Zuerst ersch. in: Bildungsqualität von Schule : Lehrerprofessionalisierung, Unterrichtsentwicklung und Schülerförderung als Strategien der Qualitätsverbesserung / Jörg Doll, Manfred Prenzel (Hrsg.). Münster: Waxmann, 2004, S. 345-363

Reinhard Pekrun, Thomas Götz, Rudolf vom Hofe, Werner Blum, Simone Jullien, Anne Zirngibl, Michael Kleine, Sebastian Wartha & Alexander Jordan

Emotionen und Leistung im Fach Mathematik: Ziele und erste Befunde aus dem „Projekt zur Analyse der Leistungsentwicklung in Mathematik" (PALMA)

Deutsche Schülerinnen und Schüler schneiden in internationalen Vergleichsstudien zu mathematisch-naturwissenschaftlichen Leistungen eher mäßig ab. Aufgrund ihrer überwiegend deskriptiven Untersuchungsdesigns aber sind diese Studien (z.B. TIMSS, PISA und IGLU) nur begrenzt in der Lage, die Ursachen von Leistungsunterschieden aufzuklären und Handlungsmöglichkeiten aufzuzeigen. Ziel von PALMA (**P**rojekt zur **A**nalyse der **L**eistungsentwicklung in **Ma**thematik)[1] ist es deshalb, anhand längsschnittlicher Erweiterungen der OECD-Studien PISA Entwicklung und Bedingungen von Mathematikleistungen in der Sekundarstufe I zu untersuchen. In diesem Beitrag werden Zielsetzungen, theoretische Grundlagen, methodisches Vorgehen und erste Ergebnisse dieses interdisziplinären Projekts dargestellt, das Perspektiven von pädagogischer Psychologie und Mathematikdidaktik integriert. Abschließend wird skizziert, welche Folgerungen sich für die pädagogische Praxis ergeben können.

1 Zielsetzung

Ziel des Projekts ist es, (1) in einer *Längsschnittstudie* Entwicklungsverläufe, Schülervoraussetzungen und Kontextbedingungen von Mathematikleistungen bei Schülern der 5.-10. Klassenstufe zu untersuchen. Vor allem in zwei Bereichen wird mit dieser Studie Neuland betreten: Mit der differenzierten quantitativen Erfassung der mathematischen Kompetenzentwicklung in unterschiedlichen curricularen Bereichen und Kompetenzklassen, und mit der Analyse der Mathematikemotionen von Schülerinnen und Schülern. Hierzu werden Messinstrumente entwickelt, die mathematische Kompetenzen und Mathematikemotionen über den gesamten Alters- und Leistungsbereich der Sekundarstufe I hinweg erfassen. Auf der Basis der längsschnittlich gewonnenen Ergebnisse werden (2) *Produkte für die pädagogische Praxis* entwickelt, die sich auf Standard- und Lehrplanentwicklung, Unterrichtsgestaltung, Lehrerbildung, Leistungs- und Emotionsdiagnostik sowie Unterrichtsevaluation beziehen.

Angestrebt wird damit, die überwiegend deskriptiv orientierten Erhebungen von Evaluationsstudien wie TIMSS und PISA um entwicklungs-, bedingungs- und praxisorientierte Analysen zu erweitern. Von solchen Vergleichsstudien wird häufig erwartet, über eine Beschreibung des Leistungsstandes von Schülern hinaus Aufschlüsse zu den Ursachen von Schülerleistungen und zu pädagogischen Handlungsmöglichkeiten zu liefern. Die querschnittliche Anlage der meisten dieser Studien aber lässt solche Aufschlüsse kaum zu. Es ist deshalb wiederholt gefordert worden, sie um

1 Die Studie wird gefördert durch Mittel der DFG (Pe 320/11-1, 320/11-2, 320/11-3, 320/11-4, 320/11-5) im Rahmen des DFG-Schwerpunktprogramms „Die Bildungsqualität von Schule" (BIQUA).

entwicklungs- und bedingungsanalytisch orientierte Untersuchungen sowie Interventionsstudien zu ergänzen (vgl. Pekrun, 2002; Walberg, 2000).

Direkter Bezugspunkt des Projekts sind die OECD-Erhebungen PISA („Programme for International Student Assessment"). Den Zielsetzungen des Schwerpunktprogramms BIQUA entsprechend bezieht sich das Projekt nicht auf alle Erhebungsbereiche von PISA, sondern konzentriert sich auf die Entwicklung und Förderung von Mathematikleistungen. Stichproben aus einer Kohorte von Schülern werden längsschnittlich so aufgegriffen und verfolgt, dass sie im Jahr 2006 parallel zu den PISA-Erhebungen (dritter Zyklus) untersucht werden können. Die Längsschnitterhebungen von PALMA konzentrieren sich auf die folgenden Ziele: (1) Analyse der Entwicklungsverläufe von mathematischen Kompetenzen; (2) Entwicklungs- und Bedingungsanalysen zu Mathematikemotionen und Schülermerkmalen im Fach Mathematik; und (3) Entwicklungs- und Bedingungsanalysen zu Kontextbedingungen in Unterricht, Schulklasse und Elternhaus. Variablenkonfiguration und Einzelvariablen sind zu den PISA-Erhebungen so parallelisiert, dass der Längsschnitt zur Aufklärung von Leistungsvariation in den PISA-Erhebungen beitragen kann und sich einander ergänzende Erkenntnisse aus diesen Erhebungen einerseits und dem Längsschnitt andererseits ergeben können.

2 Theoretischer Hintergrund und Forschungsstand

2.1 Entwicklung mathematischer Kompetenzen und Grundvorstellungen

Von besonderer Bedeutung für den Erwerb mathematischer Kompetenzen ist die Entwicklung von mentalen Repräsentationen mathematischer Konzepte und Verfahren, die wir als „Grundvorstellungen" bezeichnen. Grundvorstellungen sind Träger der Bedeutung mathematischer Inhalte und stiften Beziehungen zwischen Realität, Mathemathik und Individuum (Blum & vom Hofe, 2003; vom Hofe, 1995, 2003). Solche mentalen Repräsentationen sind für mathematisches Denken und Handeln notwendig, das über ein reproduktives Abarbeiten eingeübter Schemata hinausgeht. Zahlreiche empirische Studien belegen, dass mentale Repräsentationen mathematischer Inhalte für die Qualität mathematischen Problemlösens eine entscheidende Rolle spielen (vgl. etwa Fischbein et al., 1990, oder Duval, im Druck). Inadäquate Grundvorstellungen („Fehlvorstellungen") stellen eine Hauptursache für mathematische Lern- und Leistungsdefizite dar (vom Hofe & Wartha, im Druck).

Das PISA-Konzept einer „mathematical literacy" trägt der Bedeutung solcher Repräsentationen Rechnung (vgl. Baumert et al., 2001; Neubrand et al., 2001; Knoche et al., 2002). „Mathematical literacy" zeichnet sich durch eine explizite Anwendungsorientierung aus, wobei sich der Prozess des Lösens anwendungsorientierter mathematischer Probleme als Modellbildungskreislauf auffassen lässt. In einem solchen Kreislauf wird zunächst die jeweilige Sachsituation mathematisiert. Anschließend wird das entstandene mentale mathematische Modell zur rechnerischen oder konzeptuellen Problemlösung verwendet, und die Lösung wird auf ihre realen Folgerungen hin untersucht und aus der Perspektive der Ausgangssituation validiert (Blum, 1996; vom Hofe, Pekrun, Kleine & Götz, 2002; Kleine, 2003). Mit dem Konstrukt mathematischer Grundvorstellungen wird den kognitven Prozessen bei „Übersetzungen" zwischen realen Sachkontexten und mathematischen Konzepten in diesem Kreislauf besondere Beachtung geschenkt.

Die PALMA-Studie konzentriert sich auf die Erfassung der Ausprägung von grundvorstellungsintensiven Kompetenzen, die Analyse ihrer Entwicklung und die Identifizierung von Problemen beim Umgang mit Sachkontexten, die auf die Aktivierung von Fehlvorstellungen zurückzuführen sind. Dazu werden Modellierungskompetenzen in den Bereichen Arithmetik, Algebra und Geometrie erhoben und algorithmisch geprägten Kalkülkompetenzen gegenübergestellt.

2.2 Mathematikemotionen, Schülervoraussetzungen und Kontextbedingungen

Neben Intelligenz und Vorwissen sind emotionale und motivationale Schülerbedingungen wesentlich für die Leistungsentwicklung (Helmke & Weinert, 1997). Es ist anzunehmen, dass Emotionen auch im Fach Mathematik eine Schlüsselfunktion für Lernverhalten und Kompetenzerwerb zukommt. Darüber hinaus sind sie zentrale Indikatoren der Persönlichkeitsentwicklung und psychischen Gesundheit von Schülern. Die Förderung von Schüleremotionen ist deshalb nicht nur unter leistungsinstrumentellen Gesichtspunkten relevant, sondern auch als pädagogisches Ziel sui generis anzusehen.

Mit Ausnahme von Prüfungsangst aber wurden leistungsbezogene Schüleremotionen von der empirischen Forschung vernachlässigt (vgl. die Literaturrecherchen in Pekrun & Frese, 1992; Pekrun, Götz, Titz & Perry, 2002). Auch im Bereich Mathematik ist Angst diejenige Emotion, die in einer größeren Zahl von Studien untersucht wurde (vgl. Ma, 1999), während Emotionen wie Lernfreude, Leistungsstolz, Hoffnung, Ärger, Scham oder Langeweile in Mathematik weniger Aufmerksamkeit fanden. Fallberichte aber legen nahe, dass Unterricht und Aufgaben in Mathematik intensive Emotionen unterschiedlicher, auch positiver Art hervorrufen können (vgl. MacLeod, 1989; Op t'Eynde & DeCorte, 2000).

In einem *kognitiv-motivationalen Mediationsmodell* zu Emotionswirkungen nehmen wir auf dem Hintergrund der experimentellen Stimmungs- und Emotionsforschung an, dass Emotionen lernbezogene Prozesse induzieren oder beeinflussen, die ihrerseits der Kompetenzentwicklung zugrunde liegen. Angenommen wird dies vor allem für das Sach- und Fachinteresse und die Lernmotivation von Schülerinnen und Schülern, die Intensität und Persistenz ihrer Lernanstrengungen, die Wahl unterschiedlicher Lernstrategien, die Verfügbarkeit kognitiver Ressourcen beim Lernen (Aufmerksamkeit) und die Selbstregulation des Lernens (Pekrun, Götz, Titz & Perry, 2002).

Aus dem Modell lässt sich ableiten, dass aktivierend-positive Emotionen wie z.B. Lernfreude positiv zur Entwicklung von Interesse und Motivation beitragen, flexible und kreative Modi von Lernen und Problemlösen erleichtern, Aufmerksamkeitsressourcen auf die jeweilige Aufgabenstellung bündeln und sich damit positiv auf den Erwerb mathematischer Kompetenzen auswirken. Das Gegenstück sind desaktivierend-negative Emotionen wie Langeweile oder Hoffnungslosigkeit in Mathematik, die durchweg ungünstige Effekte ausüben dürften. Komplizierter sind die Verhältnisse bei aktivierend-negativen Emotionen wie Angst, Ärger oder Scham in Mathematik, die einerseits Interesse, intrinsische Motivation und Aufmerksamkeitsressourcen negativ beeinflussen, andererseits aber extrinsische Motivation und einen verstärkten Einsatz wiederholender Übestrategien begünstigen können, was – je nach Aufgabenstellung und Kompetenzbereich – den Modellannahmen zufolge auch zu positiven Leistungswirkungen führen kann.

Angesichts der mutmaßlichen Leistungsrelevanz von Mathematikemotionen lässt sich vermuten, dass die Kompetenzwirkungen von Unterrichts- und Sozialkontexten ebenfalls wesentlich von ihnen vermittelt werden. Ob Lehrer wirksam Schülerkompetenzen in Mathematik aufbauen, dürfte über kognitive Instruktionseffekte hinaus davon abhängen, ob sie bei ihren Schülern Freude an Mathematik oder aber Ärger und Langeweile auslösen. Auch für die mathematikbezogene Sozialisation in Elternhaus und Peergruppe ist vermutlich wesentlich, ob es gelingt, beim Schüler positive affektive Dispositionen in der Domäne Mathematik zu erzeugen.

Unsere Überlegungen zu den Kontextbedingungen der Emotionsentwicklung in Schule, Elternhaus und Peergruppe beruhen auf einem *Kontroll-Wert-Modell*, das Annahmen aus Erwartungs-Wert-Modellen und attributionalen Theorien zu integrieren sucht (Pekrun, 2000; Pekrun, Götz, Titz & Perry, 2002; Götz, Zirngibl, Pekrun & Hall, 2003). Angenommen wird, dass die Entwicklung von Emotionen und emotionsabhängigen Leistungen durch leistungsbezogene Kontrollerwartungen und Wertüberzeugungen von Schülern bedingt ist (also z.B. Selbstwirksamkeitserwartungen und Leistungsvalenzen in Mathematik). Im Sinne sozialkognitiv-lerntheoretischer Prinzipien der Entwicklungserklärung folgt aus dieser Annahme, dass Kontextfaktoren im Bereich Mathematik vor allem dann emotionswirksam werden, wenn sie die Kontroll- und Werteinschätzungen von Schülern in diesem Fach beeinflussen. Anzunehmen ist dies vor allem für die folgenden Gruppen von Faktoren (Abbildung 1): (1) Mathematikinstruktion und Kompetenzunterstützung in Schule und Elternhaus; (2) Autonomieunterstützung durch Lehrer und Eltern; (3) Leistungserwartungen dieser Bezugspersonen; (4) Leistungsrückmeldungen und leistungskontingente Sanktionen; sowie (5) Akzeptanz, Vertrauen und soziale Einbindung in der Interaktion mit Mathematiklehrkräften, Klassenkameraden und Eltern.

Eine Folgerung aus diesen Annahmen ist, dass Emotionsentwicklung und Kompetenzerwerb in Mathematik sich über die Schuljahre hinweg vermutlich wechselseitig beeinflussen (reziproke Bedingungsbeziehungen von Mathematikemotionen und mathematischen Kompetenzen): Die mathematikbezogenen Emotionen von Schülerinnen und Schülern wirken sich auf den Kompetenzerwerb aus; Rückmeldungen zum Gelingen dieses Kompetenzerwerbs (z.B. in Gestalt von Schulnoten) aber sind als wesentliche Quelle von emotionsbedingenden Kontrollerwartungen und Wertüberzeugungen anzusehen.

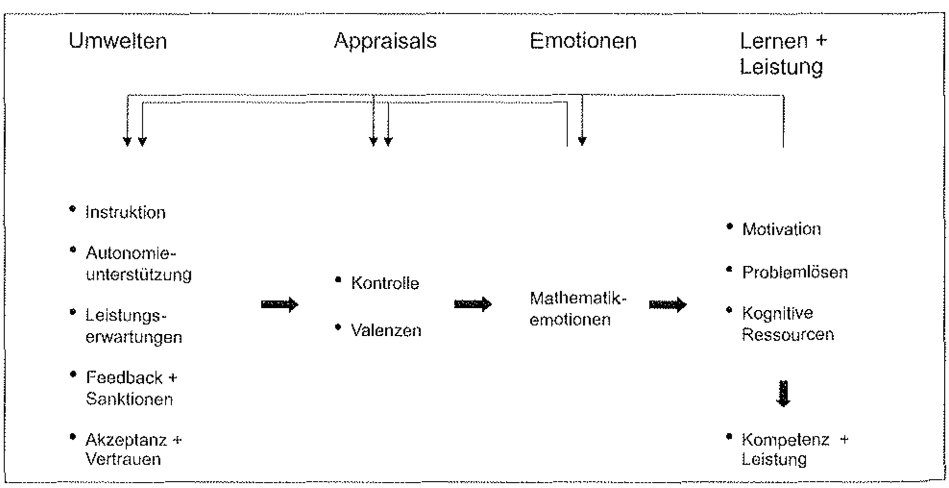


Abb. 1: Sozialkognitive Kontroll-Wert-Theorie der Emotionsentwicklung

3 Methodisches Vorgehen

3.1 Design, Stichproben und Untersuchungsdurchführung

PALMA umfasst eine quantitativ orientierte Längsschnittstudie mit jährlichen Erhebungen von der 5. bis zur 10. Klassenstufe und ergänzende qualitative Interviewstudien. Die Studie wurde im Schuljahr 2001/02 begonnen, zum Zeitpunkt dieses Berichts sind die Erhebungen der ersten beiden Messzeitpunkte abgeschlossen (5. und 6. Klassenstufe). Die Stichproben bestehen aus einer repräsentativen bayerischen Schülerstichprobe aus derjenigen Kohorte von Schülerinnen und Schülern, die im Schuljahr 2005/06 an den PISA-Erhebungen teilnehmen wird, sowie deren Mathematiklehrkräften und Eltern. Vorbereitend wurden Pilotstudien und zwei querschnittliche Voruntersuchungen zur Entwicklung von Erhebungsinstrumenten durchgeführt. Die Ziehung und Rekrutierung der Längsschnittstichproben liegt ebenso wie die technische Durchführung der quantitativen Erhebungen des Längsschnitts in den Händen des Data Processing Center (DPC) der IEA (International Association for the Evaluation of Educational Achievement), das u.a. auch mit der Durchführung von PISA und IGLU in Deutschland beauftragt ist. Den Stichprobenziehungen wurden Poweranalysen zur Ermittlung der notwendigen Stichprobengrößen zugrunde gelegt (Cohen, 1988, 1992). Eine Beschreibung des methodischen Vorgehens bei der Stichprobenziehung findet sich in Pekrun, vom Hofe und Blum (2002).

Die Erhebungen des *ersten Messzeitpunkts* (Ende der 5. Jahrgangsstufe) wurden im Mai/Juni 2002 durchgeführt. Die Stichproben dieses Messzeitpunkts bestanden aus N = 2.070 Schülern (n = 1.043/1.027 Jungen und Mädchen, Durchschnittsalter zum Erhebungszeitpunkt 11;8 Jahre) aus 83 Klassen und 42 Schulen (Hauptschulen, Realschulen, Gymnasien; Ziehung von zwei Klassen pro Schule, mit Ausnahme einer einzügigen Hauptschule). Die realisierte Elternstichprobe umfasste N = 1.977 Eltern, die Lehrerstichprobe alle 83 Mathematiklehrkräfte der einbezogenen Klassen (dies entspricht hohen Rücklaufquoten von 94.8% bzw. 100%).

Zum *zweiten Messzeitpunkt* (Ende der 6. Jahrgangsstufe) umfassten die Stichproben N = 2.059 Schüler (n = 1.029/1.030 Jungen und Mädchen; Altersdurchschnitt 12;9 Jahre) aus 81 Klassen der einbezogenen 42 Schulen (Schwund von zwei Klassen durch Klassenzusammenlegungen) sowie 1.883 Schülereltern und 76 Mathematiklehrkräfte der betreffenden Klassen (Rücklaufquoten von 91.2% bzw. 93.8%).

Ein zentraler Gesichtspunkt der Stichprobenstrategie des Längsschnitts ist die Einbeziehung von *Klassenwiederholern*, um die in schulbezogenen Längsschnittuntersuchungen häufige, über Jahrgangsstufen hinweg zunehmende Positivselektion von Schülerstichproben zu vermeiden. Die 43 Klassenwiederholer, die nicht die Schule gewechselt hatten, wurden deshalb in der Stichprobe belassen. Von ihnen nahmen n = 35 (81.4%) zum zweiten Messzeitpunkt wieder an den Erhebungen teil.

Die quantitativen Schülererhebungen umfassten zu jedem Messzeitpunkt einen Testtag (vier Schulstunden, hiervon zwei Stunden Mathematiktest). Hinzu kamen die standardisierten Lehrer- und Elternbefragungen. Ferner wurden zum zweiten Messzeitpunkt ausgewählte Schülerinnen und Schüler (N = 101) in qualitativen, jeweils 30-minütigen Einzelinterviews zu mathematischen Aufgabenlösungsstrategien, ihrer affektiv-motivationalen Entwicklung und ihren sozialen Umwelten befragt (erste Ergebnisse in Herwig, 2004; Kuhl, 2004; Krupp, 2004).

Tab. 1: Übersicht zu den Variablen der PALMA-Längsschnittstudie

Mathematikleistungen

1. *Mathematische Kompetenzen und Leistungen*
   - 1.1 Modellierungskompetenzen in Arithmetik, Algebra und Geometrie
   - 1.2 Kalkülkompetenzen
   - 1.3 Klassenarbeits- und Zeugnisnoten

Mathematikemotionen, Schülermerkmale [a]

2. *Mathematikemotionen*
   - 2.1 Positive Emotionen (Freude, Stolz)
   - 2.2 Negative Emotionen (Ärger, Angst, Scham, Hoffnungslosigkeit, Langeweile)
3. *Kognitive Schülermerkmale*
   - 3.1 Intelligenz (kognitive Grundfähigkeiten: verbales und non-verbales reasoning)
   - 3.2 Selbstbezogene Kognitionen (Selbstwirksamkeit, Fach- und Leistungsvalenz)
4. *Motivation, Problemlöseverhalten und Selbstregulation in Mathematik*
   - 4.1 Interesse, intrinsische vs. extrinsische Motivation
   - 4.2 Flexibel-kreative vs. algorithmische Lern- und Problemlösestrategien
   - 4.3 Anstrengung und Aufmerksamkeitsressourcen
   - 4.4 Selbst- vs. Fremdregulation von Lernen und Problemlösen

Unterricht und Schulklasse [b]

5. *Sozio-demographische und strukturelle Klassen- und Schulmerkmale*
6. *Mathematikinstruktion und Lehrerverhalten*
   - 6.1 Instruktion
     - 6.1.1 Implementiertes Curriculum
     - 6.1.2 Zeitnutzung
     - 6.1.3 Modellierender vs. kalkülorientierter Unterricht
     - 6.1.4 Unterrichtsengagement
   - 6.2 Autonomieunterstützung
   - 6.3 Leistungserwartungen, Leistungsdruck
   - 6.4 Leistungsrückmeldungen (Noten), leistungskontingente Sanktionen
   - 6.5 Akzeptanz und Vertrauen in der Lehrer-Schüler-Beziehung
7. *Peers: Wertschätzung von Mathematik in der Schulklasse*

Elternhaus [c]

8. *Sozio-demographische Variablen*
9. *Kulturelles Kapital: Ausstattung des Elternhauses, kulturelle Aktivitäten*
10. *Eltern-Kind-Beziehungen in Mathematik*
    - 10.1 Instruktion und Kompetenzunterstützung
      - 10.1.1 Modell- und Instruktionsverhalten der Eltern
      - 10.1.2 Familiäre Wertschätzung von Mathematik
    - 10.2 Autonomieunterstützung
    - 10.3 Leistungserwartungen, Leistungsdruck
    - 10.4 Sanktionsverhalten nach Schulleistungen

Anmerkungen. [a] 29 Selbstberichtskalen, 151 Items. [b] Erhebung zu den Instruktionsvariablen auch aus der Lehrerperspektive (inhaltlich parallelisiert). Schülerfragebogen: 14 Skalen, 64 Items; Lehrerfragebogen: 16 Skalen, 79 Items). [c] Erhebung jeweils auch aus der Elternperspektive (inhaltlich parallelisiert). Schülerfragebogen: 10 Skalen, 43 Items; Elternfragebogen: 6 Skalen, 28 Items.

3.2 Variablen und Instrumente

Die Variablenkonfiguration der PALMA-Studie beruht u.a. auf Kompetenzkonzepten im Sinne von „mathematical literacy" und auf der skizzierten Kontroll-Wert-Theorie der Emotions- und Kompetenzentwicklung (s.o. 2.1, 2.2). Dabei wurde angestrebt, eine hinreichende Parallelisierung zur Konzeption der PISA-Erhebungen sicherzustellen. Einbezogen wurden (1) mathematische Kompetenzen, (2) Mathematikemotionen und weitere Schülermerkmale sowie (3) Kontextbedingungen in Unterricht, Schulklasse und Elternhaus (Übersicht in Tabelle 1). Die Instrumente zur Erhebung dieser Variablen sind in den Pilotstudien und Voruntersuchungen des Projekts entwickelt und erfolgreich erprobt worden (Pekrun, vom Hofe & Blum, 2003).

Zur Erhebung von *mathematischen Kompetenzen* kommt ein in diesem Projekt entwickelter, Rasch-skalierter Leistungstest zum Einsatz, der zur differenzierten quantitativen Erfassung der mathematischen Leistungsentwicklung in unterschiedlichen Kompetenzbereichen geeignet ist (Regensburger Mathematikleistungstest für 5.-10. Klassen; vom Hofe, Pekrun, Kleine & Götz, 2002). Abbildung 2 zeigt zwei Beispielaufgaben und ihre Lösungshäufigkeiten in der 6. Klassenstufe. Die Abbildung zeigt einen Ausschnitt aus dem Newsletter des Projekts, der jährlich den beteiligten Schülern, Mathematiklehrern und Eltern versandt wird (Jullien & Wartha, 2003; Wartha & Jullien, 2004).

Aufgabe (1) ist ein Beispiel für eine typische **Kalkülaufgabe**, Aufgabe (2) für eine **Modellierungsaufgabe**.

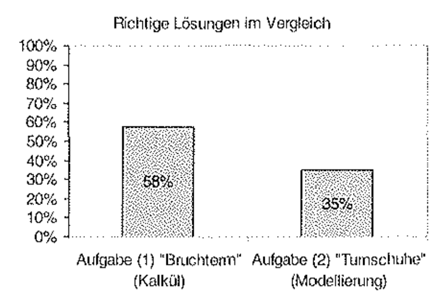
Aufgabe (1) „Bruchterm"

Berechne: $\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{5}\right)$

Aufgabe (2) „Turnschuhe"

Lukas möchte sich neue Sportschuhe für 80 € kaufen. Er hat schon 1/3 des Preises gespart. Wie viel € benötigt er noch, um sich die Schuhe kaufen zu können?

Aufgabe (2) erfordert das „Mathematisieren" einer Alltagssituation, d.h. das Problem muss erst "in die Mathematik übersetzt" werden. Um das Problem übersetzen zu können, benötigt man Vorstellungen, welche Rechenschritte zu den gegebenen Sachverhalten passen; solche Vorstellungen nennt man Grundvorstellungen. Bei Aufgabe (2) ist zum Beispiedie Vorstellung erforderlich, dass 1/3 von 80 € rechnerisch eine Multiplikation bedeutet, nämlcih 1/3 · 80 € und nicht etwa eine Subtraktion.



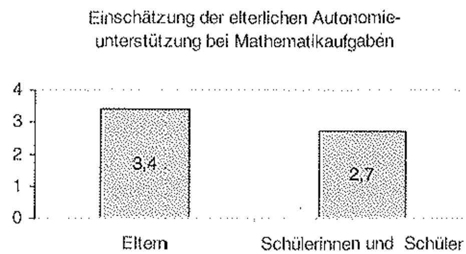
In der nebenstehenden Abbildung ist dargestellt, wie viel Prozent der Schülerinnen und Schüler diese Aufgaben jeweils richtig gelöst haben. Wie man sieht, wurde die Modellierungsaufgabe (2) seltener gelöst als die Kalkülaufgabe (1). Dieses Ergebnis zeigt sich im gesamten Test: Während Kalkülaufgaben gut oder befriedigend gelöst werden, gibt es noch Defizite bei Aufgaben, die Modellierungen erfordern.

Abb. 2: Auszug aus den „PALMA-News 2" (2. Messzeitpunkt)

Zur Erfassung von *Mathematikemotionen* dienen die ebenfalls für diesen Längsschnitt entwickelten Münchener Skalen zu Mathematikemotionen. Die *kognitiven Grundfähigkeiten* der Schüler werden ähnlich wie in den PISA-Erhebungen anhand des KFT (Kognitiver Fähigkeitstest) von Heller und Perleth (2000) erhoben. *Selbstbezogene*

Kognitionen, Motivation, Lern- und Problemlöseverhalten und *Aufmerksamkeitsressourcen* in Mathematik werden mit Selbstberichtskalen erfasst, die in paralleler Weise für die nationalen PISA-Erhebungen und diesen Längsschnitt entwickelt worden sind. Das Instrumentarium zu den Bereichen *Unterricht, Schulklasse* und *Elternhaus* umfasst zentrale Indikatoren zu Mathematikinstruktion und den Sozialumwelten innerhalb dieser drei Kontexte (s. Abbildung 3 zu zwei Beispielitems, Auszug aus dem Newsletter, 6. Jahrgangsstufe).

Ein wichtiger Punkt bei der Hausaufgabenhilfe ist, dass Eltern ihren Kindern bei aller tatkräftigen Unterstützung auch noch Freiräume lassen sollten. Die nebenstehende Graphik zeigt die Unterschiede in der Wahrnehmung von solchem „autonomieunterstützenden" Verhalten der Eltern. Die Schülerinnen und Schüler sollten den Grad ihrer Zustimmung zu der folgenden Aussage angeben: „Wenn mir meine Eltern bei den Mathematik-Hausaufgaben helfen, ermuntern sie mich, erst mal selbst die richtige Lösung zu finden".



Bei den Eltern handelte es sich um die folgende Aussage: „Wenn wir unserer Tochter / unserem Sohn bei den Mathematik-Hausaufgaben helfen, ermuntern wir sie / ihn, erst mal selbst die richtige Lösung zu finden." Der Grad der Zustimmung wird durch fünf Werte ausgedrückt, wobei 0 für „stimmt gar nicht" steht, 1 für „stimmt kaum", 2 für „stimmt etwas", 3 für „stimmt eher" und 4 für „stimmt genau". Es zeigt sich, dass Eltern ihre Autonomieunterstützung höher einschätzen als ihre Kinder. Insgesamt jedoch ist erfreulicherweise festzustellen, dass sowohl Eltern wie auch ihre Kinder die Autonomieunterstützung bei den Mathematikhausaufgaben als relativ hoch bewerten.

Abb. 3: Auszug aus den „PALMA-News 2" (2. Messzeitpunkt)

4 Erste Befunde

4.1 Instrumentenentwicklung

Ein wesentliches Ziel der PALMA-Studie liegt in der Entwicklung der genannten Messinstrumente. Diese Instrumente sollen in der Längsschnittuntersuchung des Projekts, darüber hinaus aber auch in der pädagogisch-diagnostischen Praxis einsetzbar sein. Einige der eingesetzten Verfahren konnten aus vorliegenden Studien übernommen bzw. adaptiert werden (u.a. Skalen aus der Studie „Bildungsverläufe und psychosoziale Entwicklung im Jugendalter", BIJU, Baumert, Gruehn, Heyn, Köller & Schnabel, 1997). Neu entwickelt wurden vor allem der Regensburger Mathematikleistungstest für 5.-10. Klassen und die Münchener Skalen zu Mathematikemotionen.

4.1.1 Regensburger Mathematikleistungstest für 5.-10. Klassen

Der für den Längsschnitt entwickelte Leistungstest setzt sich aus vier Komponenten zusammen: drei Subtests zu den grundvorstellungsintensiven Inhaltsbereichen Arithmetik, Algebra und Geometrie, mit denen Modellierungskompetenzen erfasst werden, sowie einem Subtest zur Erfassung algorithmisch geprägter Kalkülkompetenzen. Der Test wurde auf der Basis des logistischen Modells von Rasch konstruiert. In diesem

Modell sind Personenfähigkeit und Itemschwierigkeit zwei voneinander unabhängige Variablen, die das Antwortverhalten eines Probanden erklären (Carstensen, 2000; Embretson & Reise, 2000). Anhand dieses Modells lassen sich Leistungen von Probanden, die unterschiedliche Items gelöst haben, auf einer gemeinsamen Skala abbilden. Der Regensburger Mathematikleistungstest ermöglicht es, die genannten Kompetenzbereiche über alle Jahrgangsstufen der Sekundarstufe I hinweg zu erfassen. Er ist inhaltlich und methodisch zu den nationalen PISA-Skalen im Bereich Mathematik äquivalent und erlaubt es, die Längsschnittstudie mit den PISA-Erhebungen zu vernetzen.

Die Items zur Erfassung von Modellierungskompetenzen in Arithmetik, Algebra und Geometrie sind so konstruiert, dass sie durchgängig Modellierungsprozesse und damit die Aktivierung von Grundvorstellungen erfordern. Zur Einordnung dieser Items nach ihrer *Grundvorstellungsintensität* wurde in Zusammenarbeit mit der deutschen PISA-Expertengruppe Mathematik ein Klassifizierungssystem entwickelt, dessen Stufen auf Analysen zu Art und Anzahl der zur Lösung erforderlichen Grundvorstellungen basieren (vgl. Blum, vom Hofe, Jordan & Kleine, im Druck). In den Voruntersuchungen von PALMA wurde dieses System einer Evaluation unterzogen. Anhand von Interviewserien wurde überprüft, inwieweit die aus normativer Sicht vorgenommenen Klassifizierungen dem tatsächlichen Schülerverhalten entsprechen. Die auf diese Weise gewonnenen Stufen des Systems lassen sich wie folgt beschreiben:

- *Elementare Grundvorstellungen*: Solche Vorstellungen sind auf konkrete Handlungen bzw. reale Objekte bezogen (z.B. Vervielfachen als Grundvorstellung der Multiplikation).
- *Erweiterte Grundvorstellungen*: Handlungsnahe elementare Vorstellungen werden in nicht-trivialer Weise kombiniert, oder die Vorstellungen sind von realen Handlungen abgelöst (z.B. Kovariation als funktionale Vorstellung).
- *Komplexe Grundvorstellungen*: Erweiterte Grundvorstellungen werden kombiniert. Dabei entstehen Begrifflichkeiten höherer Stufen (z.B. lokale Änderungsrate als Vorstellung der Ableitung). Komplexe Grundvorstellungen spielen in der Sekundarstufe I noch keine große Rolle.

Anhand dieser Differenzierungen lassen sich vier Stufen der „Grundvorstellungsintensität" von Items definieren. Sind zur Bearbeitung eines Items keine Grundvorstellungen erforderlich, wird es in Stufe 0 eingeordnet. Tabelle 2 zeigt die Verteilung der Grundvorstellungsintensität der Testitems, die in den Erhebungen der ersten beiden Messzeitpunkte des Längsschnitts eingesetzt wurden.

Tab. 2: Verteilung der Items nach der Variable „Grundvorstellungsintensität"

Stufe	MZP 1	MZP 2
0	15	14
1	38	51
2	10	24
3	-	-
gesamt	63	89

Es konnte nachgewiesen werden, dass die Grundvorstellungsintensität von Items für ihre Schwierigkeit von zentraler Bedeutung ist. Regressionsanalysen ergaben für die ersten beiden Messzeitpunkte des Längsschnitts jeweils eine durch die Grundvorstellungsintensität erklärte Varianz der Itemschwierigkeiten von etwa 40% (MZP 1: $\beta = .64$, $p < .001$, $R^2 = .41$; MZP 2: $\beta = .64$, $p < .001$, $R^2 = .40$; als Schwierigkeitsparameter wird der aus dem Rasch-Modell abgeleitete Itemparameter verwendet). Dieser Befund spricht für die grundvorstellungsbezogene Validität der Items: Aus den Schwierigkeiten der Items lässt sich auf die Intensität ihres Grundvorstellungsgehalts rückschließen, und aus der Lösung solcher Items auf die Grundvorstellungen der getesteten Schüler. Ferner wurden von der deutschen PISA-Expertengruppe Mathematik anhand des gleichen Klassifizierungssystem Analysen zum Zusammenhang von Grundvorstellungsintensität und Schwierigkeit bei den Items des Mathematiktests von PISA 2000 durchgeführt. Bei Items, die Modellierungsprozesse erfordern, zeigte sich eine ähnliche Aufklärung der Varianz der Itemschwierigkeiten. Dies lässt auf die Tragfähigkeit der Variable „Grundvorstellungsintensität" zur Beschreibung des kognitiven Anspruchs solcher Items schließen (vgl. Blum, vom Hofe, Jordan & Kleine, in Druck).

Neben den üblichen Modellgeltungstests wurden zur Prüfung der Konformität der Items mit dem Raschmodell Kriterien zur Itemanalyse entwickelt, anhand derer man prüfen kann, ob das empirische Lösungsverhalten dem theoretisch erwarteten Lösungsverlauf entspricht (Kleine, 2003). Zentral ist dabei der itemspezifische Vergleich zwischen dem theoretischen Verlauf der charakteristischen Itemfunktion nach Rasch und dem Lösungsverhalten der Probanden. Abbildung 4 zeigt einen solchen Verlauf exemplarisch für das Item „Lotto". Wesentlich ist darüber hinaus auch ein Vergleich der Mittelwerte von Fähigkeits- und Itemparametern, der zeigt, inwieweit die Schwierigkeit des Tests alters- bzw. fähigkeitsgerecht kalibriert ist. Es zeigt sich, dass Fähigkeits- und Itemparameter zu beiden vorliegenden Messzeitpunkten des Längsschnitts jeweils im Wesentlichen übereinstimmen; dies liefert ein Indiz für eine altersangemessene Erfassung mathematischer Kompetenzen durch den Regensburger Test (Tabelle 3).

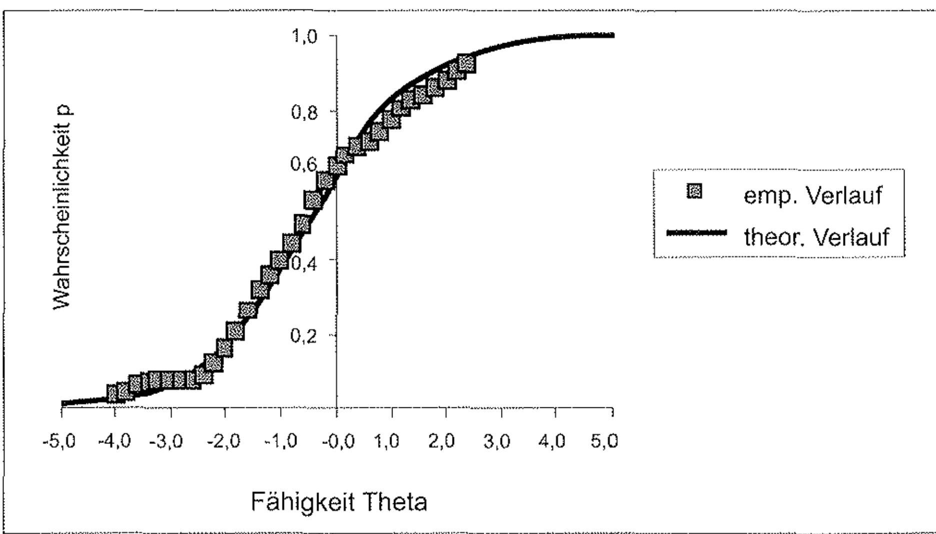


Abb. 4: Theoretischer und empirischer Verlauf der Itemfunktion des Items „Lotto"

Tab. 3: Mittlere Fähigkeits- und Itemparameter

	Fähigkeitsparameter		Itemparameter	
	$\bar{\theta}$	σ	$\bar{x}$	σ
MZP 1	.04	.99	.00	1.32
MZP 2	.14	1.03	.00	1.73

4.1.2 Skalen zu Mathematikemotionen, Schülervoraussetzungen und Kontexten

Zur Diagnostik von Mathematikemotionen wurde ein Instrument entwickelt, das sieben Emotionen im Fach Mathematik erfasst (Freude, Stolz, Ärger, Angst, Scham, Langeweile, Hoffnungslosigkeit). Die Skalen zu diesen Emotionen umfassen jeweils Subskalen zu der betreffenden Emotion in Unterrichts-, Hausaufgaben- und Prüfungssituationen in Mathematik. Auch für weitere Schülervoraussetzungen und für Kontextbedingungen der Schülerentwicklung wurden Selbstberichtskalen entwickelt. Bei den Skalen zu Unterrichts- und Sozialkontexten handelt es sich um parallelisierte Skalen zur Erfassung aus Schüler-, Eltern- und Lehrerperspektive. Dies macht es möglich, diese Perspektiven auf Übereinstimmung und relativen Vorhersagewert hin zu untersuchen. Insgesamt besteht das Instrumentarium zu Schüler- und Kontextmerkmalen aus den folgenden Bestandteilen:

- Emotionen (Münchener Skalen zu Mathematikemotionen)
- Schülervoraussetzungen (Schülerfragebogen)
- Prozessvariablen der Aufgabenbearbeitung (Befragung im Mathematiktest)
- Fachübergreifende kognitive Grundfähigkeiten (Intelligenztest)
- Mathematikunterricht (Schüler- und Lehrerfragebogen)
- Peergruppe (Schülerfragebogen)
- Elternhaus (Schüler- und Elternfragebogen)

Tabelle 4 zeigt exemplarisch Itemzahlen und Konsistenzreliabilitäten für einige zentrale Skalen. Die Befunde deuten auf günstige Skaleneigenschaften hin, ferner erwiesen sich die meisten der Skalen als skalierbar nach dem Raschmodell. Item- und Reliabilitätsanalysen sowie Quellennachweise finden sich in Pekrun, Götz, Jullien, Zirngibl, v. Hofe & Blum (2002, 2003).

Tab. 4: Itemzahlen und Reliabilitäten zentraler Skalen

	Itemzahl				Reliabilität (α)			
	MZP 1		MZP 2		MZP 1		MZP2	
Mathematikemotionen und Schülermerkmale[a]								
Emotionen								
Freude	9		9		.87		.87	
Stolz	8		8		.87		.88	
Angst	15		15		.90		.90	
Langeweile	6		6		.86		.88	
Interesse und Motivation								
Interesse an Mathematik	6		6		.87		.88	
Leistungsmotivation Mathematik	8		8		.83		.85	
Regulation und Lernstrategien								
Selbstregulation Lernen Mathematik	6		6		.69		.69	
Deklarative Elaboration Mathematik	6		6		.77		.80	
Mathematikunterricht: Skalen für Schüler und Lehrkräfte[b]								
Zeitnutzung								
Unterrichtsstörungen	5	5	5	5	.84	.93	.84	.93
Instruktionsqualität								
Modellierung und Vernetzung	11	11	11	11	.88	.85	.90	.81
Autonomiegewährung	6	5	6	5	.70	.67	.76	.69
Leistungsdruck	5	-	5	-	.72	-	.74	-
Leistungskontingente Reaktionen								
Individuelle Bezugsnormorientierung	-	4	-	4	-	.81	-	.83
Elternhaus und Peers: Skalen für Schüler und Eltern[c]								
Kompetenzunterstützung								
Elterliches Modellverhalten	4	5	4	5	.77	.82	.77	.81
Leistungsdruck	6	-	6	-	.75	-	.75	-
Leistungskontingente Reaktionen								
Unterstützung nach Misserfolg	4	-	4	-	.81	-	.81	-
Peers								
Wertschätzung von Mathematik in der Schulklasse	3	-	3	-	.84	-	.84	-

Anmerkungen. [a] MZP 1 = Längsschnitt 5. Klasse, $N = 2.070$; MZP 2 = Längsschnitt 6. Klasse, $N = 2.059$. [b] Linker / rechter Koeffizient: Schülerskala / Lehrerskala. MZP 1 = Längsschnitt 5. Klasse, Schülerperspektive: $N = 2.070$, Lehrerperspektive: $N = 83$; MZP 2 = Längsschnitt 6. Klasse, Schülerperspektive: $N = 2.059$, Lehrerperspektive: $N = 76$. [c] Linker / rechter Koeffizient: Schülerskala / Elternskala. MZP 1 = Längsschnitt 5. Klasse, Schülerperspektive: $N = 2.070$. Elternperspektive: $N = 1.977$; MZP 2 = Längsschnitt 6. Klasse, Schülerperspektive: $N = 2.059$, Elternperspektive: $N = 1.883$.

4.2 Befunde zur Schülerentwicklung in Mathematik

4.2.1 Mathematische Kompetenzen

Um die Entwicklung mathematischer Kompetenzen analysieren zu können, wurden die Leistungswerte für die beiden vorliegenden Messzeitpunkte gemeinsam skaliert. Erwartungsgemäß zeigt sich von der 5. zur 6. Klassenstufe ein signifikanter Zuwachs der mittleren Kompetenzwerte von etwas mehr als einer halben Standardabweichung. Ferner findet sich zu jedem Zeitpunkt die erwartete Reihung der Durchschnittswerte für Gymnasiasten, Realschüler und Hauptschüler. Allerdings ist die Kompetenzzunahme im Gymnasium mit ca. zwei Dritteln einer Standardabweichung signifikant höher als der Zuwachs bei den Realschülern und Hauptschülern, der sich im Bereich einer halben Standardabweichung bewegt. Es deutet sich also eine überdurchschnittliche Kompetenzzunahme im Gymnasium an, hinter der die Entwicklung in Realschule und Hauptschule zurückbleibt. Dies ist möglicherweise ein erster Hinweis auf einen Schereneffekt der Kompetenzentwicklung, der in den nachfolgenden Messzeitpunkten näher zu untersuchen sein wird. Mögliche Gründe liegen in der Unterrichtsgestaltung in den drei Schularten (s.u.).

Untersucht wurde darüber hinaus die Kompetenzentwicklung in unterschiedlichen *Kompetenz- und Lehrplanbereichen*. Die Analysen hierzu sind noch nicht abgeschlossen, exemplarisch kann dies aber für das Gymnasium dargestellt werden. Hier zeigen sich bereichsabhängig unterschiedliche Entwicklungstendenzen. So ist z.B. der Leistungszuwachs von der 5. zur 6. Klassenstufe bei den kalkülorientierten Kompetenzen wesentlich größer als im Bereich der Algebra. Dieses Ergebnis lässt sich im Einklang mit unserer Hypothese interpretieren, dass im Zuge der Zahlenbereichserweiterungen in der 6. Jahrgangsstufe inhaltliches mathematisches Denken häufig durch kalkülhafte Regelanwendung ersetzt wird. In weiteren Datenanalysen wird zu prüfen sein, inwieweit sich eine solche Kalkülorientierung von Unterricht und Lernen ungünstig auf den Erwerb angemessener Grundvorstellungen auswirkt bzw. ihrerseits durch unzureichende Grundvorstellungen von Schülern begünstigt wird.

Auch innerhalb *einzelner Schulklassen* lassen sich unterschiedliche Werteverläufe für die Subskalen des Leistungstests finden. Neben positiven Lernzuwächsen zeigen sich auch klassenspezifische *Stagnationen*. So lassen sich z.B. für bestimmte Gymnasialklassen keine signifikanten Veränderungen der algebraischen Fähigkeiten vom ersten zum zweiten Messzeitpunkt beobachten. Ferner ergeben sich auf Klassenebene spezifische Lernverläufe zu einzelnen mathematischen Kompetenzbereichen. Als Beispiel lässt sich auch hier das Item „Lotto" zitieren. Inhaltlich sind zur Lösung dieses Items Fähigkeiten aus dem Bereich Antiproportionalität erforderlich. Untersucht man die Kompetenzentwicklung in der Gesamtstichprobe, so ist in allen drei Schularten eher eine Stagnation der Leistungsentwicklung zu sehen (Abbildung 5a). Betrachtet man jedoch die Entwicklungen in einzelnen Klassen, so lassen sich sowohl Einbrüche als auch positive Lernzuwächse identifizieren (Abbildung 5b, Klassen 31 und 62). In den weiteren quantitativen und qualitativen Analysen wird zu klären sein, inwieweit diese Entwicklungsunterschiede darauf zurückzuführen sind, dass Grundvorstellungen unterschiedlich erfolgreich aufgegriffen und weiterentwickelt wurden, und welche Unterrichtsfaktoren sich hier positiv oder negativ auswirken.

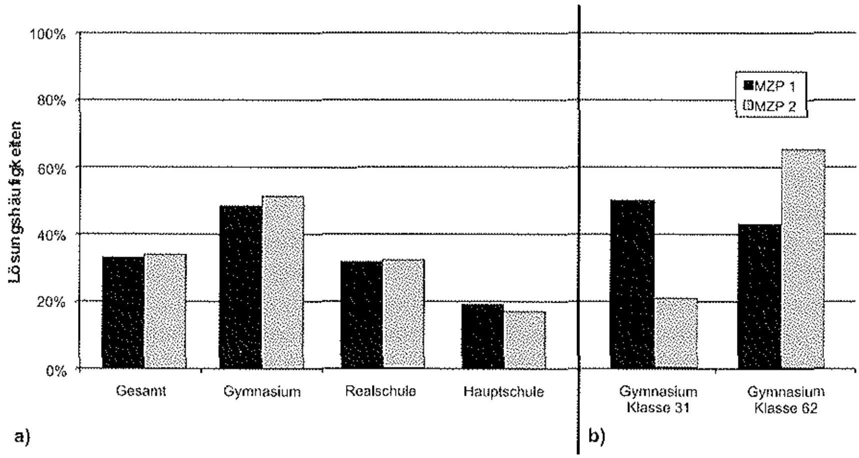


Abb: 5: Lösungshäufigkeiten des Items „Lotto" a) in den einzelnen Schulformen; b) in ausgewählten Gymnasialklassen

4.2.2 Mathematikemotionen, Schülervoraussetzungen und Kontextbedingungen

Im Bereich der emotionalen und motivationalen Lernvoraussetzungen deutet sich von der 5. zur 6. Klassenstufe eine insgesamt eher ungünstige Entwicklung an. So zeigen die durchschnittlichen Werte für *Mathematikfreude* einen Abfall in der Größenordnung von etwa einer halben Standardabweichung, während *Ärger* und *Langeweile* signifikant zunehmen. Diese Entwicklung ist kongruent zum Absinken der Werte für Selbstwirksamkeit und für die Wertschätzung von Mathematik und von Leistungen in diesem Fach. Ferner sinken auch die Werte für die selbstberichtete Lernanstrengung in Mathematik.

Auffällig ist ferner, dass die Durchschnittswerte für *selbstreguliertes Lernen* in Mathematik abfallen (wahrgenommene Selbstregulation von Lernzielen, Lernstrategien und Lernerfolgskontrolle), während die wahrgenommene Fremdregulation durch Lehrer und Eltern ansteigt. Da Kompetenzen zur Selbstregulation im Jugendalter eher zunehmen, könnten mögliche Gründe in der Gestaltung des Mathematikunterrichts und einer unzureichenden Autonomieunterstützung durch Bezugspersonen liegen. Diese Vermutung wird von den Befunden zur Entwicklung von Unterricht und Eltern-Kind-Beziehungen in Mathematik gestützt. Während sich die schülerperzipierte Nutzung von Lehr-Lern-Zeiten nicht wesentlich ändert, sind die Durchschnittswerte für einen modellierenden Unterricht und für Verständlichkeit, Abwechslung und Autonomieunterstützung im Mathematikunterricht in der 6. Jahrgangsstufe geringer als in der 5. Klasse.

Allerdings zeigen sich für *Hauptschule, Realschule* und *Gymnasium* auch hier teils unterschiedliche Werteverläufe. Diese Verläufe sind zu den Schulartunterschieden in der Entwicklung mathematischer Kompetenzen kongruent. Während die Werte für modellierenden, problemlöseorientierten und autonomieunterstützenden Unterricht in Hauptschule und Realschule deutlich abnehmen, bleiben sie im Gymnasium im Wesentlichen stabil. In ähnlicher Weise sinken die Durchschnittswerte für selbstreguliertes Lernen in Hauptschule und Realschule, zeigen im Gymnasium hingegen keine wesentliche Verschlechterung. Diese Entwicklungsunterschiede der Qualität von Unterricht und Lernen könnten erklären, warum die Zunahme mathematischer Kompetenzen von der 5. zur 6. Jahrgangsstufe bei Gymnasiasten signifikant größer ausfällt als bei Hauptschülern und Realschülern (s.o. 4.2.1).

Im weiteren Verlauf des Längsschnitts wird zu untersuchen sein, inwieweit sich diese Entwicklungstrends über die Jahrgangsstufen der Sekundarstufe I hinweg fortsetzen. Ferner werden die weiteren Datenanalysen zeigen, welche klassen- und elternhausspezifischen Entwicklungen diesen Veränderungen zugrunde liegen.

4.2.3 Zusammenhänge von Emotionen und Kompetenzerwerb in Mathematik

Bereits querschnittlich zeigen sich enge Zusammenhänge zwischen Schüleremotionen in Mathematik einerseits und Lernprozessen sowie Leistungen in diesem Fach andererseits. So korreliert Mathematikfreude zu beiden Messzeitpunkten deutlich positiv mit Interesse, Lernmotivation, Elaborationsstrategien, selbstreguliertem Lernen, Zeugnisnoten und Testleistung in Mathematik, während diese Korrelationen für Emotionen wie Angst, Hoffnungslosigkeit und Langeweile überwiegend negativ ausfallen. Eine Ausnahme sind die unerwartet schwachen, nahe Null liegenden Korrelationen von Langeweile mit der Noten- und Testleistung in Mathematik. Befunde aus unseren qualitativen Zusatzinterviews, die für nichtlineare Rückwirkungen von Schülerleistungen auf die Emotionsentwicklung sprechen, könnten hier eine Erklärung bieten. Langeweile in Mathematik kann sich diesen Befunden zufolge zum einen bei leistungsschwachen Schülern einstellen, die überfordert sind und mathematischen Inhalten keine hinreichende persönliche Bedeutung zuschreiben, zum anderen aber auch bei leistungsstarken Schülern, für die der Regelunterricht eine Unterforderung darstellt. Das Resultat können nahe Null liegende Korrelationen zwischen Leistungsstärke und erlebter Langeweile in der Gesamtpopulation sein.

Über querschnittliche Zusammenhänge hinaus haben wir damit begonnen, die Bedingungsbeziehungen zwischen Emotionen und Kompetenzerwerb anhand von Strukturgleichungsmodellierungen längsschnittlich zu überprüfen. Dabei zeigt sich in ersten Cross-lagged-Bedingungsanalysen zu den Beziehungen zwischen Emotionen und Mathematiknoten, dass zwar einerseits Emotionen in der 5. Klassenstufe die Notenleistung in der 6. Klasse beeinflussen, umgekehrt aber die Notenleistung der 5. Klasse sich deutlich auf die Emotionswerte in der 6. Klasse auswirkt. Dieser Befund entspricht unseren Annahmen zu den Wechselwirkungen der Emotions- und Kompetenzentwicklung (Pekrun, Jullien, Zirngibl, vom Hofe & Perry, 2004).

4.2.4 Entwicklungsverläufe bei Risikoschülern

Von besonderem Interesse ist die Analyse der Entwicklung von Schülerinnen und Schülern, die bereits zu Beginn der Sekundarstufe I durch *unzureichende mathematische Kompetenzen* oder *negative Lernverläufe* gekennzeichnet sind. Solche Schüler laufen Gefahr, zum Ende der Pflichtschulzeit zur Gruppe der Risikoschüler im Bereich Mathematik zu zählen, die sich in den PISA-Erhebungen identifizieren lässt. Tatsächlich findet sich bei $n = 310$ Schülern eine *Abnahme* der Testleistungswerte von der 5. zur 6. Jahrgangsstufe, die angesichts der hohen Reliabilität des Mathematikleistungstests nur in wenigen Fällen durch Effekte einer Regression zur Mitte zu erklären sein dürfe. Bei diesen Schülern handelt es sich nicht nur um Hauptschüler (41% der Gruppe), sondern auch um Realschüler (27%) und Gymnasiasten (32%).

Eine Analyse des Emotions- und Wahrnehmungsprofils dieser Schüler zeigt, dass sie bereits in der 5. Klassenstufe typischerweise durch geringe Ausprägungen positiver wie negativer Mathematikemotionen und damit durch emotionale *Gleichgültigkeit* gegenüber dem Fach Mathematik gekennzeichnet sind. Zur 6. Klassenstufe hin sinken die Werte im Schülerdurchschnitt dann noch weiter ab. Kongruent hierzu nehmen selbstberichtete Anstrengung und Selbstregulation des Lernens ab, darüber hinaus aber auch die wahrgenommene Fremdregulation des Lernens. Zu den möglichen Hintergründen zählt, dass auch die wahrgenommene Qualität des Mathematikunterrichts bei diesen Schülern sinkt. In den weiteren Längsschnittanalysen wird zu verfolgen sein, welche Entwicklungsverläufe diese Schülerinnen und Schüler nehmen werden, wie sie im Kontext der PISA-Erhebungen 2006 abschneiden werden und auf welche Konstellationen von Schüler-, Unterrichts- und Kontextbedingungen ihre Entwicklung zurückgeführt werden kann.

5 Perspektiven für den Mathematikunterricht

Mit den im Längsschnitt gewonnenen Befunden wird eine die gesamte Sekundarstufe I unfassende Darstellung der Entwicklung mathematischer Kompetenzen und ihrer emotionalen, behavioralen, instruktionalen und kontextuellen Bedingungen zur Verfügung stehen. Die qualitativen Zusatzstudien an Teilstichproben, die hier nicht im einzelnen dargestellt werden können, liefern fallbezogen vertiefende Erklärungen und Exemplarisierungen, z.B. zu den Strategien von Schülern beim mathematischen Problemlösen. Die Reichhaltigkeit dieses Befundmaterials soll genutzt werden, um Empfehlungen und Produkte für die Praxis zu entwickeln.

(1) *Entwicklung von Bildungsstandards, Lehrplänen und Curricula.* Für die Entwicklung von Standards und Lehrplänen stehen heute neben theoretischen Leitlinien und dem Rückgriff auf individuelle schulpraktische Erfahrungen querschnittlich erhobene empirische Daten aus Studien wie TIMSS und PISA zur Verfügung. Mit den Befunden von PALMA werden darüber hinaus längsschnittliche Informationen vorliegen, die zur Strukturierung, Abfolge und Vernetzung curricularer Inhalte über die Schuljahre hinweg entscheidende Hinweise liefern können. So zeigen z.B. die bereits vorliegenden Daten im Bereich des Gymnasiums, dass die formale Einführung proportionaler und antiproportionaler Zuordnungen in der 6. Klassenstufe möglicherweise suboptimal an das Vorwissen von Schülerinnen und Schülern anknüpft, mit der Folge, dass das inhaltliche Verständnis von Proportionalität zugunsten eines Einsatzes oberflächlich verstandener algorithmischer Operationen abnimmt. Aus Befunden dieser Art lassen sich Prinzipien für eine angemessene Sequenzierung von Lerninhalten ableiten, die sicherstellen, dass mathematischer Kompetenzerwerb in den einzelnen curricularen Bereichen zu jeweils lernangemessenen Zeitpunkten angeregt und fortgesetzt wird.

(2) *Unterrichtsmodule.* Die Auswertung der Befunde wird zu einer Dokumentation von mathematischen Problemlösestrategien, Grundvorstellungen und Fehlvorstellungen von Schülern führen, die sich für die Entwicklung von Unterrichtsmodulen mit Lehr-Lern-Sequenzen nutzen lässt. So entwickeln wir z.B. aus den Analysen von Fehlvorstellungen und unangemessenem Strategieeinsatz im Bereich der Zahlbereichserweiterung Unterrichtsmodule, die sich auf die Themengebiete „Bruchzahlen" und „rationale Zahlen" beziehen. Im Mittelpunkt dieser Module steht neben dem Aufbau und der Entwicklung von adäquaten Grundvorstellungen der „Aufbruch" verfestigter Fehlvorstellungen, die Lernfortschritte behindern.

(3) *Interventionsmaßnahmen in Schule und Elternhaus.* Über spezifische Unterrichtsmodule hinaus werden sich aus den Befunden Interventionsmaßnahmen ableiten lassen, die unter Einbezug von Mathematikunterricht und Elternhaus eine Förderung der Mathematikemotionen von Schülern und des Erwerbs modellierungs-, anwendungs- und problemlöseorientierter mathematischer Kompetenzen zum Ziel haben (vgl. Blum, 1999, 2000).

(4) *Lehrerausbildung und -fortbildung.* Den Befunden des Längsschnitts zufolge zeigen sich bereits in der 5. und 6. Klassenstufe erhebliche Defizite in mathematischen Basiskompetenzen, wobei eine wichtige Fehlerquelle in unzureichend entwickelten Grundvorstellungen bzw. Fehlvorstellungen zu sehen ist. Lehrkräfte in Mathematik sollten deshalb in ihrer Ausbildung dafür sensibilisiert werden, die Entwicklung von Grundvorstellungen frühzeitig zu fördern und einer Ausbildung von Fehlvorstellungen entgegenzuwirken. Für einen solchen Unterricht werden spezifische diagnostische und unterrichtskonstruktive Kompetenzen benötigt. Auf der Basis des Fallmaterials zu mathematischen Vorstellungen und Problemlösestrategien von Schülern, das wir in unseren qualitativen Vertiefungsstudien gewonnen haben, lassen sich entsprechende Module für die Lehrerbildung entwickeln.

(5) *Leistungs- und Emotionsdiagnostik, Unterrichtsevaluation.* Die für den Längsschnitt entwickelten und mit ihm validierten Instrumente lassen sich für Diagnostik und Evaluation im Fach Mathematik nutzen. Zu diesen Instrumenten zählen der Regensburger Mathematikleistungstest für 5.-10. Klassen, der nach Abschluss des Längsschnitts für die diagnostische Praxis und die Entwicklung von Jahrgangsstufentests in der Sekundarstufe I verfügbar sein wird, die Münchener Skalen zu Mathematikemotionen und die PALMA-Skalen zu Schüler- und Lehrerwahrnehmungen von Mathematikunterricht. Mit diesen Instrumenten wird es auch möglich sein, die Wirksamkeit des Einsatzes der oben genannten Unterrichtsmodule und Interventionsmaßnahmen zu evaluieren.

Literatur

Baumert, J., Gruehn, S., Heyn, S., Köller, O. & Schnabel, K.U. (1997). *Bildungsverläufe und psychosoziale Entwicklung im Jugendalter (BIJU). Dokumentation.* Berlin: Max-Planck-Institut für Bildungsforschung.

Baumert, J., Klieme, E., Neubrand, M., Prenzel, M., Schiefele, U., Schneider, W., Stanat, P., Tillmann, K.-J. & Weiß, M. (Hrsg.) (2001): *PISA 2000 – Basiskompetenzen von Schülerinnen und Schülern im internationalen Vergleich.* Opladen: Leske + Budrich.

Blum, W. (1996). Anwendungsbezüge im Mathematikunterricht – Trends und Perspektiven. In G. Kadunz, H. Kautschitsch, G. Ossimitz & E. Schneider (Hrsg.), *Trends und Perspektiven. Beiträge zum 7. Internationalen Symposium zur Didaktik der Mathematik* (S. 15-38). Wien: Hölder.

Blum, W. (1999): Unterrichtsqualität am Beispiel Mathematik – Was kann das bedeuten, wie ist das zu verbessern? *Seminar – Lehrerbildung und Schule*, 4, 8-16.

Blum, W. (2000): Qualitätsentwicklung im Mathematikunterricht – eine Folge von TIMSS? *Pädagogik, 52*(12), 22-26.

Blum, W. & Hofe, R. vom (2003). Welche Grundvorstellungen stecken in der Aufgabe? *Mathematik lehren, 118*, 14-18.

Blum, W., Hofe, R. vom, Jordan, A. & Kleine, M. (in Druck). Grundvorstellungen als aufgabenanalytisches und diagnostisches Instrument bei PISA. In M. Neubrand (Hrsg.), *Mathematische Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern in Deutschland:*

Vertiefende Analysen im Rahmen von PISA-2000. Wiesbaden: VS – Verlag für Sozialwissenschaften.

Carstensen, C. H. (2000). *Mehrdimensionale Testmodelle mit Anwendungen aus der pädagogisch-psychologischen Diagnostik*. Kiel: IPN.

Cohen, J. (1988). *Statistical power analysis for the behavioural sciences*. San Diego, CA: Academic Press.

Cohen, J. (1992). A power primer. *Psychological Bulletin, 112*, 155-159.

Duval, R. (in press). *A crucial issue in mathematics education: The ability to change representation register*. Copenhagen: ICME 10 regular lectures.

Embretson, S. E. & Reise, S. P. (2000). *Item response theory for psychologists*. Mahwah, NJ: Erlbaum.

Fischbein, E., Tirosh, D., Stavy, R. & Oster, A. (1990). The autonomy of mental models. *For the Learning of Mathematics*, 10, 23-30.

Götz, T., Zirngibl, A., Pekrun, R. & Hall, N. (2003). Emotions, learning and achievement from an educational-psychological perspective. In P. Mayring & C. v. Rhoeneck (Eds.), *Learning emotions. The influence of affective factors on classroom learning* (pp. 9-28). Frankfurt am Main: Peter Lang.

Heller, K. & Perleth, C. (2000). *Kognitiver Fähigkeitstest für 4. bis 12. Klassen, Revision (KFT 4-12+ R)*. Göttingen: Beltz Test Gmbh.

Helmke, A. & Weinert, F.E. (1997). Bedingungsfaktoren schulischer Leistungen. In F.E. Weinert (Hrsg.), *Psychologie des Unterrichts und der Schule* (Enzyklopädie der Psychologie, Serie Pädagogische Psychologie, Bd. 3, S. 71-176). Göttingen: Hogrefe.

Herwig, S. (2004). *Langeweile in Mathematik – eine explorative Interviewstudie*. Unveröffentlichte Zulassungsarbeit. Ludwig-Maximilians-Universität München, Department Psychologie.

Hofe, R. vom & Wartha, S. (in Druck). Grundvorstellungsumbrüche als Erklärungsmodell für die Fehleranfälligkeit in der Zahlbegriffsentwicklung. Erscheint in A. Heinze (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht*. Salzdetfurth: Franzbecker.

Hofe, R. vom (1995). *Grundvorstellungen mathematischer Inhalte*. Heidelberg: Spektrum.

Hofe, R. vom (2003). Grundbildung durch Grundvorstellung. *Mathematik lehren, 118*, 4-8.

Hofe, R. vom, Pekrun, R., Kleine, M. & Götz, T. (2002). Projekt zur Analyse der Leistungsentwicklung in Mathematik (PALMA). Konstruktion des Regensburger Mathematikleistungstests für 5.-10. Klassen. In M. Prenzel & J. Doll (Hrsg.), *Bildungsqualität von Schule: Schulische und außerschulische Bedingungen mathematischer, naturwissenschaftlicher und überfachlicher Kompetenzen*. Zeitschrift für Pädagogik, 45. Beiheft (S. 83-100). Weinheim: Beltz.

Jullien, S. & Wartha, S. (2003). *Projekt zur Analyse der Leistungsentwicklung in Mathematik. NEWS 1*. Universität München: Department Psychologie.

Kleine, M. (2003). *Quantitative Erfassung von mathematischen Leistungsverläufen in der Sekundarstufe I – methodische Grundlagen, Testkonstruktion und Testentwicklung*. Unveröffentlichte Dissertation. Universität Regensburg, Institut für Pädagogik.

Knoche, N., Lind, D., Blum, W., Cohors-Fresenborg, E., Flade, L., Löding, W., Moeller, G., Neubrand, M. & Wynands, A. (2002): Die PISA-2000-Studie, einige Ergebnisse und Analysen. *Journal für Mathematik-Didaktik, 23* (3/4), 159-202.

Krupp, M. (2004). *Freude in Mathematik – eine explorative Interviewstudie*. Unveröffentlichte Zulassungsarbeit. Ludwig-Maximilians-Universität München, Department Psychologie.

Kuhl, C. (2004). *Angst in Mathematik – eine explorative Interviewstudie*. Unveröffentlichte Zulassungsarbeit. Ludwig-Maximilians-Universität München, Department Psychologie.

Ma, X. (1999). A meta-analysis of the relationship between anxiety toward mathematics and achievement in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education, 30*, 520-540.

MacLeod, D. (Ed.). (1989). *Affect and mathematical problem solving*. New York: Springer.

Neubrand, M., Biehler, R., Blum, W., Cohors-Fresenborg, E., Flade, L., Knoche, N., Lind, D., Löding, W., Möller, G. & Wynands, A. (2001), Grundlagen der Ergänzung des internationalen PISA-Mathematiktests in der deutschen Zusatzerhebung. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 33* (2), 45-49.

Op t'Eynde, P. & De Corte, E. (2000). *A socio-constructivist perspective on the origins of emotions in mathematical problem-solving*. Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, New Orleans, LA.

Pekrun, R. (2000). A social cognitive, control-value theory of achievement emotions. In J. Heckhausen (Ed.), *Motivational psychology of human development* (pp. 143-163). Oxford, UK: Elsevier.

Pekrun, R. (2002). Vergleichende Evaluationsstudien zu Schülerleistungen: Konsequenzen für zukünftige Bildungsforschung. *Zeitschrift für Pädagogik, 48*, 111-128.

Pekrun, R. & Frese, M. (1992). Emotions in work and achievement. In C. L. Cooper & I. T. Robertson (Eds.), *International Review of Industrial and Organizational Psychology*, (Vol. 7, pp. 153-200). Chichester: Wiley.

Pekrun, R., Götz, T., Titz, W. & Perry, R. (2002). Academic emotions in students' self-regulated learning and achievement: A program of qualitative and quantitative research. *Educational Psychologist, 37* (2), 91-105.

Pekrun, R., Götz, Jullien, S., Zirngibl, A., v. Hofe, R. & Blum, W. (2002). *Skalenhandbuch PALMA: 1. Messzeitpunkt (5. Jahrgangsstufe).* Universität München: Department Psychologie.

Pekrun, R., Götz, Jullien, S., Zirngibl, A., v. Hofe, R. & Blum, W. (2003). *Skalenhandbuch PALMA: 2. Messzeitpunkt (6. Jahrgangsstufe).* Universität München: Department Psychologie.

Pekrun, R., vom Hofe, R. & Blum, W. (2002). *Projekt zur Analyse der Leistungsentwicklung in Mathematik (PALMA): Entwicklungsverläufe, Schülervoraussetzungen und Kontextbedingungen von Mathematikleistungen in der Sekundarstufe I.* Fortsetzungsantrag an die Deutsche Forschungsgemeinschaft (Antragsphase 2002-2004). Universität München: Department Psychologie.

Pekrun, R., vom Hofe, R. & Blum, W. (2003). *Projekt zur Analyse der Leistungsentwicklung in Mathematik (PALMA): Entwicklungsverläufe, Schülervoraussetzungen und Kontextbedingungen von Mathematikleistungen in der Sekundarstufe I.* Abschlussbericht zur zweiten Projektphase (4/2002-3/2004). Universität München: Department Psychologie.

Pekrun, R., Jullien, S., Zirngibl, A., vom Hofe, R. & Perry, R.P. (2004, April). *Emotions, self-regulated learning, and academic achievement: Testing a model of reciprocal causation.* Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, San Diego.

Walberg, H. (2000, April). *Reporting research to practitioners and policymakers.* Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, New Orleans, LA.

Wartha, S. & Jullien, S. (2004). *Projekt zur Analyse der Leistungsentwicklung in Mathematik. NEWS 2.* Universität München: Department Psychologie.