem hochauflösenden Film zu verwechseln. In der Visualisierung seien errechnete „Unterflächen“ verborgen, die das Anschauliche mit dem Unanschaulichen verbinden. Das Datenbild verdanke sich „glücklich“ (ebd.) gewählten Rechenverfahren und Parametern.

Doch was meint Glück an dieser Stelle? Könnte Keplers zweites Gesetz, nach dem Planeten auf ihren elliptischen Umlaufbahnen in gleichen Zeiten immer gleiche Flächen bezüglich des Brennpunkts überstreichen, umformuliert und mit Glück noch einmal ganz neu erfunden werden (Abb. 2)?⁶ An dieser Stelle möchte ich abzweigen und zu einer eigenen Fallstudie übergehen. Ich möchte beim Ball und seiner Flugkurve bleiben, jedoch betonen, dass bereits die Flugbahn eines Balles, gerade weil sie kontingente Parameter beinhaltet und doch beobachtbar bleibt, als etwas Verallgemeinerbares und daher Geistiges erachtet werden sollte. Theorien werden aus der Anschauung von Abläufen gewonnen, die herbeigeführt und deren Ergebnisse miteinander verglichen werden.⁷

⁵ Vgl. Krämer (Anm. 1), S. 44.

⁶ Vgl. Richard Feynman, Vorlesungen über Physik. Bd. 1: Mechanik, Strahlung, Wärme. 4. durchgesehene Auflage. München 2001, S. 103.

⁷ Vgl. allgemein: Charles Sanders Peirce, Naturordnung und Zeichenprozeß. Schriften über Semiotik und Naturphilosophie, hrsg. u. eingel. von Helmut Pape mit einem Vorwort von Ilya Prigogine. Frankfurt am Main 1991, z.B. S. 292–315 („Was ist ein Naturgesetz“). Mein erster

Fig. 7-1. Eine Ellipse.

Fig. 7-2. Keplers Flächensatz.

Abb. 2: Diagramme zum ersten und zweiten Keplerschen Gesetz, aus: Richard Feynman, Vorlesungen über Physik. Bd. 1: Mechanik, Strahlung, Wärme. 4. durchgeseh. Auflage, München 2001, S. 103.

Das zeigt sich nicht zuletzt in der historischen Genese von Konzepten, mit denen sich beschleunigte Bewegungen in Abhängigkeit von der Zeit messen und darstellen ließen. Sybille KRÄMER streift dieses Problem am Beispiel von Descartes, ohne die Fallstudie historisch und systematisch zu vertiefen.⁸ Ich werde im Folgenden eine genauere Analyse am Beispiel von Galileo Galilei versuchen. Er hat sich bekanntlich intensiv mit dem Problem fallender Körper auseinandergesetzt und dabei zahlreiche Diagramme und Aufzeichnungen hinterlassen. Der Fall ist wissenschaftshistorisch bereits mehrfach aufgearbeitet worden,⁹ hat jedoch in der bildwissenschaftlichen Diskussion – auch in Horst BREDEKAMPS Buch, das sich mit Galileo Galilei als Künstler befasst – keinen Niederschlag gefunden.¹⁰ Für eine Theorie des Diagrammgebrauchs interessieren zwei Aspekte, die miteinander verschränkt sind:

Versuch zur Diagrammatik eines archaischen Instruments der Zeitmessung in: Steffen Bogen, Schattenriss und Sonnenuhr. Überlegungen zu einer kunsthistorischen Diagrammatik. In: Zeitschrift für Kunstgeschichte 68/2 (2005), S. 153–176.

⁸ Krämer (Anm. 1), S. 193–197 („Die Lösung physikalischer Probleme durch geometrische Figuration. Das Beispiel des fallenden Körpers aus den ‚Cogitationes Privatae‘“). Ausführlicher bereits: Peter Damerow u.a. (Hgg.), *Exploring the Limits of Preclassical Mechanics. A Study of Conceptual Development in Early Modern Science. Free Fall and Compounded Motion in the Work of Descartes, Galileo, and Beekman*. New York u.a. 1992.

⁹ Vgl. Alexandre Koyré, *Galileo Studies*. Hassocks, Sussex 1978 (engl. Übers. von *Etudes Galiléennes*, 1939); Stillman Drake, *Galileo at Work. His Scientific Biography*. Chicago 1978, bes. S. 91–116; Damerow u.a. (Anm. 8), bes. S. 126–263: „Proofs and Paradoxes: Free Fall and Projectile Motion in Galileo’s Physics“.

¹⁰ Horst Bredekamp, *Galilei, der Künstler. Der Mond, die Sonne, die Hand*. Berlin 2007.

1. Welche älteren Diagramme sind in den Schematisierungsversuchen Galileis enthalten?
2. Wie versucht Galilei den Aufbau und die Auswertung von Experimenten in die Schematisierung zu integrieren?

Schematisierung von Bewegungen und das Merton-Theorem

Das Grundproblem von Galilei besteht in gewisser Weise darin, neue Experimente in alte Figuren ‚hineinzusehen‘. Die Veränderungen seiner Konzepte sind recht akribisch nachgezeichnet worden, auch wenn die Übergänge zum Teil kontrovers diskutiert und unterschiedlich bewertet werden.¹¹

In einem Brief, der auf den 16.10.1604 datiert, teilt Galilei dem venezianischen Papstkritiker Paolo Sarpi seine Hoffnung mit, bald ein unzweifelhaft richtiges Prinzip vorlegen zu können, das das Phänomen der Bewegung und des freien Falls erklären könne.¹² Er sei inzwischen überzeugt, dass sich die Strecke, die ein Körper im Raum fällt, proportional zum Quadrat der Falldauer verhalte. Wenn der Körper in einer Zeiteinheit eine Längeneinheit fällt, dann fällt er in zwei Zeiteinheiten vier, in drei Zeiteinheiten neun usw. Teile man die Strecke in einzelne Etappen, die eine gleiche Dauer haben, verhalte sich die Länge der Etappen wie die aufsteigende Reihe ungerader Zahlen 1, 3, 5, 7 usw.

Es ist noch immer unklar, wie Galilei zu dieser Einsicht gelangen konnte, die aus Sicht der klassischen Mechanik gültig geblieben ist. Faszinierend ist nämlich, dass er die bereits richtige These mit Diagrammen verbindet, deren Interpretation hinter den verbal formulierten Stand der Überlegungen zurückfällt. Er zeichnet viele Diagramme dieser Art, ohne die entscheidenden Widersprüche auflösen zu können. Ich konzentriere mich auf eine ausgearbeitete Version auf Bl. 128r seiner in Florenz gesammelten Manuskripte, die auch zeitlich in den Kontext des Briefs an Sarpi gestellt werden kann (Abb. 3).¹³

¹¹ Vgl. die in Anm. 9 genannte Literatur.

¹² Abdruck, Kommentar und Übersetzung bei Damerow u. a. (Anm. 8), document 5.3.3, S. 161.

¹³ Zur Handschrift Florenz. Ms. Gal. 72, vgl. die mit Transkriptionen versehene online-Ressource: Galileo Galilei, Notes on Motion http://www.mpiwg-berlin.mpg.de/Galileo_Prototype/INDEX.HTM (Zugriff: 05.04.2017).

Abb. 3: Galileo Galilei, Manuscripte, Biblioteca Nazionale Centrale, Florenz, Ms. Gal. 72, fol. 128r, Skizze zum freien Fall.

Das Diagramm ist links oben gezeichnet, seine Erklärung beginnt wie folgt: „Mache eine Linie ak in einem beliebigen Winkel zu af “.¹⁴ af ist die lange Linie, die mit deutlich größerem Schwung als die anderen Linien parallel zum Seitenfalz nach unten fährt. ak ist eine möglichst gerade gezeichnete Linie, die vom selben

¹⁴ Ich übersetze nach der Transkription von Galilei (wie Anm. 13), Bl. 128r: Faccia la linea ak qualunque angolo con la af , et per li punti c, d, e, f , siano tirate le parallele cg, dh, ei, fk : et perchè le linee fk, ei, dh, cg sono tra di loro come le fa, ea, da, ca , adunque le velocità ne i punti f, e, d, c sono come le linee fk, ei, dh, cg . Vanno dunque continuamente crescendo i gradi di velocità in tutti i punti della linea af secondo l'incremento del[le] parallele tirate da tutti i medesimi punti. In oltre, perchè la veloci[tà] con la quale il mobile è venuto da a in d è composta di tut[t]i i gradi di velocità hauti in tutti i punti della linea ad , et la velocità con che ha passata la linea ac è composta di tutti i gradi di velocità che ha hauti in tutti i punti della linea ac , adunque la velocità con che ha passata la linea ad , alla velocità con che ha passata la linea ac , ha quella proportion che hanno tutte linee parallele tirate da tutti i punti della linea ad sino alla ah , a tutte le parallele tirate da tutti i punti della linea ac sino alla ag ; et questa proportion è quella che ha il triangolo adh al [tri]angolo acg , cioè è il [quadrat]o ad al [quadrat]o ac .

Ausgangspunkt *a* nach unten rechts führt. In den folgenden Schritten sollen parallele Linien von *c* nach *g*, von *d* nach *h*, von *e* nach *i* und von *f* nach *k* gezogen werden. Wer die Figur nach diesen Anweisungen zeichnet, wird bemerken, dass man die ersten beiden Linien *af* und *ak* relativ frei wählen kann. Wenn *cg* parallel zu *fk* liegen soll, ist mit der Wahl des Punktes *c* jedoch auch der Schnittpunkt *g* bestimmt. Ebenso kann mit der Festlegung von *d* der Punkt *h* nicht mehr frei gewählt werden, sondern ergibt sich als Schnittpunkt der zu *cg* und *fk* parallelen Linie durch *d*. Diesen Zwang, der von einer nach Regeln aufgebauten graphischen Form ausgeht, kann man mit jeder Rekonstruktion der Figur erleben. Er soll für das Argument von Galilei genutzt werden. Aber wie?

Die Grundregeln der Interpretation entnimmt Galilei einer Diagrammtradition, die sich bis ins 14. Jahrhundert auf Nicole Oresmes ‚De Configurationibus qualitatum et motuum‘ und ‚Questiones super geometriam Euclidis‘ zurückverfolgen lässt.¹⁵ Die Figuren versuchen Qualitäten darzustellen, die sich nicht weiter in Teile zerlegen lassen, deren Intensität jedoch in einem „mehr oder weniger“ quantitativ unterschieden werden. Zu den Beispielen zählt Oresme Eigenschaften wie Wärme, Geschwindigkeit und Nächstenliebe.

Die Darstellung der Intensität wird durch ein Diagramm geleistet, das häufig als Archetypus des ‚Balkendiagramms‘ angeführt wird, ohne den Kontext genauer zu beachten.¹⁶ Eine horizontale Linie oder Strecke, *longitudo* oder *extensio* genannt, steht für die nicht weiter zerlegbare Eigenschaft, die quantifiziert werden soll, also z.B. die Geschwindigkeit. Die vertikale Ausdehnung (*latitudo*, *intensio* oder *gradus* genannt) steht für die Intensität und den Grad dieser Qualität. Ausdruck dieser Quantität ist nicht die Linie, sondern die Fläche. Ein Rechteck über der Grundfläche bedeutet eine konstante und „gleichförmige“ Verteilung der Intensität (*uniformitas*). Mit einem Dreieck über der Grundfläche kann ein Anstieg oder eine Abnahme der Quantität ausgedrückt werden. Das Dreieck steht für eine kontinuierliche oder wie es im Traktat von Oresme heißt „gleichförmig ungleichförmige“ Veränderung der Intensität.

Eine der komplexesten Figuren dieser Schrift wird als das sogenannte Merton-Theorem bezeichnet, das am gleichnamigen College in Oxford formuliert wurde. Oresme erklärt es mit großer Klarheit am Beispiel eines schlichten Diagramms, das zwei verschiedene Formen von Geschwindigkeit miteinander vergleicht (Abb. 4). Das Dreieck über der Grundfläche *AB* mit der Spitze *C* steht für

¹⁵ Bereits Koyré (Anm. 9), S. 28–39, hat auf diesen Zusammenhang aufmerksam gemacht. Zur Diskussion vgl. auch Anneliese Maier, An der Grenze von Scholastik und Naturwissenschaft. Rom 1952, S. 354–384 u. Damerow u.a. (Anm. 8), S. 126–264.

¹⁶ Die folgende Analyse des Kontextes folgt weitgehend Damerow u.a. (Anm. 8), S. 15–22.

Abb. 4: Nicole de Oresme, *De Configurationibus qualitatum et motuum*, Merton-Theorem.

eine Quantität, deren Intensität gleichförmig bis zum Stillstand reduziert wird. Die horizontale Linie FG des Rechtecks $ABFG$ schneidet die absteigende Linie CB im Mittelpunkt E , entspricht also einer Quantität mit konstant gehaltener halber Intensität. Es lässt sich leicht zeigen, dass das Rechteck $ABFG$ und das Dreieck ACB flächengleich sind.

Damit demonstrieren Oresme und die Naturphilosophen aus Oxford, dass die verschiedenen Bewegungen die gleiche Quantität besitzen. B beginnt mit doppelter Intensität, wird aber gleichförmig abgebremst. A wird mit halber Intensität gleichförmig bewegt. Am Ende reichen beide Bewegungen gleich weit. Legt man die aristotelische Definition von Geschwindigkeit als Wegstrecke pro Zeit zugrunde, kommt den verschiedenen Formen der Bewegung – trotz des unterschiedlichen Verlaufs – die gleiche Quantität zu.

Diese Figur hat für Galilei eine besondere Faszination gewonnen. Auf der einen Seite kann aus ihr relativ leicht das Prinzip abgeleitet werden, das er im Brief an Sarpi als Schlüssel zum Verständnis der Bewegung formuliert. Die Distanz, die ein gleichförmig beschleunigter Körper zurücklegt, steigt mit der Dauer der Bewegung quadratisch an. Die Grundfläche der Figur muss dann nicht als grundlegende Qualität der Geschwindigkeit, sondern als Ausdehnung von Zeit verstanden und der Flächeninhalt mit der zurückgelegten Wegstrecke identifiziert werden. Dann wird deutlich, dass der Flächeninhalt des Dreiecks ABC quadratisch zur Länge der Grundseite wächst.¹⁷

Es ist aber nicht sicher, ob und wann Galilei diesen Zusammenhang erkannt hat. Denn auf Bl. 128r spielt er mit einer anderen oder zumindest ambivalenten Deutung der Figur (Abb. 3). In seiner graphischen Form hält sich das Diagramm

¹⁷ Ähnlich argumentiert Krämer (Anm. 1), S. 193–197 mit Bezug auf Descartes.

des Manuskripts eng an die scholastische Tradition. Das lässt sich leicht erkennen, wenn man Galileis Zeichnung um 90° gegen den Uhrzeigersinn dreht. Die Linie *ab* entspricht dann einer üblicherweise horizontal gezeichneten *latitudo*. Die Dreiecke *acg*, *adg*, *aei* usw. bilden Flächen, die in der scholastischen Tradition als Intensität gedeutet werden.

Galilei versucht diese Deutung zu konkretisieren.¹⁸ Er bezeichnet die parallelen Linien *cg*, *dh*, *ei* und *fh* als „Grade der Geschwindigkeit“ (*gradi di velocità*) und bindet diese Geschwindigkeit an den Fall des Körpers. Die Erklärung beginnt mit einem großen *Io* über der Figur: *Io suppongo (et forse potrò dimostrarlo) che il grave cadente naturalmente vada continuamente accrescendo la sua velocità secondo che accresce la distanza dal termine onde si partì* („Ich nehme an [und vielleicht werde ich es zeigen können], dass der fallende Körper von Natur aus seine Geschwindigkeit erhöhen wird, so wie die Entfernung vom Ort zunimmt, von dem er ausgegangen ist.“)¹⁹ Man beachte den entscheidenden Unterschied: Im Brief an Sarpi ist Zeit die zentrale Dimension, hier ist nur noch vom Raum die Rede.

So wie der Begriff der Intensität in das vage Konzept von Geschwindigkeitsgraden überführt wird, wird auch die traditionelle Deutung von Flächen als Quantitäten aufgegriffen. Galilei entwickelt eine Deutung der Dreiecksfläche als Maß der Geschwindigkeit. Er versteht die Fläche wie eine schraffierte Fläche, bei der einzelne Schraffuren ‚Geschwindigkeitsgrade‘ bedeuten. Die Geschwindigkeit, die dem Körper im ersten Abschnitt zwischen *a* und *c* zukommt, entspricht dann nicht der Linie *cg*, sondern der Fläche des Dreiecks *acg*. Während die ‚Grade der Geschwindigkeit‘ mit der Entfernung zum Ausgangspunkt linear ansteigen, verändert sich der Flächeninhalt der Geschwindigkeitsdreiecke quadratisch zur Seitenlänge.

Galilei kann nicht entgangen sein, dass hier zwei unterschiedliche Konzepte von ‚Geschwindigkeit‘ nebeneinanderstehen. Da sie sich jedoch aus der gleichen

¹⁸ Die einleitende Erklärung lautet, vgl. Galilei (Anm. 13): *Io suppongo (et forse potrò dimostrarlo) che il grave cadente naturalmente vada continuamente accrescendo la sua velocità secondo che accresce la distanza dal termine onde si partì: come, v[erbi] g[ratia], partendosi il grave dal punto a et cadendo per la linea ab, suppongo che il grado di velocità nel punto d sia tanto maggiore che il grado di velocità in c, quanto la distanza da è maggiore della ca, et così il grado di velocità in e esser al grado di velocità in d come ea a da, et così in ogni punto della linea ab trovarsi con gradi di velocità proporzionali alle distanze de i medesimi punti dal termine a. Questo principio mi par molto naturale, et che risponda a tutte le esperienze che veggiamo negli strumenti et machine che operano percotendo, dove il percuziente fa tanto maggiore effetto quanto da più grande altezza casca: et supposto questo principio dimostrerò il resto.*

¹⁹ Vgl. ebd., Bl. 128r.

Raumachse entwickeln lassen, scheint er von zwei komplementären Sichtweisen auszugehen und keinen Widerspruch zu erkennen, den man ausräumen müsste.

In die Figur ‚hineingesehene‘ Experimente

Um die ungelösten Probleme und Widersprüche zu erkennen, sollten wir die Figur wieder zurück in die Vertikale drehen. Damit wird die ‚Uminterpretation‘ der Figur deutlich, mit der sich die scholastische Ambivalenz von Intensität und Quantität zuspitzt, mit der Galilei aber auch seine eigene Hypothese (aus dem Brief an Sarpi) verfehlt, die die Geschwindigkeit an die Zeit und nicht an den Raum binden will.

Wenn Galilei die *latitudo* zu einer vertikalen Linie macht, will er in die Figur gleichsam das Experiment des fallenden und gleichförmig beschleunigten Körpers hineinsehen oder umgekehrt das Merton-Schema aus dem Beispiel des fallenden Körpers herauslesen. Das wird an der Figur von Bl. 128r sehr deutlich. Im Zeichnen der Linie *ab* fährt die Feder, wie bereits hervorgehoben, mit raschem Strich nach unten. Das ist an der ausgedünnten und weniger gesättigten Spur der Tinte zu erkennen. Anders die Linie *ah*: Sie setzt ebenfalls am Punkt *a* an, fährt aber viel akribischer möglichst gerade nach unten rechts. Die Tinte der ersten ‚Falllinie‘ muss noch feucht gewesen sein, so dass sich die Flüssigkeiten verbunden haben und eine kleine Schliere entstehen konnte.

Der Unterschied in der Ausführung der Linien macht bereits deutlich, dass die Linie *ab* als das zu erklärende Phänomen des fallenden Körpers gedeutet werden soll, die schräge Linie *ah* dagegen als deren konzeptionelle Schematisierung.²⁰ Beim Zeichnen der Linie *ab* spielt die Hand Galileis, während die Feder flach über das Papier streicht, mit der Vorstellung, im Raum nach unten zu fallen.

Die Referenz auf den fallenden Körper, die am Duktus der Linie bereits zu erkennen ist, bildet den Ausgangspunkt der verbalen Erklärung. Dort heißt es explizit, *ab* sei die Falllinie des Körpers; *c*, *d*, *e* und *f* markieren Punkte im Raum, die der Körper bei seinem Fall passiert. Die Punkte können frei gewählt werden. Die dabei festgestellten Geschwindigkeiten sollen jedoch ein Resultat dieser Wahl sein. Dieser Zwang soll sich beim Zeichnen der Figur in der Bestimmung von *g* in Abhängigkeit von *c* manifestieren und ebenso bei den weiteren Linien *dh* und *ei*. Mit diesen Linien verlassen wir das visuelle Feld, in dem wir die Körper direkt

²⁰ Zu einer ähnlichen Unterscheidung von dynamischer und konstruktiver Linie, vgl. Steffen Bogen, Fließende und unterbrochene Bewegungen: Linien bei Taccola. In: Friedrich Teja Bach u. Wolfram Pichler (Hgg.), Öffnungen. Zur Theorie und Geschichte der Zeichnung. München 2009, S. 241–260.

beobachten können und wechseln in ein kognitives Feld, in dem geometrische Hilfslinien auf dem Papier gesetzt werden.

Im Vergleich mit der Oresme-Tradition lässt sich damit eine entscheidende konzeptionelle Verschiebung beobachten. Sie wird bereits in der unterschiedlichen Zeichnung der Linien greifbar. Es entsteht eine Differenz zwischen der Linie, die dem Phänomen zugeschrieben wird, und den ‚eigenen‘ konzeptionellen Hilfslinien. Diese Differenz ist neu, da in der Diagrammtradition alle Linien ein kognitives Schema bilden. Keine Linie wurde den noch unerklärten Dingen zugewiesen. Jede Setzung war idealiter Teil eines überlegt entwickelten Konzepts.²¹ Hier wird jedoch die zur vertikalen Linie umgedeutete *latitudo* als das zu erklärende Phänomen aufgefasst. Es kann im Raum beobachtet werden, ohne die zeitliche Entwicklung begreifen zu können. In der Schnelligkeit der Linie manifestiert sich auch das Unfassliche des fallenden Körpers. Die Zeichnung beginnt leicht paradox mit einem gezielten Kontrollverlust.

Die traditionelle Figur wird durch die graphische Differenzierung von Linien auf eine noch nicht vollständig verstandene Erfahrung – nämlich den beobachtbaren Fall von Körpern – übertragen. Dabei entstehen Unstimmigkeiten. Galilei weiß sozusagen, was er es zeigen will, aber er weiß auch, dass er es noch nicht gezeigt hat. Deshalb beginnt die ganze Passage zwar mit einem ausgreifend geschriebenen *Io*, aber einer doch vorsichtigen und vorläufigen Formulierung: *Io suppongo (et forse potrò dimostrarlo)*.²² Die neue Diagrammatik erzeugt ein Ich, das Linien zieht und dabei weiß, dass es eigene Hypothesen auswertet. Zugleich kann es sich als ein Prinzip verstehen, das dem Entstehen und Verwerfen von Erklärungen eine körperliche Kontinuität verleihen kann.

Wie macht dieses Ich Fortschritte? Im Folgenden soll eine Art Durchbruch beschrieben werden, der sich jedoch mit gleichem Recht auch als eine Art Rückschritt beschreiben lässt. Er manifestiert sich in den gedruckten Traktaten Galileis. Im Jahr 1612 kehrt im ‚Dialog über zwei Weltsysteme‘ eine Figuration des bereits bekannten Merton-Theorems wieder (Abb. 5). Es wird nun aber modifiziert und kohärenter gedeutet, indem die Dimension der Zeit an Bedeutung gewinnt.²³

21 Vgl. am Beispiel der antiken Mechanik: Steffen Bogen, *Diagrammatic Reasoning. The Foundations of Mechanics*. In: Markus Asper (Hg.), *Writing Science. Medical and Mathematical Authorship in Ancient Greece*. Berlin, Boston 2013, S. 279–299.

22 Galileo (Anm. 13), vollständiges Zitat in Anm 18.

23 Galileo Galilei, *Dialogo [...] sopra i due Massimi Sistemi del Mondo*. Florenz 1612, giornata seconda, 594 [255].

Abb. 5: Galileo Galilei, Dialogo [...] sopra i due Massimi Sistemi del Mondo, giornata seconda, Diagramm zu wachsenden Geschwindigkeiten.

170

DIALOGO TERZO

ribus temporis AB maximus & ultimus repræsentetur per B , utcumque super AB constituta: junctæque AE lineæ, om-

nes ex singulis punctis lineæ AB ipsi BE æquidistanter actæ crescentes velocitatis gradus post instans A repræsentabunt. Divisa deinde BE bifariam in F , ductisque parallelis FG , AG , ipsis BA , BF ; Parallelogrammum $AGFB$ erit constitutum triangulo AEB æquale, dividens suo latere GF , bifariam AE in I : quod si parallelæ trianguli AEB usque ad IGF extendantur, habebimus aggregatum parallelarum omnium in quadrilatero contentarum æqualem aggregatui comprehensarum in triangulo AEB , quæ enim sunt in triangulo IEF , paria sunt cum contentis in triangulo GIA ; eæ vero quæ habentur in trapezio $AIFB$, communes sunt. Cumque singulis & omnibus instantibus temporis AB respondeant singula & omnia puncta lineæ AB , ex quibus actæ parallelæ in triangulo AEB comprehensæ crescentes gradus velocitatis adactæ repræsentant; parallelæ vero intra parallelogrammum contentæ totidem gradus velocitatis non adactæ, sed æquabiles, itidem repræsentent: apparet totidem velocitatis momenta absumpta esse in motu accelerato juxta crescentes parallelas trianguli AEB , ac in motu æquabili juxta parallelas parallelogrammi GB : quod enim momentorum deficit in prima motus accelerati medietate, (deficient enim momenta per parallelas trianguli AGI repræsentata,) reficitur à momentis per parallelas trianguli IEF repræsentatis. Patet igitur, æqualia futura esse spatia

Abb. 6: Galileo Galilei, Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze, Merton-Theorem, Diagramm zu Theorem 1, Proposition 1.

DEL GALILEO.

171

spatia tempore eodem à duobus mobilibus peracta, quorum unum motu ex quiete uniformiter accelerato moveatur, alterum vero motu æquabili juxta momentum subduplum momenti maximi velocitatis accelerati motus. quod erat intentum.

THEOR. II. PROPOS. II.

Si aliquod Mobile motu uniformiter accelerato descendat ex quiete spatia, quibuscunque temporibus ab ipso peracta, sunt inter se in duplicata ratione eorundem temporum: nempe ut eorundem temporum quadrata.

Intelligatur fluxus temporis ex aliquo primo instanti A representari per extensionem AB; in qua sumantur duo quælibet tempora, AD, AE; sitque HI linea in qua mobile ex puncto H, tanquam primo motus principio, descendat uniformiter acceleratum; sitque spatium HL peractum primo tempore AD; HM vero sit spatium per quod descenderit in tempore AE. Dico, spatium MH ad spatium HL, esse in duplicata ratione ejus quam habet tempus E ad tempus AD. Seu dicamus, spatia MH, HL, eandem habere rationem quam habent quadrata EA, AD. Ponatur linea AC, quemcunque angulum cum ipsa AB continens: ex punctis vero DE ductæ sint parallelæ DO, EP; quarum DO representabit maximum gradum velocitatis acquisitæ in instanti D temporis AD; PE vero maximum gradum velocitatis acquisitæ in instanti E temporis AE. Quia vero supra demonstratum est, quod attinet ad spatia peracta, æqualia esse inter se illa, quorum alterum conficitur à mobili ex quiete motu uniformiter accelerato; alterum vero, quod tempore eodem conficitur, à mobili motu æquabili

Abb. 7: Galileo Galilei, Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze, Figur zum freien Fall, Theorem 2, Proposition 2.

Der gleiche Zusammenhang wird noch einmal graphisch und gedanklich geschlossen am dritten Tag der ‚Unterredungen und mathematischen Demonstrationen‘ präsentiert.²⁴ Das Diagramm zur ersten Proposition des ersten Theorems ist eine fast buchstäbliche Wiederholung des Merton-Theorems (Abb. 6).²⁵ Sowohl das Dreieck ABE als auch das Rechteck ABEF stehen für Flächen, die als Wegstrecken

²⁴ Galileo Galilei, Discorsi e dimostrazioni matematiche, intorno a due nuove scienze attenenti alla meccanica & i movimenti locali. Leyden 1638.

²⁵ Ebd., TEOREMA 1. PROPOSIZIONE 1: *Il tempo in cui uno spazio dato è percorso da un mobile con moto uniformemente accelerato a partire dalla quiete, è eguale al tempo in cui quel medesimo spazio sarebbe percorso dal medesimo mobile mosso di moto equabile, il cui grado di velocità sia sudduplo [la metà] del grado di velocità ultimo e massimo [raggiunto dal mobile].* Vgl. auch Drake (Anm. 9), S. 102–104.

gedeutet werden sollen. So legt ein Körper, der sich gleichförmig mit einer konstanten Geschwindigkeit bewegt, die gleiche Strecke zurück wie ein Körper, der in der gleichen Zeit aus der Ruhelage heraus die doppelte Geschwindigkeit erreicht. Die Wegstrecke wird noch einmal separat als Linie *CD* dargestellt. Das ist ein expliziter Hinweis, die erste Achse *AB* als Zeitachse zu verstehen.

Auf dieser Unterscheidung bauen die nächsten Figuren zu Proposition 2 auf (Abb. 7).²⁶ Die linke entspricht im Aufbau dem analysierten Diagramm aus der Florentiner Handschrift. Der entscheidende Unterschied ist, dass auch hier eine Zeitachse *AB* von einer Raumachse *HI* getrennt wird. Damit kann die bereits im Brief an Sarpi formulierte Hypothese entwickelt werden, dass die zurückgelegte Strecke eines fallenden Körpers quadratisch zur Dauer seines Falls anwächst. Die linke Zeitachse *AB* wird in die frei gewählten Zeitabschnitte *AD* und *AE* unterteilt. Dadurch entstehen die Flächen *ADO* und *AEP*. Ihr Flächeninhalt wird als Wegstrecke gedeutet, die der Körper in den Zeitabschnitten zurücklegt. Das Ergebnis wird auf die getrennt gezeichnete Raumachse *HI* übertragen. Im ersten Raumabschnitt erreicht er über einen Raumabschnitt Punkt *L*, im nächsten erreicht er über drei Raumabschnitte Punkt *M*. In zwei Zeiteinheiten hat er also vier Raumabschnitte zurückgelegt. Die Etappen *HL*, *LM*, *MN* und *NI* verhalten sich, wie bereits im Brief formuliert, wie die aufsteigende Reihe der ungeraden Zahlen zueinander: 1, 3, 5 und 7. Die Entfernung vom Ausgangspunkt verändert sich quadratisch mit der Zeit. Trotz des neuen Inhalts ist es eine klassische Demonstration, die mit Linien veranschaulicht, was sich in Worten und Zahlen ausdrücken lässt. Die Bindung an die Beobachtung des Experiments muss dadurch aufgebrochen werden. Wir haben nun zwei Linien, die für den Fall des Körpers stehen könnten: *AB* und *HI*. Keine steht für den Fall selbst, sondern die eine erfasst eine Dimension der Zeit, die andere eine Dimension des Raums.

Die neue Kohärenz hat ihren Preis. Alles geht aus komplexen Übersetzungsprozessen hervor. Eine eindimensionale Linie im Raum misst die abstrahierte Dimension der Zeit, eine zweidimensionale Fläche steht für eine eindimensionale räumliche Entfernung. In gewisser Weise erkaufte Galilei die neue Deutung des Diagramms mit einem methodischen Rückschritt. Er erklärt die Figur so, dass jeder Leser, der mit dem Merton-Theorem vertraut ist, versteht, was er damit sagen will. Wie sich dieser Zusammenhang jedoch begründen und im Experiment feststellen lässt, kann an der Figur nicht mehr gezeigt werden.

²⁶ Ebd., TEOREMA 2. PROPOSIZIONE 2: *Se un mobile scende, a partire dalla quiete, con moto uniformemente accelerato, gli spazi percorsi da esso in tempi qualsiasi stanno tra di loro in duplicata proporzione dei tempi [in un rapporto pari al rapporto dei tempi moltiplicato per se stesso], cioè stanno tra di loro come i quadrati dei tempi.*

Manche Wissenschaftshistoriker haben diese Figuren dann auch als kategorischen Abschied vom Diagramm und nicht als Anfang einer neuen Diagrammkultur gewertet. Diagramme seien im Zug der wissenschaftlichen Revolution obsolet geworden.²⁷ Alles, was die neue Wissenschaft herausfinde, könne sie am Ende viel präziser in Gleichungen notieren, die mit Rechenzeichen, Variablen, konstanten Umrechnungsfaktoren und Maßeinheiten auskommen. Der Durchbruch zu einer neuen Wissenschaft wäre demnach erzielt worden, indem die Bindung der Gedanken an anschauliche Diagramme aufgegeben worden sei.

Aus dem Experiment ‚herausgelesene‘ Figuren

Im Folgenden möchte ich zeigen, dass dieses Narrativ nur einen Teil der Geschichte erfasst. Hierfür wende ich mich noch einmal den Florentiner Manuskripten zu. Dort lassen sich nicht nur abgebrochene Versuche nachvollziehen, Experimente in alte Diagramme ‚hineinzusehen‘, sondern auch der gleichsam umgekehrte Prozess: Schemata werden aus dem Aufbau und der Auswertung von Experimenten ‚herausgelesen‘.

Betrachten wir Bl. 116v von Galileis handschriftlichen Aufzeichnungen (Abb. 8). Es ist bereits mehrfach als Schlüssel zu neuen Bewegungskonzepten analysiert worden. In meiner Beschreibung folge ich im Kern der überzeugenden Analyse von David K. HILL.²⁸ In der oberen Hälfte des Blattes skizziert Galilei ein Experiment, das mit einem Tisch und einer schiefen Ebene durchgeführt wurde. Drei Höhenniveaus werden unterschieden. Der Fußboden, der Tisch und die Höhe, von der Kugeln in einer Fallrinne gestartet werden. Die Skizze verdeutlicht

²⁷ So fasst insbesondere Michael Mahoney die älteren wissenschaftshistorischen Studien in einer Wendung gegen den Kunsthistoriker Samuel Edgerton zusammen, nach dem die „Kunst (der Perspektive)“ die Grundlage für die wissenschaftliche Revolution gelegt habe, vgl. zu dieser Diskussion: Samuel Edgerton, *The Renaissance rediscovery of linear perspective*. New York 1975; Samuel Edgerton, *The Renaissance Development of the Scientific Illustration*. In: John W. Shirley u. F. David Hoeniger (Hgg.), *Science and the Arts in the Renaissance*. Washington, London, Toronto 1985, S. 168–197; Michael S. Mahoney, *Diagrams and Dynamics. Mathematical Perspective on Edgerton's Thesis*. In: John W. Shirley u. F. David Hoeniger (Hgg.), *Science and the Arts in the Renaissance*. Washington, London, Toronto 1985, S. 198–220. Zu den auch Jahre nach dieser Diskussions noch unveränderten Positionen vgl.: Samuel Edgerton, *The Heritage of Giotto's Geometry. Art and Science of the Scientific Revolution*. Ithaca 1991 und Michael S. Mahoney, *Drawing Mechanics*. In: Wolfgang Lefèvre (Hg.), *Picturing Machines 1400–1700 (Transformations: Studies in the History of Science and Technology)*. Cambridge, London 2004, S. 281–306.

²⁸ Winifred Lovell Wisan, *Galileo and the Process of Scientific Creation*. In: *Isis* 75 (1984), S. 269–286 und David K. Hill, *Galileo's Work on 116v. A new Analysis*. In: *Isis* 77 (1986), S. 283–301.

Abb. 8: Galileo Galilei, Manuskripte, Biblioteca Nazionale Centrale, Florenz, Ms. Gal. 72, Bl. 116v, Messungen und Rechnungen zu einem Versuch an der schiefen Ebene.

den Abstand von Tischplatte und Fußboden durch zwei horizontale Linien. Die Höhe des Tisches wird rechts oben über einen gestrichelten Zwischenraum mit *punti 828 altezza della tavola* angegeben. Von der Fallrinne bleibt in der Darstellung nur ein Höhenmesser übrig. Auf der vertikalen Linie wird die Starthöhe von Kugeln notiert: 300, 600 und 800 *punti*. Auf 800 folgt noch ein weiterer Start mit einer Fallhöhe von 1000 *punti*, obwohl das Blatt kaum noch Platz für diese Notation gelassen hat.

Das Experiment lässt sich wie folgt rekonstruieren: Eine Kugel wird auf einer schiefen Ebene oder Fallrinne gestartet. Dabei interessiert nicht deren genaue Länge und Neigung, sondern nur die Fallhöhe, das heißt wie hoch der Startpunkt vertikal über dem Tisch liegt. Die Kugel gewinnt an Fahrt, schießt mit dem *momentum*, das sie durch den Fall gewinnt, über die Tischkante hinaus und fällt zu Boden. Galilei bestimmt den Punkt, an dem die Kugel auf dem Boden aufschlägt und misst den horizontalen Abstand vom Tisch. Die Skizze legt den Fokus auf die relativ maßstabsgerechten Einträge der Fallhöhen und Aufschlagpunkte

sowie auf die Flugbahnen der Kugeln. Zu diesem Zeitpunkt nimmt Galilei bereits an, dass solche Bahnen die Form einer Parabel haben.²⁹ Die erste Flugkurve wird gestrichelt. Die Kugel startet mit einer Höhe von 300 *punti* und landet in einem Abstand von 800 *punti* zum Tisch.

Auch die weiteren Messungen hat Galilei als Flugkurven eingetragen und mit Zahlen versehen. Die zweite Kugel fällt aus der verdoppelten Höhe von 600 *punti* und landet bei 1172 *punti*, also mit einem Abstand, der sich offensichtlich anders als die Höhen *nicht* einfach verdoppelt hat. Bereits beim dritten Eintrag von 1328 *punti* muss Galilei die Bodenlinie anstückeln, um die Ergebnisse einigermaßen maßstabsgetreu eintragen zu können. 1340 *punti* schreibt er mit verkürztem Abstand über die Bodenlinie und 1500 *punti* an den Rand. Die schrittweise und wenig planmäßig aufgebaute Notation ist ein Indiz, dass Galilei auf dem Blatt sukzessiv Messungen protokolliert hat.

Jede Messung besteht aus zwei Schritten: zunächst wählt Galilei eine vertikale Fallhöhe der Kugel auf der schiefen Ebene. Diese Höhe kann er frei bestimmen. Danach misst er die horizontale Entfernung von der Tischkante, mit der die Kugel auf dem Boden aufschlägt. Hier will er die Konsequenzen seiner Entscheidung möglichst genau beobachten und messen, welcher Abstand des Landepunkts aus der gewählten Starthöhe über dem Tisch ohne sein weiteres Zutun resultiert.³⁰

Galilei verfügt über eine Hypothese, mit der sich der Zusammenhang aus einer ersten Messung ableiten lässt. Er nimmt an, dass sich das Verhältnis der Landepunkte proportional ‚zur Wurzel‘ der Startpunkte verändert. Die Hypothese hat also die Form:

$$\text{Landepunkt 1} : \text{Landepunkt 2} :: \sqrt{\text{Starthöhe 1}} : \sqrt{\text{Starthöhe 2}}$$

Mit Landepunkt ist der horizontale Abstand vom Tisch gemeint. Bei seinen Berechnungen geht Galilei von einer ersten, experimentell bestimmten Korrelation von gewählter Höhe und gemessener Distanz aus. So führt die erste Fallhöhe von 300 *punti* zu einem Aufschlag der Kugel in 800 *punti* Entfernung. Sie besitzt einen Sonderstatus und wird im Diagramm gestrichelt. Auf der Grundlage dieser ersten

²⁹ Vgl. James MacLachlan, Galileo's Discovery of the Parabolic Trajectory. In: Scientific American 232 (1975), S. 102–110; Damerow (Anm. 8), S. 127 u. Anm. 19.

³⁰ Eine Unregelmäßigkeit ergibt sich dadurch, dass entlang der Bodenlinie fünf Ergebnisse, auf der Höhenskala jedoch nur vier Startpunkte notiert sind. Aus den Rechnungen, die Galileo in der unteren Hälfte des Blattes ausführt, wird jedoch deutlich, dass zur wenig maßstabsgerecht eingetragenen Position 1340 auf dem Boden eine Höhe von 828 *punti* gehört, die auf der Höhenskala weggelassen wurde.

Relation von Starthöhe und Landepunkt führt er alle weiteren Kalkulationen aus. Dabei setzt er die Starthöhe ein, die er frei bestimmen kann, und prognostiziert mit einer aus der Proportionsgleichung abgeleiteten Kalkulation einen Landepunkt:

$$\text{Abstand Landepunkt 2} = \sqrt{\frac{\text{Starthöhe 2}}{\text{Starthöhe 1}}} \times \text{Abstand Landepunkt 1} = \sqrt{\frac{\text{Starthöhe 2}}{300}} \times 800$$

In den Rechentürmen, die bis auf eine Ausnahme in der unteren Hälfte des Blattes verteilt werden, löst Galilei diese Gleichung. Er geht in folgenden Rechenschritten vor: Er multipliziert die variierte Starthöhe mit dem ersten Landepunkt 800, teilt dann durch die erste Starthöhe 300 und multipliziert noch einmal mit 800. Erst dann zieht er die Quadratwurzel, ein Verfahren, das mathematisch mit der oben notierten Gleichung äquivalent ist, das die Rundungsfehler jedoch so klein wie möglich hält.³¹

Unter der Bodenlinie stellt Galilei die errechneten Ergebnisse den gemessenen gegenüber: Die zweite Entfernung sollte bei einer gegebenen Höhe von 600 *punti* 1131 *punti* betragen, die dritte 1306 *punti*, die vierte 1340 *punti* und die fünfte Entfernung 1460 *punti*. Auch die *differ[ent]ia* zwischen Messung und Rechnung wird notiert. Bei der ersten beträgt sie 41, bei der zweiten 22, bei der dritten nur 10 und bei der fünften 40 *punti*. Das scheint eine ermutigend kleine Abweichung, jedenfalls wenig genug, um an der Hypothese festzuhalten.

Wie aber gelangt Galilei zu dieser Hypothese? Im Folgenden will ich zeigen, dass er genaue Vorstellungen hatte, was er mit dem Vergleich von Landepunkten messen konnte. Dies lässt sich über verschiedene Diagramme aufschlüsseln, die einen anschaulichen Bezug zur Messung behalten. So findet sich eine aufschlussreiche Figur auf dem folgenden Bl. 117r oben in der Mitte (Abb. 9).³² Wieder erkennen wir eine parabelförmige Flugbahn. Sie wird durch ein vertikales und horizontales Raster in vier Spalten und einige Sektoren eingeteilt. Bereits in seiner frühen Schrift über die Bewegung hatte Galilei Bewegungen in Teilkomponenten zerlegt, die nicht mehr wie in der aristotelischen Konzeption gegeneinander „kämpfen“ mussten, bis die eine die andere dominiert hatte, sondern die zusammen die resultierende Bewegung ergaben. So zerlegt er die parabelförmige Bahn in eine horizontale und eine vertikale Komponente. Die horizontale Bewegung soll in jeder Etappe 40 *punti* betragen. Die vertikale Komponente entwickelt sich als freier Fall. Die Etappen des vertikalen Falls vergrößern sich proportional zur

³¹ David K. Hill, A note on a Galilean Worksheet. In: *Isis* 70 (1979), S. 269–271.

³² Ebd., S. 270.

hinaus. An der Zeichnung kann man nachvollziehen, dass sich der Landepunkt der Kugel proportional zur Geschwindigkeit verschiebt, die die Kugel auf der schiefen Ebene gewonnen hat. Fliegt sie mit einem horizontalen *momentum* von 40 *punti*, landet sie nach vier Zeiteinheiten bei 160 *punti*. Fliegt sie mit einer Geschwindigkeit von 30 *punti* pro Zeiteinheit, würde der Fall bei gleicher Fallhöhe immer noch vier Zeiteinheiten dauern. Die Kugel würde also bei 120 landen, sodass gilt: 160 zu 120 verhält sich wie 40 zu 30.

Das Gedankenexperiment lässt sich auf das Messprotokoll von Bl. 116v übertragen. Man kann dann besser beurteilen, welche Proportionen sich im Verhältnis von Landepunkten messen lassen: nämlich das Verhältnis von Geschwindigkeiten, die die Kugeln auf der schiefen Ebene gewonnen haben.³³ Landet die erste Kugel bei 800 *punti* und die zweite bei 1172, stehen auch die Geschwindigkeiten im Verhältnis 800 zu 1172. Aus der kleinen Figur auf Bl. 117r lässt sich somit folgende Relation ableiten:

$$\text{Landepunkt 1} : \text{Landepunkt 2} :: \text{Geschwindigkeit 1} : \text{Geschwindigkeit 2}$$

Mit Geschwindigkeit ist die Geschwindigkeit gemeint, die die Kugel auf der schiefen Ebene gewonnen hat und mit der sie den Tisch horizontal verlässt.

Betrachten wir nun einen kleinen Kreis, der unter die Rechnungen auf Bl. 116v gezeichnet ist (Abb. 8 und 10). Er bezieht sich auf das sogenannte Gesetz der Sehnen, das zu den ältesten Entdeckungen Galileis gehört.³⁴ Die schlichte Figur besitzt eine komplizierte diagrammatische Schönheit. Sie postuliert nämlich, dass die Zeiten, die eine Kugel benötigt, um eine Fallrinne hinunterzurollen, für alle Kreissehnen, die vom höchsten Punkt ausgehen, gleich lang sind. Verdeutlichen wir uns den Zusammenhang an einer ausführlicher kommentierten Version des Diagramms, das Galilei am dritten Tag seiner ‚Unterredungen und mathematischen Demonstrationen‘ zeichnet (Abb. 11):³⁵ *GH* bezeichnet eine Horizontale, *AF* eine Senkrechte. Stellen wir uns die Sehnen *AB* und *AC* als zwei verschieden lange und unterschiedlich geneigte Fallrinnen vor. Das Theorem postuliert, dass die unterschiedliche Länge der Rinnen durch ihre unterschiedliche Neigung ausgeglichen wird. Eine Kugel, die von *A* nach *B* rollt, braucht genau so lang wie eine Kugel, die von *A* nach *C* rollt. Dies soll für alle Sehnen des Kreises gelten, die den

³³ Mit dieser Analyse versuche ich die folgende Bewertung von Hill zu präzisieren: „All of this adds nothing precise to Galileo’s calculations and measurements, but it provides a simple way of getting the ‚look and feel‘ of the experiment and the principle under test.“ Hill (Anm. 28), S. 288.

³⁴ Wisan (Anm. 28), S. 281; Hill (Anm. 28), S. 288.

³⁵ Galilei (Anm. 24), Theorem 6, Proposition 6, S. 188.

Abb. 10: Galileo Galilei, Manuskripte, Biblioteca Nazionale Centrale, Florenz, Ms. Gal. 72, Gesetz der Sehnen, Detail aus Bl. 116v (vgl. Abb. 9).

höchsten Punkt A gemeinsam haben, also auch für die längste Sehne, den Durchmesser AF . Auch der freie Fall der Kugel von A nach F sollte also gleich lang dauern wie die Bewegungen von A nach B und von A nach C .

Abb. 11: Galileo Galilei, *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze*, Diagramm zu Theorem 6, Proposition 6, Gesetz der Sehnen.

Um die größere Strecke AF durchqueren zu können, muss der frei fallende Körper freilich schneller sein als die anderen Kugeln. Es lässt sich erkennen, dass die Länge der Sehnen als Maß für die jeweilige Geschwindigkeit verstanden werden kann. Der Kreis steht ja für eine Einheit der Zeit. Alle Bewegungen, die von seinem Scheitelpunkt ausgehen und über Sehnen die Kreislinie erreichen, sollen gleich

lang dauern. Legt man die Definition von Geschwindigkeit als Wegstrecke pro Zeiteinheit zugrunde, wird deutlich, dass man aus den unterschiedlichen Streckenlängen AB , AC und AF bei gleicher Zeitdauer direkt auf die Geschwindigkeiten schließen kann, die die Kugeln auf diesem Weg gewinnen.

Damit lassen sich auch in diesem Diagramm Streckenrelationen als Geschwindigkeitsrelationen verstehen. Versuchen wir nun in einem letzten Gedankenschritt, die beiden Diagramme miteinander zu verbinden. Rollt eine Kugel von A nach B (Abb. 11), fällt sie aus einer Höhe, die der vertikalen Strecke AD entspricht. Rollt eine Kugel von A nach C , fällt sie aus einer Höhe, die der Strecke AE entspricht. Wenn die Fallhöhe AD zu einer Geschwindigkeit führt, die der Sehne AB entspricht, denn führt die Fallhöhe AE zu einer Geschwindigkeit AC .

Nun lässt sich am Diagramm geometrisch beweisen, dass folgende Beziehung gilt:

$$AB : AC :: \sqrt{AD} : \sqrt{AE}$$

Nicht der geometrische Beweis, den Galilei vorlegt,³⁶ sondern die Deutung des Ergebnisses soll hier weiter interessieren. Wenn das Gesetz der Sehnen gültig ist, können wir die letzte Proportionsgleichung semantisch umschreiben. Sie entspricht dann dem Theorem:

$$\text{Geschwindigkeit 1} : \text{Geschwindigkeit 2} :: \sqrt{\text{Starthöhe 1}} : \sqrt{\text{Starthöhe 2}}$$

Galilei war mit diesen verwickelten Zusammenhängen, die er in seinen später publizierten Schriften ausführlich darlegt, offenbar so vertraut, dass die kleine Skizze auf Bl. 116v genügt, um sie in Erinnerung zu rufen. In der kleinen Figur zeichnet Galilei zwei Sehnen (Abb. 10). Die eine trägt er horizontal als ‚Starthöhe‘ ab. Führt man die gleiche Operation mit der zweiten Sehne durch, verhalten sich die beiden Starthöhen wie 3 und 10 zueinander. 3:10 ist auch das Verhältnis der Starthöhen im ersten und letzten Experiment (300 *punti*, 1000 *punti*). Auf der großen Linie können wir einen kleinen Punkt erkennen. Er bildet die Länge der kleinen Sehne auf die große ab, was man nachvollziehen kann, wenn man die kleine Sehne gedanklich gegen den Uhrzeigersinn dreht. Das alles sind, wie HILL ausführlich rekonstruiert hat, Indizien, dass Galilei mit dem Zeichnen der Figur und im Vergleich von Streckenlängen über die Proportion von Starthöhen und resultierenden Geschwindigkeiten nachdenkt.³⁷

³⁶ Galilei (Anm. 24), Theorem 6, Proposition 6, S. 188.

³⁷ Hill (Anm. 28), S. 288.

Führen wir die verschiedenen Überlegungen zusammen, die in anschaulichen Zwischenschritten aus den kleinen Diagrammen auf Bl. 116v und 117r entwickelt wurden: Die Skizze auf Bl. 117r postuliert folgende Relation:

$$\text{Landepunkt 1} : \text{Landepunkt 2} :: \text{Geschwindigkeit 1} : \text{Geschwindigkeit 2}$$

Dies lässt sich an das anschließen, was aus dem Theorem der Sehnen entwickelt wurde:

$$\text{Geschwindigkeit 1} : \text{Geschwindigkeit 2} :: \sqrt{\text{Starthöhe 1}} : \sqrt{\text{Starthöhe 2}}$$

Damit erhalten wir durch ‚Kürzen‘ der Geschwindigkeitsrelation die Hypothese, mit der Galilei die gemessenen Ergebnisse seines Experiments in Rechnungen überprüft hat.

$$\text{Landepunkt 1} : \text{Landepunkt 2} :: \sqrt{\text{Starthöhe 1}} : \sqrt{\text{Starthöhe 2}}$$

Auch wenn der Gedankengang hier mit einigen Lücken im geometrischen Beweis zusammengefasst wurde, ist ein Weg deutlich geworden, die mathematischen Kalkulationen auf Bl. 116v anschaulich aus der schematischen Notation des Experiments herauszulesen.³⁸ Damit haben wir mit HILL eine Art Ausgang gefunden, der aus dem verschlungenen Labyrinth der Notizen zu den gedruckten Traktaten führt.

Schluss

Über lange Jahre sucht Galilei einen Beweis für die These, dass sich der Weg eines fallenden Körpers quadratisch zur Fallzeit ändert. In den ‚Discorsi e dimostrazioni‘ wird das Theorem in Diagrammen erklärt, die zwar klar und verständlich sind, jedoch nicht anschaulich machen, mit welchen Aufbauten und Messungen sie überprüft werden können.

In den Manuskripten finden sich dagegen zahlreiche Figuren, die für einen feineren Übergang stehen. Sie bilden ein Scharnier zwischen Aufbau und Aus-

³⁸ Zu analogen, wenngleich einfachen und verspielten Beispielen in barocken Maschinenbüchern vgl. Steffen Bogen, Algebraische Notation und Maschinenbild. Eine Rechenmaschine avant la lettre. In: Horst Bredekamp u. Pablo Schneider (Hgg.), Visuelle Argumentationen. Die Mysterien der Repräsentation und die Berechenbarkeit der Welt. München 2006, S. 183–204.

wertung von Experimenten und dem zu überprüfenden Theorem, das verschiedene Dimension von Zeit und Raum in Relation setzt.

Zum entscheidenden Prüfstein der Überlegungen wird die Übereinstimmung von Messung und Rechnung. Um mit dem Rechnen beginnen zu können, muss man jedoch eine Vorstellung entwickeln, was man überhaupt rechnen will. Die physikalische Theorie bleibt in den Manuskripten eine anschauliche Abstraktion. Die Zusammenhänge, die sich im Experiment zeigen können, müssen sich auf dem Papier durchschauen lassen: Wie resultiert aus der Höhe, mit der die Kugel auf der schiefen Ebene gestartet wird, eine Distanz, mit der sie entfernt vom Tisch auf dem Boden aufschlägt? Warum lässt sich diese Entfernung als Maß der Geschwindigkeit deuten, die die Kugel am Ende erreicht und damit auch als Maß der Zeit, die sie bei gegebener Länge der Fallrinne benötigt, um diese Geschwindigkeit zu erreichen? All dies lässt sich über die Deutung von Linien in den Skizzen und Diagrammen nachvollziehen und auf die Auswertung der Versuche mit Tischen, Fallrinnen und Kugeln übertragen. In den Manuskripten manifestieren sich Prozesse, in denen die Experimente und Hypothesen aufeinander bezogen werden, mit all ihren Wegen, Irrwegen und Umwegen.

Damit wird aber auch eine Prämisse der aktuellen Diagrammatologie fragwürdig, in dem sich die raum-zeitlich situierten Relationen auf dem Papier allein über den menschlichen Körper in „unsichtbare und unberührbare geistigen Relationen“ (s.o.) verwandeln können. So wie die wissenschaftliche Revolution der Neuzeit auf der Grundlage einer mittelalterlichen Diagrammkultur anhebt, bezeugt sie – an einem durchaus schwierigen Beispiel – das Gegenteil: In den raumzeitlichen Relationen des Experimentierfelds wird etwas Geistiges und Allgemeines gesucht und der menschliche Körper hat Schwierigkeiten, diese Zusammenhänge auf der Fläche des Papiers zu erfassen. Das Experimentierfeld wird dabei so konzipiert, dass getrennt durchgeführte Messungen im Raum auf Relationen von Zeit und Geschwindigkeit verweisen können. Ziel ist es, komplexe Zeitrelationen über Raumrelationen sichtbar zu machen, nicht erst im ‚Kunstgriff‘ von Diagrammen mit Zeitachsen, sondern im Aufbau und der Auswertung von Experimenten. Die Proportionen, die dabei gefunden werden, lassen sich in Gleichungen festhalten und mit verschiedenen Parametern durchrechnen. Wenn sich in der Messung konsistente Relationen zwischen Fallhöhen und resultierenden Flugweiten zeigen, ist dies kein Ende des diagrammatischen Ansatzes, sondern eher seine erstaunliche Vollendung.³⁹

39 Dass proportionale Gleichungen geradezu einen Kern diagrammatischen Relation bilden, hat bereits Greimas in seinem Konzept des „Diagrammatischen“ als „Semi-symbolischem“ erkannt, vgl. Jean-Marie Floch u. Felix Thürlemann, *Semi-symbolique (système, langage, code –)*. In: Algirdas-Julien Greimas u. Joseph Courtès, *Sémiotique. Dictionnaire raisonné de la théorie du*

„Wir fangen einen durch die Luft fliegenden Ball.“⁴⁰ Kehren wir zu den einleitend gestellten Fragen zurück: Warum ist das Fangen des Balles *auch* eine geistige Tätigkeit? Ich meine am Ende dieser Ausführungen mit PEIRCE eine radikale Antwort geben zu können: Weil bereits der Flug des Balls im Gravitationsfeld ein beobachtbarer, verallgemeinerbarer und darin potentiell geistiger Vorgang ist. Die Materialität des Diagramms ist keine nachträglich untergeschobene Verkörperung von Zusammenhängen, die allein im menschlichen Körper mit Bezug auf Raum und Zeit existieren könnten, sondern das Verallgemeinerbare manifestiert sich immer schon als Verknüpfung von Ereignissen in Raum und Zeit – schon lange bevor Menschen diese Überzeugung in Diagrammen erhärtet haben. Wie sich diese metaphysische Hypothese weiter ausbauen lässt, ist nur in einem kühnen und offenen ‚Flugversuch‘ zu ergründen, der aus der Diagrammatik neue Anstöße für eine Theorie der Physik und Theorie der Evolution gewinnen sollte.⁴¹ Es ist im Übrigen kein Akt der Hybris, sondern ein Akt der Demut, wenn wir fragen, wie unsere bescheidenen und langsamen Verallgemeinerungen trotz aller Irrtümer und Unzulänglichkeiten in *manchen Aspekten* die Wirklichkeit treffen können.

langage. Bd. II. Compléments, débats, propositions. Paris 1979, S. 203–206 und zusammenfassend: Steffen Bogen u. Felix Thürlemann, Jenseits der Opposition von Text und Bild. Überlegungen zu einer Theorie des Diagrammatischen. In: Alexander Patschovsky (Hg.), Die Bildwelt der Diagramme Joachims von Fiore. Zur Medialität religiös-politischer Programme im Mittelalter. Stuttgart 2003, S. 1; Drake (Anm. 9), S. 22.

40 Krämer (Anm. 1), S. 11.

41 Vgl. insbesondere Peirce (Anm. 8), Pape (Anm. 3) und mit in gewisser Weise umgekehrter Fundierung (nicht der Metaphysik in Diagrammatik, sondern der Diagrammatik in Metaphysik): Frederik Stjernfelt, Diagrammatology. An investigation on the borderlines of phenomenology, ontology, and semiotics. Dordrecht 2007, bes. S. 197–224: „Biosemiotics as Material and Formal Ontology“. Vgl. auch die erstaunliche und weitgehend unrezipierte Biosemiotik von: Friedrich S. Rothschild, Die Evolution als innere Anpassung an Gott. Bonn 1986. Zu Peirce praktischer Diagrammatik vgl. Franz Engel, Moritz Queisner u. Tullio Viola (Hgg.), Das bildnerische Denken. Charles S. Peirce. Berlin 2012.